

# ESTUDO DE FISSURAÇÃO DE CISALHAMENTO EM VIGAS DE CONCRETO ARMADO

## 1- SUMÁRIO

Já neste trabalho são apresentados e analisados os resultados experimentais obtidos através do ensaio de quatro vigas bi-apoiadas de concreto armado. As vigas foram solicitadas até a ruptura por um carregamento crescente concentrado no meio do vão.

É feito um estudo comparativo entre as aberturas de fissura verificadas na prática e as aberturas apontadas pela teoria, tomando como base o CEB.

*Cristina Haguenuer Naegeli, Engenheira Civil pela UERJ, Mestre em Estruturas pela PUC-RJ, Professora do Departamento Acadêmico de Construção Civil do CEFET-PR.*

*Eduardo C. S. Thomaz, Engenheiro Civil pela Escola Nacional de Engenharia, Professor dos Departamentos de Estruturas da UERJ e UFRJ.*

## 2 - INTRODUÇÃO

A fissuração no concreto armado é de difícil análise devido ao grande número de variáveis que influem no seu comportamento.

As fissuras de flexão foram bastante estudadas e várias normas apresentam formulação para o seu cálculo; o mesmo não ocorre com as fissuras de cisalhamento. A NBR 6118, por exemplo, não apresenta formulação para o cálculo de aberturas de fissura de cisalhamento.

Com o objetivo de estudar a fissuração de cisalhamento foram ensaiadas, no Laboratório de Ensaios de Materiais da UERJ, quatro vigas de concreto armado [3]. O resultado deste estudo é apresentado a seguir.

## 3 - DESCRIÇÃO DOS ENSAIOS

### 3.1 - GEOMETRIA DAS VIGAS

As vigas ensaiadas possuíam 2 m de comprimento, 1,70 m de vão teórico e seção transversal de 20 x 40 cm.

A geometria das peças ensaiadas e o esquema de aplicação do carregamento são apresentados na figura 1/A.

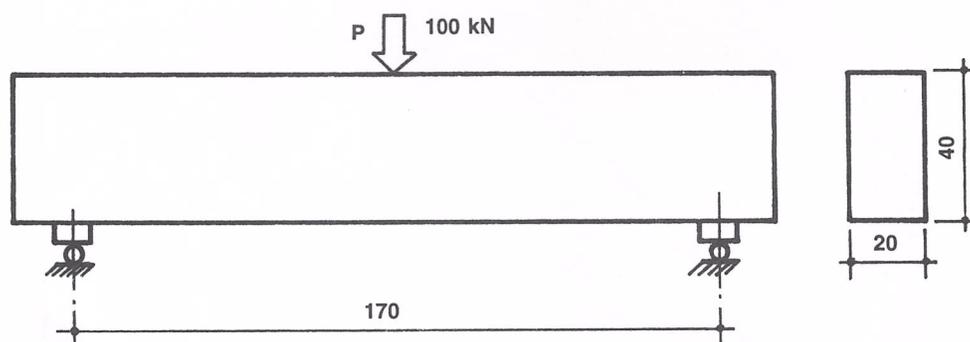


Figura 1/A: Geometria das vigas ensaiadas e esquema de aplicação do carregamento

### 3.2 - ARMAÇÃO ADOTADA

O dimensionamento das vigas foi realizado segundo as recomendações das normas brasileiras.

Foram considerados os seguintes valores de cálculo: carga de serviço = 100 kN,  $f_{ck} = 15$  MPa e  $f_{yk} = 500$  MPa. Estes valores resultaram em uma armadura longitudinal composta por 4  $\varnothing$  12 mm e em uma armadura transversal composta por estribos de 5 mm a cada 10 cm e por estribos de 6.3 mm a cada 20 cm.

A armação apontada no dimensionamento sofreu algumas alterações de forma a facilitar o estudo pretendido:

a) o número de barras de aço longitudinais foi aumentado em 50% em relação ao valor indicado no cálculo, de forma a garantir a ruptura por cisalhamento. As peças foram, portanto, confeccionadas com 6 barras longitudinais de 12.5 mm de diâmetro;

b) em cada viga foram adotados dois espaçamentos diferentes: numa metade da viga foi adotado o espaçamento apontado no cálculo e na outra metade ora o espaçamento foi diminuído e ora aumentado em relação aos valores de cálculo.

Estas alterações foram introduzidas com a finalidade de facilitar a verificação da influência do espaçamento e da bitola dos estribos na formação das fissuras.

A disposição da armadura e o resumo das quantidades de aço das vigas ensaiadas são apresentados na figura 2/A e no quadro 1.

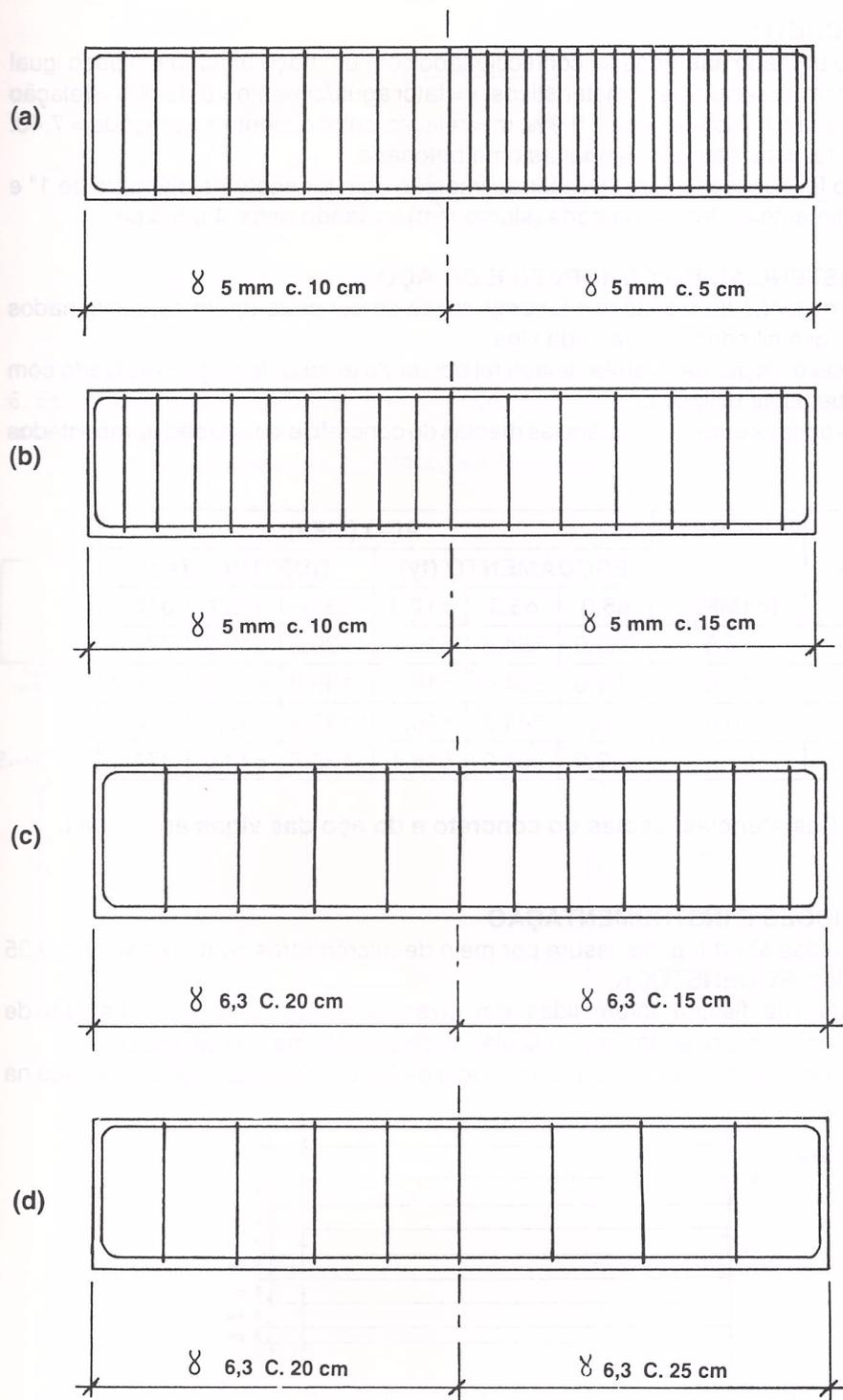


Figura 2/A: Disposição da armadura das vigas:  
a) viga 1; b) viga 2; c) viga 3; d) viga 4.

N	O	tipo	comprimento unit. (cm)	quantidade	comprimento total (m)
1	12.5		260	24	62,4
2	6.3		114	19	21,6
3	5.0		210	8	16,8
4	5.0		114	45	51,3

Quadro 1: Resumo da armadura utilizada nas vigas.

### 3.3 - CONCRETO

O concreto utilizado nas vigas foi confeccionado com um traço unitário em peso igual a 1 : 3,30 : 4,10, com as seguintes características:  $x$  = fator água/cimento = 0,83;  $A\%$  = relação entre o teor de água e a mistura seca = 9,9%;  $m$  = relação entre cimento e agregado = 7,40.

Cada viga foi concretada com apenas uma betonada.

O concreto foi adensado com vibrador de imersão com mangote de diâmetro de 1" e apresentou abatimento do tronco de cone (slump test) variando entre 4 e 5,5 cm.

### 3.4 - RESISTÊNCIAS DO CONCRETO E DO AÇO

Para determinação da resistência à compressão do concreto foram confeccionados três corpos de prova cilíndricos para cada viga.

A resistência à tração das barras de aço foi obtida do ensaio de tração realizado com amostras de cada bitola utilizada.

Os valores obtidos para as resistências médias do concreto e do aço são apresentados no quadro 2.

VIGA	CONCRETO $f_c$ (MPa)	AÇO (MPa)					
		ESCOAMENTO ( $f_y$ )			RUPTURA ( $f_{su}$ )		
		$\varnothing 5.0$	$\varnothing 6.3$	$\varnothing 12.5$	$\varnothing 5.0$	$\varnothing 6.3$	$\varnothing 12.5$
1	15,6	930,0	584,9	516,1	1139,8	842,0	774,3
2	15,6	930,0	584,9	516,1	1139,8	842,0	774,3
3	20,8	930,0	584,9	516,1	1139,8	842,0	774,3
4	21,5	930,0	584,9	516,1	1139,8	842,0	774,3

Quadro 2: Resistências médias do concreto e do aço das vigas ensaiadas.

### 3.5 - MEDIÇÕES E INSTRUMENTAÇÃO

Foram medidas aberturas de fissura por meio de micrômetros com precisão de 0,05 mm, da marca Jos. RODENSTOCK.

As aberturas de fissura foram lidas em diversos níveis, para cada estágio de carregamento, sempre na direção perpendicular ao desenvolvimento das fissuras.

A posição dos níveis para leitura das aberturas de fissura em cada viga é mostrada na figura 3/A.

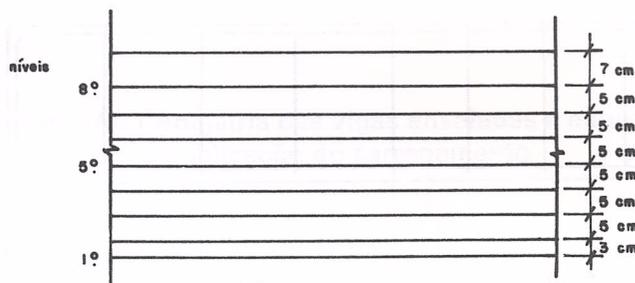


Figura 3/A: Posicionamento dos níveis para medição das aberturas de fissura.

A viga 3 foi instrumentada com extensômetros elétricos da marca KIOWA. Nas barras de aço foram instalados extensômetros do tipo KFC-5-C1-11; sobre a superfície do concreto foram instalados extensômetros do tipo KFC-20-C1-11.

Para a colocação dos extensômetros elétricos foram escolhidos pontos de maior solicitação. Tomou-se o cuidado de instalar os extensômetros sempre em pares diametralmente opostos ao plano de solicitação.

A posição dos extensômetros é indicada nas figuras 4/A e 5/A.

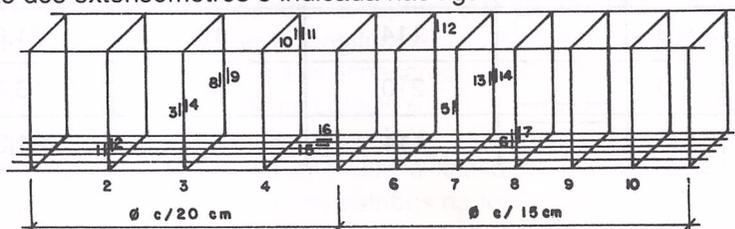


Figura 4/A: Posicionamento dos extensômetros elétricos na armadura da viga 3.

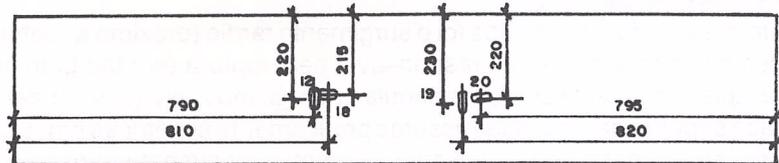


Figura 5/A: Posicionamento dos extensômetros elétricos na superfície do concreto da viga 3.

As deformações indicadas pelos extensômetros elétricos são apresentadas na figura 6. Essas deformações apresentam uma boa concordância com os valores teóricos obtidos através da formulação do CEB.

O cálculo completo das deformações é apresentado em [3].

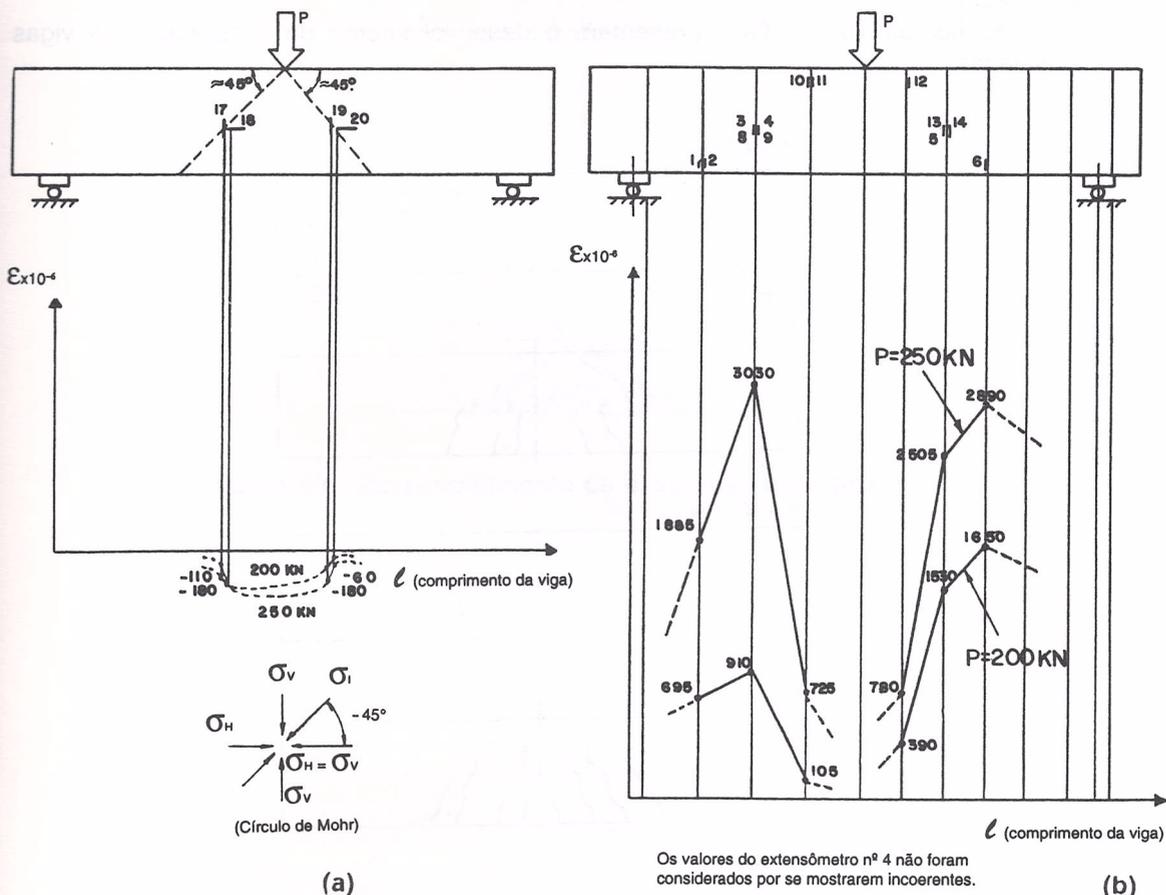


Figura 6/A: Deformações no concreto (a) e no aço (b) da viga 3, obtidas através de extensômetros elétricos.

### 3.6 - PROCEDIMENTOS DE ENSAIO

As vigas foram solicitadas por carregamento vertical aplicado no meio do vão, em incrementos constantes, até a ruptura.

Após cada incremento de carga foi marcado sobre a superfície das peças o desenvolvimento das fissuras, foram medidas as aberturas de fissuras em pontos previamente determinados e, somente para a viga 3, foram registradas as deformações indicadas pelos extensômetros elétricos.

## 4 - APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS DOS ENSAIOS

### 4.1 - DESENVOLVIMENTO DA FISSURAÇÃO E TIPO DE RUPTURA

As primeiras fissuras a surgirem foram as de flexão. Estas surgiram no centro da viga, em posição quase vertical. Com o aumento do carregamento, a progressão das aberturas de fissura paralisou-se e, em alguns casos, até regrediu.

O comportamento das fissuras de cisalhamento foi bem próximo ao esperado, assumindo configuração inclinada, próxima a  $45^\circ$ .

Foi observada a tendência das fissuras de cisalhamento de assumirem a direção vertical ao atravessarem os estribos.

Outro fato observado nos ensaios foi o surgimento tardio (próximo à ruptura), seguido de rápido desenvolvimento da fissura responsável pela ruptura (ver também figura 19).

A viga 2 apresentou a fissuração singular nos últimos estágios de carregamento: surgiram, na face superior da viga, duas fissuras praticamente simétricas em relação ao eixo de aplicação do carregamento, que se desenvolveram verticalmente para baixo (ver figura 8/A,  $P = 250$  kN).

O surgimento dessas fissuras se deve principalmente à flexão das barras longitudinais de suporte dos estribos nesta região.

A viga 3 teve sua formação de fissuras influenciada pela instalação dos extensômetros elétricos nas barras de aço. Este fato foi constatado através da comparação do esquema das posições dos extensômetros elétricos com o desenho do desenvolvimento da fissuração (figuras 4/A e 9/A).

A ruptura das vigas se deu por cisalhamento, sempre no lado com maior espaçamento entre estribos.

As figuras 7/A e 10/A apresentam o desenvolvimento da fissuração nas vigas ensaiadas.

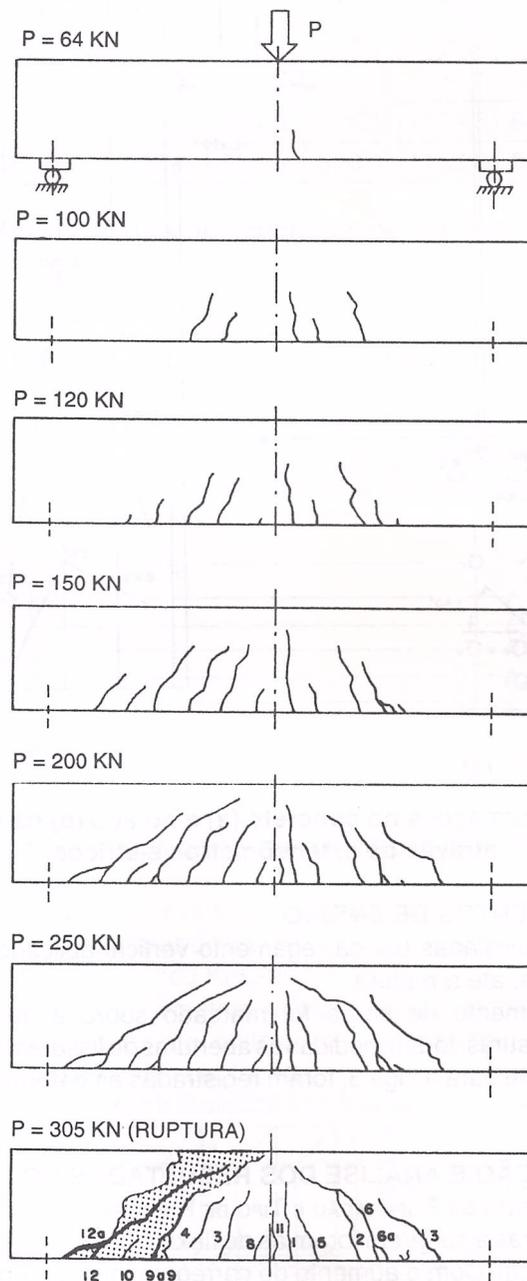


figura 7/A: Desenvolvimento da fissuração na viga 1.

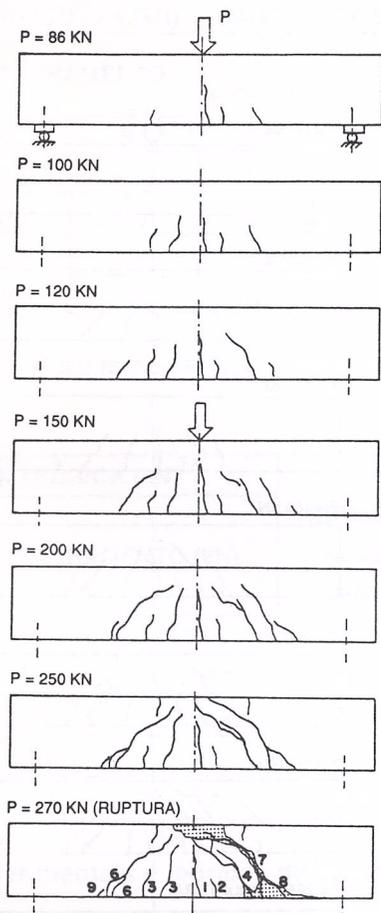


figura 8/A: Desenvolvimento da fissuração na viga 2.

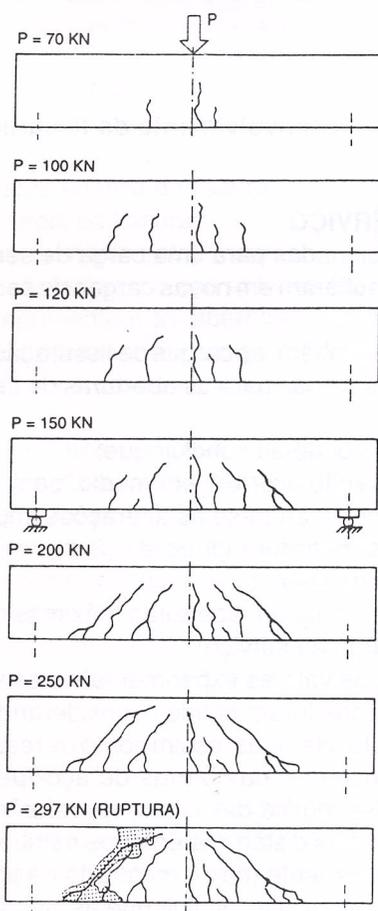


Figura 9/A: Desenvolvimento da fissuração na viga 3.

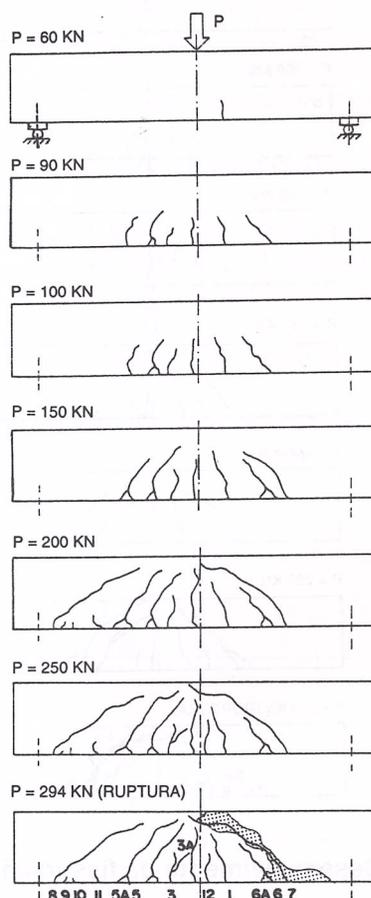


Figura 10/A: Desenvolvimento da fissuração na viga 4.

#### 4.2 - CARGAS DE SERVIÇO

As vigas foram dimensionadas para uma carga de serviço de 100 kN. As alterações impostas à sua armadura resultaram em novas cargas de serviço, que são apresentadas no quadro 3.

O quadro 3 apresenta, também, as cargas de fissuração (correspondentes à 1ª fissura observada visualmente) e as cargas para as aberturas de fissura  $w = 0,2$  mm e  $w = 0,3$  mm obtidas experimentalmente.

Da análise do quadro 3 pode-se concluir que:

O surgimento da fissuração ocorreu, em média, para 50% da nova carga de serviço (carga de serviço obtida considerando-se as alterações impostas à armadura).

As aberturas máximas de fissura iguais a 0,2 mm ocorreram, em média, para uma carga 70% superior à carga de serviço.

As aberturas de fissura atingiram aberturas máximas de 0,3 mm para uma carga, em média, igual ao dobro da carga de serviço.

O quadro 4 apresenta os valores experimentais e os valores teóricos das cargas de ruptura das vigas. Estes últimos foram obtidos considerando-se as alterações impostas à armadura apontada no cálculo das vigas, assim como os resultados dos ensaios dos corpos de prova cilíndricos de concreto e das barras de aço (para maiores detalhes sobre os cálculos realizados na análise teórica das vigas, ver referências [3] e [4]).

No quadro 4,  $S_1$  e  $S_2$  são as distâncias entre os estribos adotadas nos lados direito e esquerdo das vigas respectivamente (como mostrado na figura 2).

Da análise do quadro 4 pode-se concluir que as vigas ensaiadas apresentaram uma boa concordância entre a carga última esperada ( $P_u$  teórico) e a carga última obtida experimentalmente.

V I G A	CARGA DE SERVIÇO - Ps (kN)			CARGA DE FISSURAÇÃO (kN)		
	FLEXÃO	CISALHAMENTO		1ª FISSURA (Pf)	WMAX = 0,2 mm (P1)	WMAX = 0,3 mm (P2)
		S1	S2			
1	150	190	120	64	120	200
2	150	120	90	86	200	200
3	150	120	100	70	200	200
4	150	100	90	60	150	200

Quadro 3: Cargas de serviço e fissuração.

V I G A	RUPTURA TEÓRICA (kN)			RUPTURA REAL (kN)	PU REAL / PU TEOR.
	FLEXÃO (kN)	CISALHAMENTO (kN)			
		S1	S2		
1	397	649	354	305	0,86
2	402	365	265	270	1,02
3	433	230	191	297	1,02
4	432	181	159	290	1,82

Quadro 4: Valores experimentais e teóricos de carga última das vigas.

#### 4.3 - ABERTURAS DE FISSURA DE FLEXÃO

O cálculo das aberturas de fissura foi feito segundo a formulação apresentada pelo CEB. Esta formulação pode ser resumida como se segue:

$$W_k = 1,7 W_m; \quad W_m = S_{rm} \cdot E_{sm}$$

onde:

**W<sub>k</sub>** = Abertura característica de fissura;

**W<sub>m</sub>** = Abertura média de fissura;

**S<sub>rm</sub>** = Espaçamento médio entre fissuras;

**E<sub>sm</sub>** = Alongamento médio do aço entre as fissuras.

As figuras 11/A e 12/A apresentam as aberturas características de flexão obtidas através da formulação do CEB (representada nos gráficos pela linha cheia), confrontadas com os valores máximos obtidos nos ensaios, para cada estágio de carregamento.

#### 4.4 - ABERTURAS DE FISSURA DE CISALHAMENTO

Para cálculo das aberturas de fissura de cisalhamento segundo o CEB, tem-se:  $W_k = 2,04 W_m$ , onde  $W_m$  é calculado como em 4.3.

As figuras 13 a 18 apresentam as aberturas características de cisalhamento obtidas através da formulação do CEB, confrontadas com os valores máximos obtidos nos ensaios, para cada estágio de carregamento.

Dentro da faixa de validade da formulação do CEB, os valores teóricos são representados por uma linha cheia. Além desta faixa os valores teóricos são representados por uma linha interrompida da forma - x - x - x - .

#### 5. OBSERVAÇÕES FINAIS

Foi observado nos ensaios que alguns estribos sofreram desdobramento dos ganchos de montagem devido à grande sollicitação a eles imposta. Em alguns casos observou-se ainda a ruptura dos estribos localizados na região de maior sollicitação (região atravessada pela maior fissura de cisalhamento). Estas duas observações são ilustradas na figura 19.

As aberturas de fissura de flexão e de cisalhamento obtidas na prática apresentaram valores bastante próximos aos valores obtidos através da formulação do CEB, para cargas

próximas à carga de utilização. Para valores acima da carga de utilização, no entanto, a formulação do CEB se mostrou conservativa.

As referências [3] e [4] apresentam com maiores detalhes a formulação adotada no cálculo das aberturas de fissura. A referência [4] apresenta uma análise mais abrangente envolvendo outros resultados experimentais.

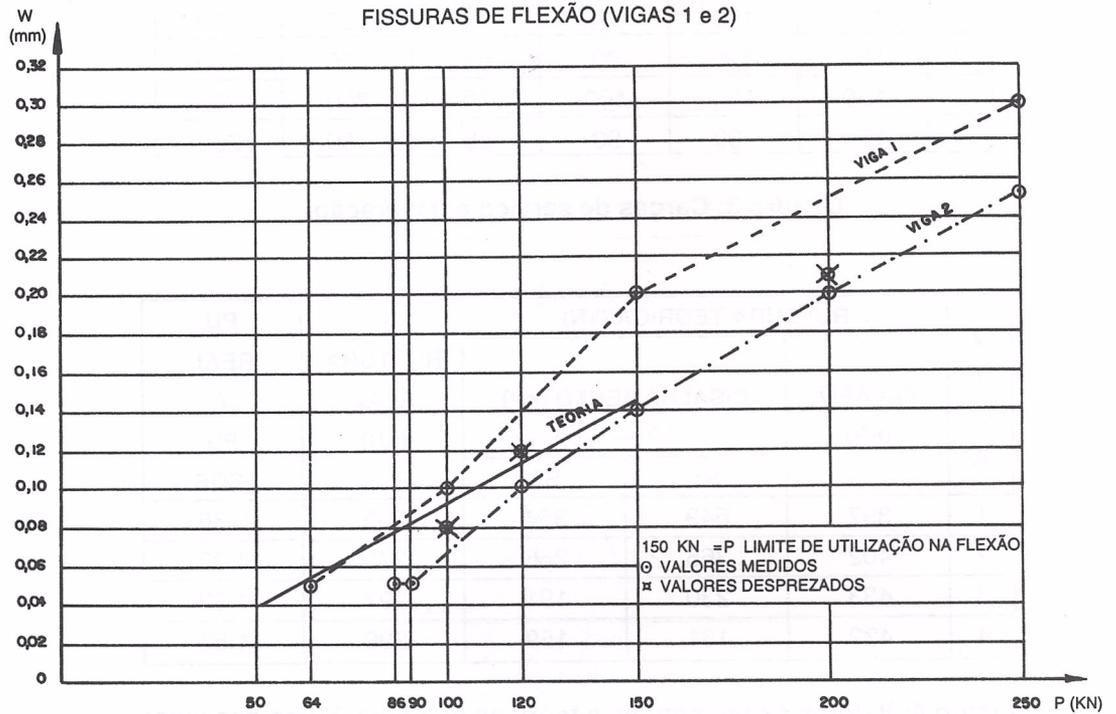


Figura 11/A: Aberturas de fissura de flexão das vigas 1 e 2.

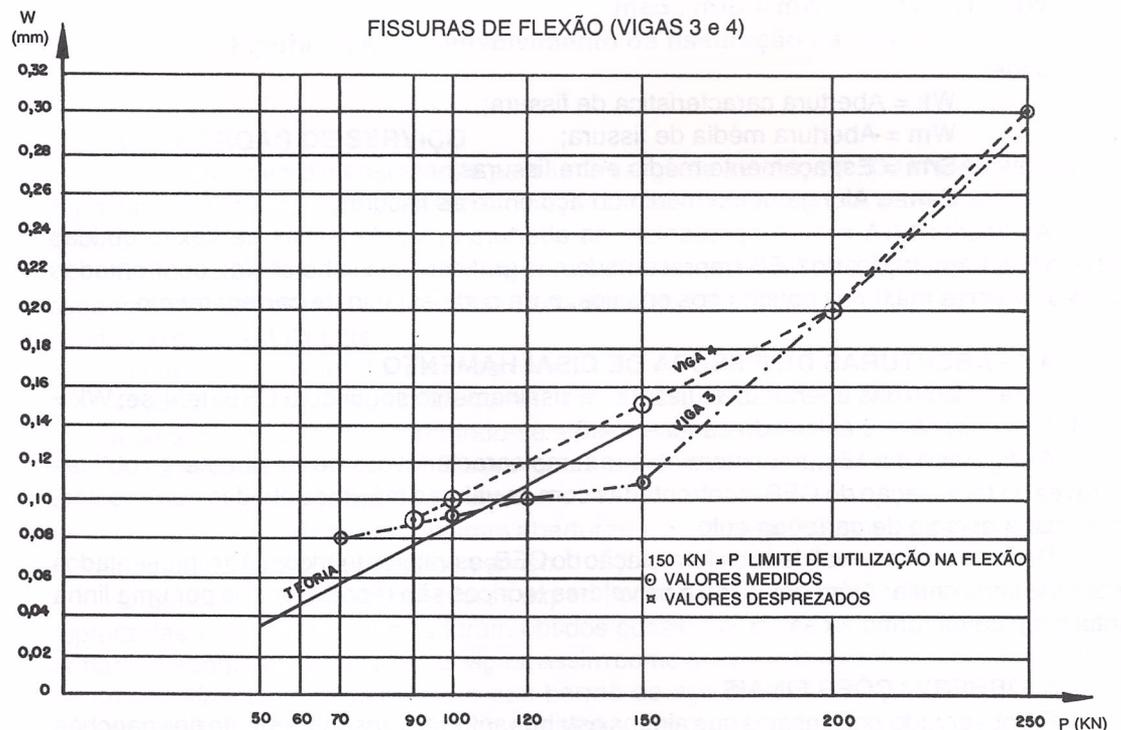
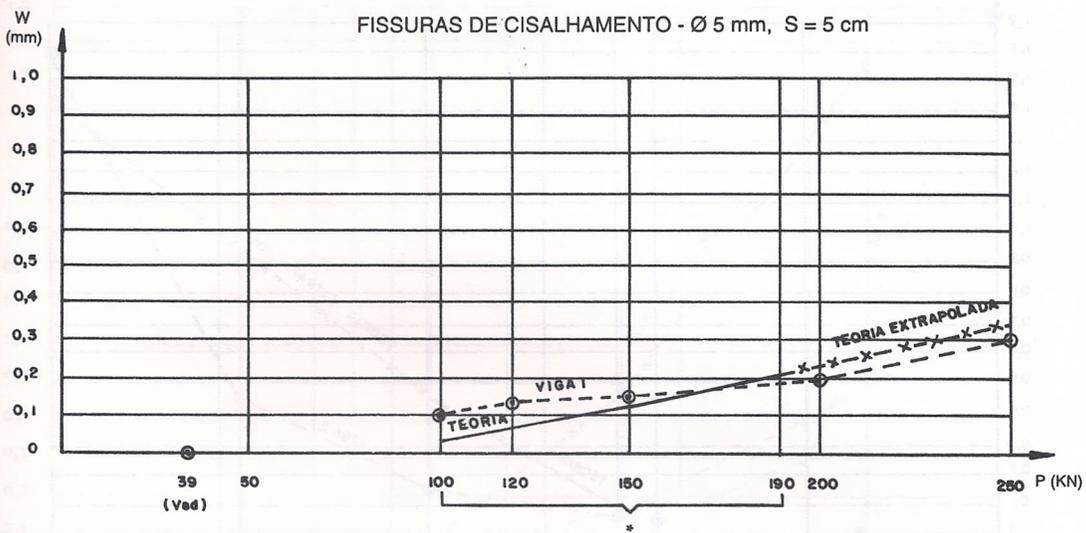
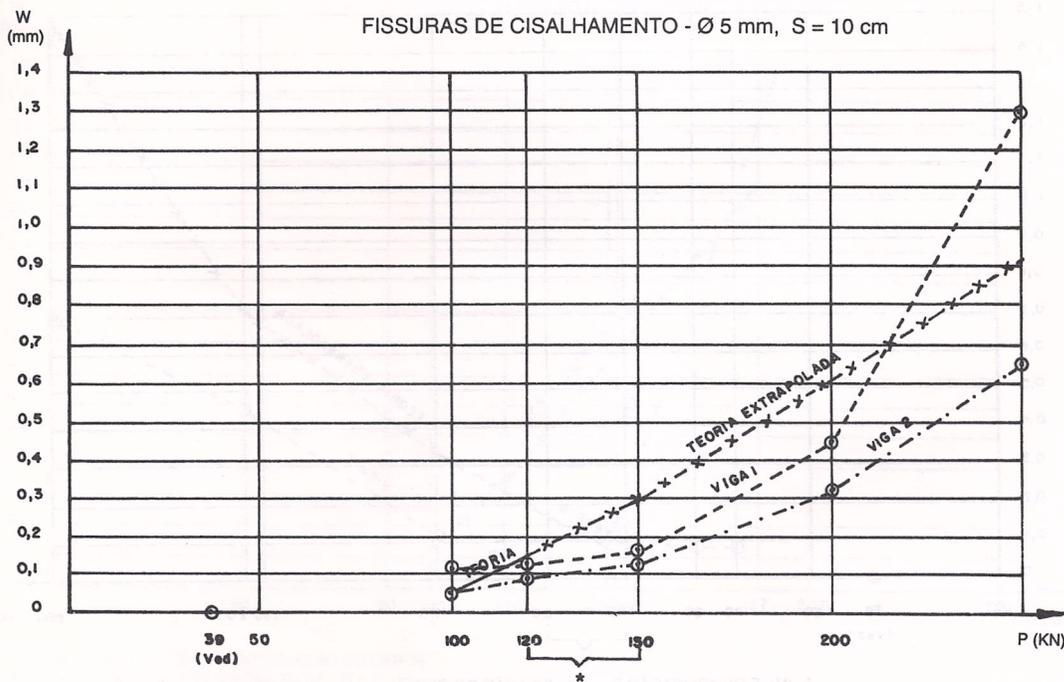


Figura 12/A: Aberturas de fissura de flexão das vigas 3 e 4.



\* LIMITE DE APLICAÇÃO DA FORMULAÇÃO DO CEB-78  
 120 KN = P LIMITE DE UTILIZAÇÃO PARA S = 10 cm  
 190 KN = P LIMITE DE UTILIZAÇÃO PARA S = 5 cm  
 P LIMITE DE PROPORCIONALIDADE DO ESTRIBO = 461 KN  
 P LIMITE DE ESCOAMENTO DO ESTRIBO = 622 KN  
 ○ VALORES MEDIDOS

Figura 13/A: Aberturas de fissuras de cisalhamento: Ø5mm, S = 5cm.



\* LIMITE DE APLICAÇÃO DA FORMULAÇÃO DO CEB-78  
 120 KN = P LIMITE DE UTILIZAÇÃO PARA S = 10 cm  
 P LIMITE DE PROPORCIONALIDADE DO ESTRIBO = 269 KN  
 P LIMITE DE ESCOAMENTO DO ESTRIBO = 350 KN  
 ○ VALORES MEDIDOS

Figura 14/A: Aberturas de fissura de cisalhamento: Ø5mm, S = 10cm.

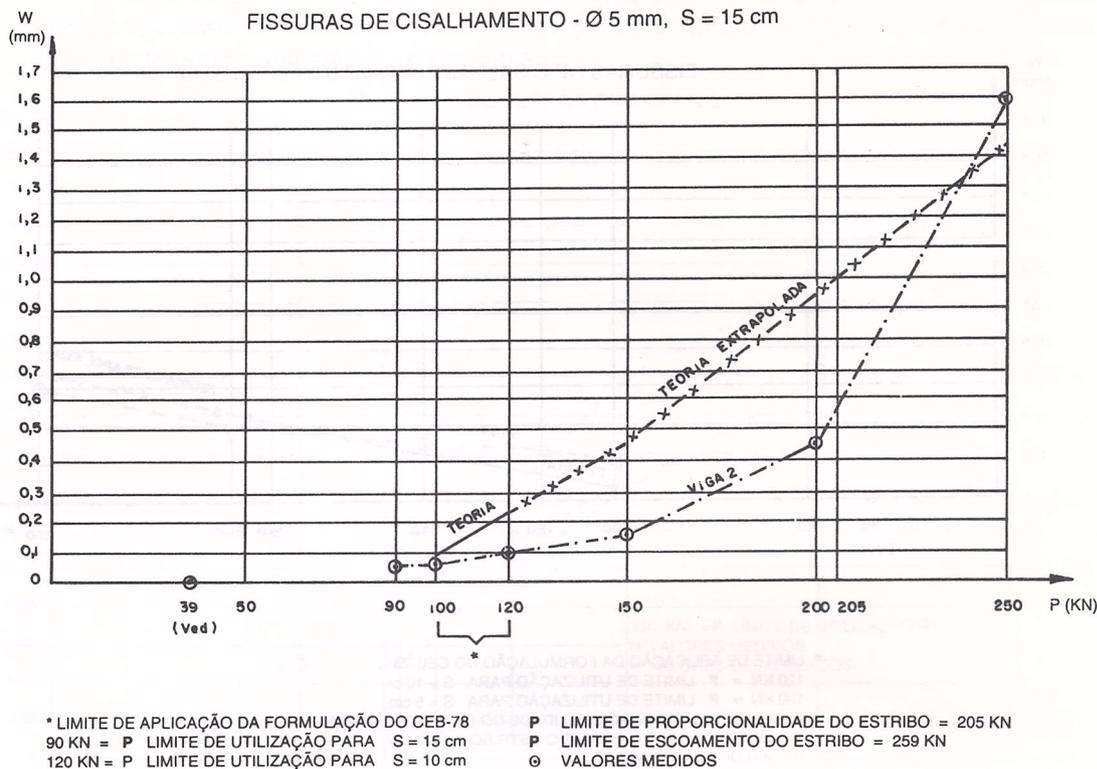


Figura 15/A: Aberturas de fissura de cisalhamento: Ø5mm, S = 15cm.

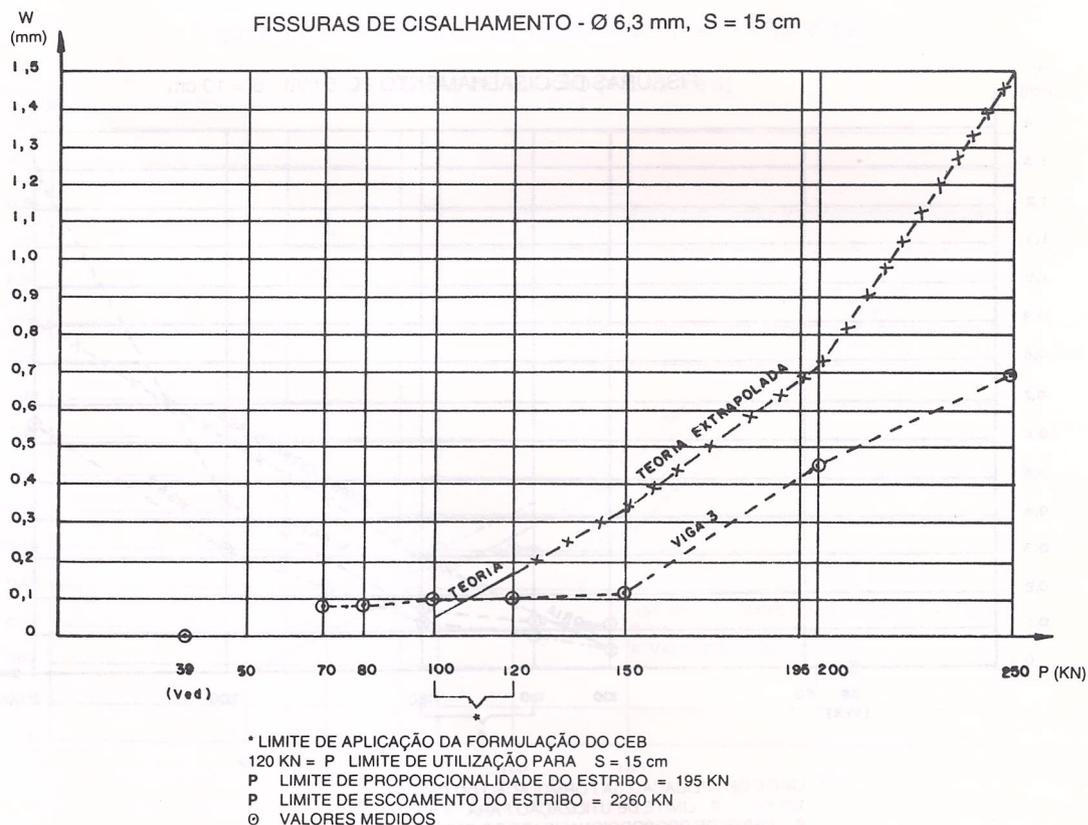


Figura 16/A: Aberturas de fissura de cisalhamento: Ø6.3mm, S = 15cm.

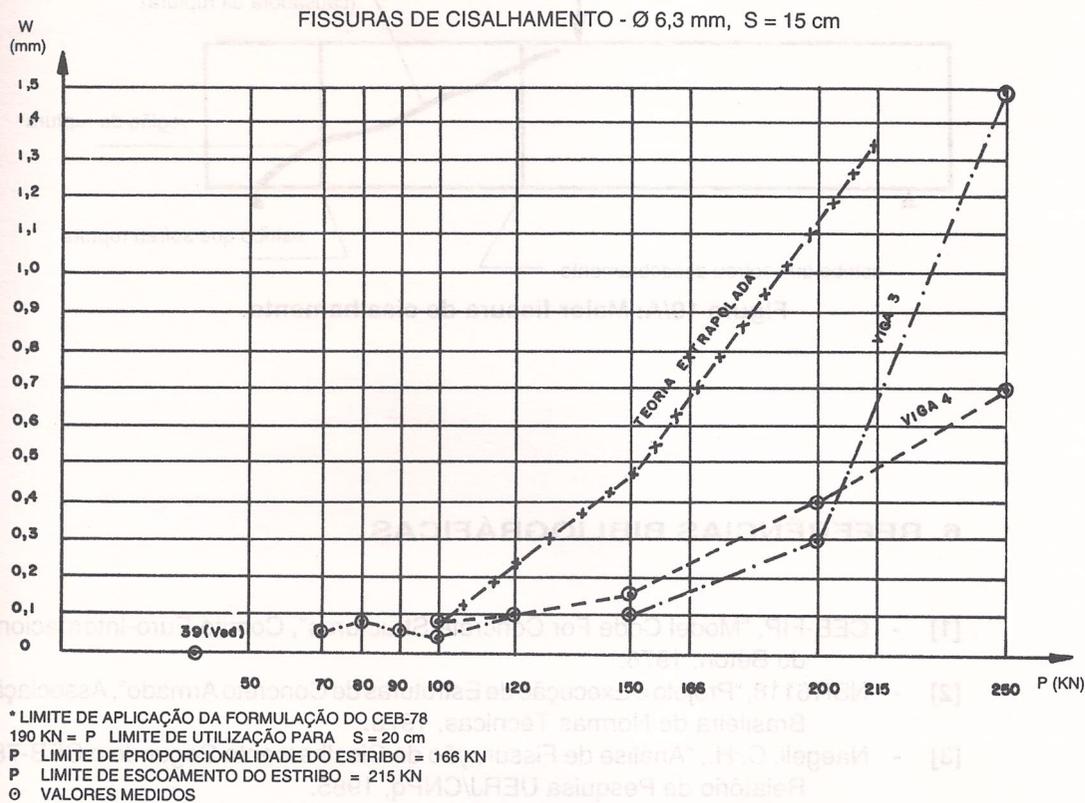


Figura 17/A: Aberturas de fissura de cisalhamento: Ø6 . 3mm, S = 20cm.

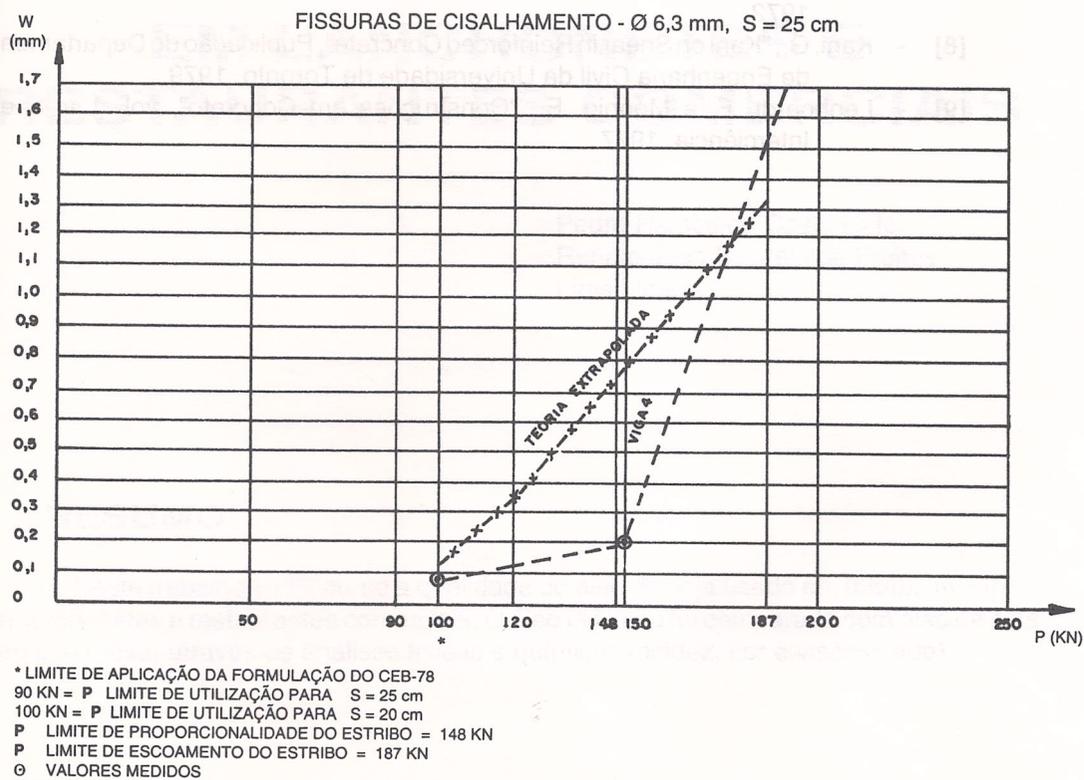
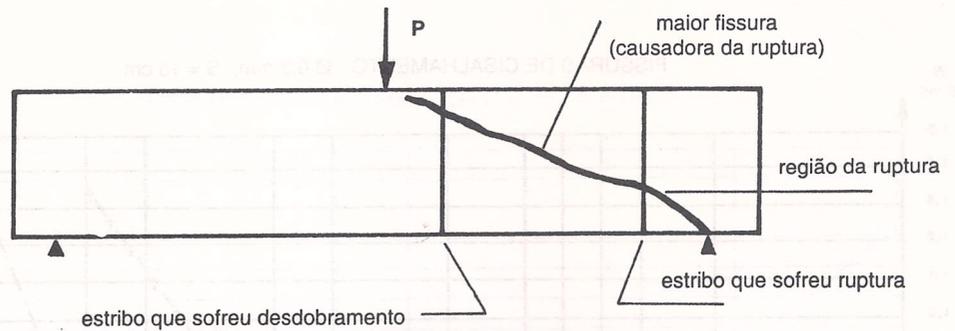


Figura 18/A: Aberturas de fissura de cisalhamento: Ø6 . 3mm, S = 25cm.



**Figura 19/A: Maior fissura de cisalhamento.**

## 6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] - CEB-FIP, "Model Code For Concrete Structures", Comitê Euro-Internacional do Béton, 1978.
- [2] - NBR6118, "Projeto e Execução de Estruturas de Concreto Armado", Associação Brasileira de Normas Técnicas, 1978.
- [3] - Naegeli, C. H., "Análise de Fissuração de Cisalhamento Segundo o CEB-78", Relatório de Pesquisa UERJ/CNPq, 1985.
- [4] - Thomaz, E. C. S., "Fissuração Inclinada em Vigas de Concreto Armado", 1º Simpósio sobre Estruturas de Concreto Armado, EPUSP, 1989.
- [5] - \_\_\_\_\_ . "Fissuração", Revista Estrutura nº 93, dezembro 1980.
- [6] - \_\_\_\_\_ . "Fissuração - Casos Reais", 30ª Reunião Anual do IBRACON, Rio de Janeiro, agosto 1988.
- [7] - Godycki Cwirko, T., "Le Cisaillement dans le Béton Armé", ed. Dunod, Paris 1972.
- [8] - Kani, G., "Kani on Shear in Reinforced Concrete", Publicação do Departamento de Engenharia Civil da Universidade de Toronto, 1979.
- [9] - Lenhoardt, F. e Monnig, E., "Construções em Concreto", vol .1 a 4, ed. Interciência, 1977.