

239439

# ANÁLISE DINÂMICA DE VEÍCULOS AUTOMOTIVOS COM SUSPENSÕES PASSIVAS E ATIVAS

*Nilson Barbieri*

## RESUMO

Analisa-se o comportamento dinâmico de um veículo automotivo através de um modelo com sete graus de liberdade, duas condições de carregamento (descarregado e carregado), e dois tipos de via (asfáltica e pavimentada). Utiliza-se a teoria do controle estocástico ótimo para a minimização de um índice de desempenho cujas partes constituintes são: aceleração do veículo (conforto), deslocamento entre as rodas e a via (segurança), espaço de trabalho das suspensões (limitação estrutural) e força nos elementos ativos (limitação técnica e financeira). A influência destas partes no índice de desempenho é relatada através de constantes de peso. Avalia-se o desempenho do veículo passado por uma via com perfil aleatório para vários sistemas de suspensão: passivo, ativo com realimentação total e limitada de estado.

---

*Nilson Barbieri • Professor do Departamento Acadêmico de Engenharia Mecânica do Centro Federal de Educação Tecnológica do Paraná - CEFET-PR - Mestre e Doutor em Engenharia Mecânica na área de Mecânica dos Sólidos pela UNICAMP em 1989 e 1993, com teses defendidas em dinâmica de veículos automotivos (modelagem, simulação, controle e otimização). Pesquisador do Laboratório Central de Eletrotécnica e Eletrônica - LAC/COPEL, responsável pela área de dinâmica de sistemas da Coordenadoria de Pesquisa e Desenvolvimento em Mecânica - CNME.*



## I. INTRODUÇÃO.

A função primária de uma suspensão automotiva conforme KARNOPP e HEESS (1991), é controlar as mudanças de atitude do veículo com respeito às irregularidades da via. Isto requer o suporte do peso do veículo (controle da altura) e o controle dos ângulos de balanço (pitch) e de rolamento (roll), em face dos distúrbios induzidos pelas acelerações longitudinal e lateral. Normalmente suspensões duras produzem bom controle de atitude.

Do mesmo modo a suspensão deve controlar a atitude das rodas com respeito à superfície da via e ao corpo do veículo. O projeto cinemático de elementos mecânicos e juntas com pouca flexibilidade minimizam mudanças indesejáveis de atitudes das rodas devido a forças oriundas de curvas, frenagens e acelerações.

Outra função é a isolação do chassis das forças geradas nas rodas pelas irregularidades da via. Os pneus filtram efetivamente os picos de maior frequência da superfície e suspensões macias podem reduzir o efeito dos componentes de menor frequência das irregularidades.

Um aspecto importante das suspensões é que as rodas devem seguir a superfície da via (manter contato) exceto para altas frequências de ondulação, mas de tal forma que as forças normais devem ser tão constantes quanto possível.

Na tentativa de conciliar estas funções básicas das suspensões, vários tipos de molas, amortecedores e outros elementos mecânicos têm sido desenvolvidos. Uma suspensão passiva isoladamente não é capaz de conciliar simultaneamente todas estas necessidades, embora sempre seja "otimizada" para alguma delas.

Com o desenvolvimento da teoria de controle moderno e o aprimoramento de controles eletrônicos, tornou-se possível melhorar o desempenho através do

sensoriamento de alguns componentes do movimento do veículo e da produção de forças ou movimentos por meio de atuadores, o que é impossível para os sistemas de suspensão passiva convencionais.

Na tentativa de melhorar o desempenho dinâmico do veículo e usando os avanços da microeletrônica, surgiu o conceito de suspensão ativa (inteligente). Este tipo de suspensão possui a capacidade de adaptar-se às diferentes necessidades de conforto e segurança, variações de carga, velocidade do veículo e irregularidades da via.

Embora existam inúmeros exemplos de sistemas de controle eletrônico na indústria em geral e em veículos em particular, o progresso na implementação das suspensões controladas tem sido relativamente lento, sem dúvida devido ao vasto campo de forças envolvidas nas suspensões veiculares. O problema maior é a necessidade de grandes forças nos elementos ativos para modificar as atitudes do veículo, o que acarreta problemas de segurança e de realização prática a um custo razoável.

Uma revisão do projeto de sistemas de suspensão é mostrada por SHARP e CROLLA (1987). Fizeram uma descrição detalhada dos tipos de suspensão existentes, tipos de via, pneus, modelos veiculares e critérios de análise do desempenho do veículo. GOODAL e KORTUM (1983) analisam de uma forma geral os sistemas existentes, perspectivas futuras, vantagens e desvantagens dos tipos de suspensão e dificuldades na implementação dos mesmos. Outra revisão extremamente atualizada da aplicação da teoria de controle ótimo para um veículo de quatro rodas é apresentada por HADY e CROLLA (1992). Mostraram os principais algoritmos para a resolução dos sistemas passivo e ativo com realimentação total e limitada de estado.

Em termos de Brasil, BARBIERI (1989) modelou e analisou o comporta-



mento dinâmico de um veículo fora de estrada (off-road) através de um modelo de sete graus de liberdade. Interessou-se por aspectos de conforto e segurança. As análises foram feitas para um veículo com suspensão passiva. Introduziu também um sistema de molas a gás semi-ativo. Para dar continuidade a trabalhos em desenvolvimento, o autor introduziu elementos ativos nas suspensões. Utilizando-se da moderna teoria de controle estocástico ótimo, conseguiu-se a otimização de sistemas de suspensão para duas condições de carregamento do veículo (descarregado e carregado), dois tipos de via (asfáltica e pavimentada), e para diversas velocidades do veículo. Otimizaram-se sistemas passivo, ativo com realimentação total de estado e várias configurações de sistemas ativo com realimentação limitada de estado. BARBIERI (1993) mostra o desenvolvimento de uma metodologia para modelagem, simulação, controle e otimização de sistemas de suspensão.

\* $U_{i,i} = 1-4$  : forças nos elementos ativos.

\* $K_{si,i} = 1-4$  : coeficientes de rigidez das suspensões.

\* $C_{si,i} = 1-4$  : coeficientes de amortecimento das suspensões.

\* $K_{ri,i} = 1-4$  : coeficientes de rigidez dos pneus.

\* $C_{ri,i} = 1-4$  : coeficientes de amortecimento dos pneus.

\* $X_f, X_r$  : componentes - X das distâncias das rodas dianteiras e traseiras ao centro de gravidade.

\* $d$  : componente - Y da distância das rodas ao centro de gravidade.

\* $W_{i,i} = 1-4$  : irregularidade da via.

Os graus de liberdade permitidos por este modelo são:

\* **Corpo principal:** Translação vertical ( $Z$ ), rotação ( $\Psi$ ) em torno do eixo Y (balanço) e rotação ( $\Phi$ ) em torno do eixo X (rolamento).

\* **Conjuntos dianteiros:** Translações verticais ( $Z_1, Z_3$ ).

\* **Conjunto traseiro:** Translação vertical ( $Z_r$ ) e rotação ( $\Phi$ ) em torno do eixo X (rolamento)

## II. DESCRIÇÃO DO MODELO FÍSICO

O modelo físico adotado é composto de um corpo principal suspenso de massa  $M_c$  suportado por quatro conjuntos de suspensão (mola-amortecedor-elemento ativo), sendo as duas dianteiras independentes e as duas traseiras ligadas através de um eixo. Estas suspensões são conectadas às rodas. O conjunto das rodas dianteiras (1 e 3) são modelados como sendo dois corpos de massa  $M_1$  e  $M_3$ ; e os conjuntos das rodas traseiras (2 e 4) são modelados como sendo um único corpo rígido de massa  $M_r$ , como mostra a Fig. 1.

As suspensões são compostas por molas com parâmetros constantes de rigidez  $K_{si}$  e por amortecedores viscosos em paralelo, com parâmetros constantes de amortecimento  $C_{si}$  e um elemento ativo que produz a força  $U_i$ .

Os pneus são modelados como tendo parâmetros constantes de rigidez  $K_{ri}$  e de amortecimento  $C_{ri}$ . Conforme Fig. 1 tem-se:

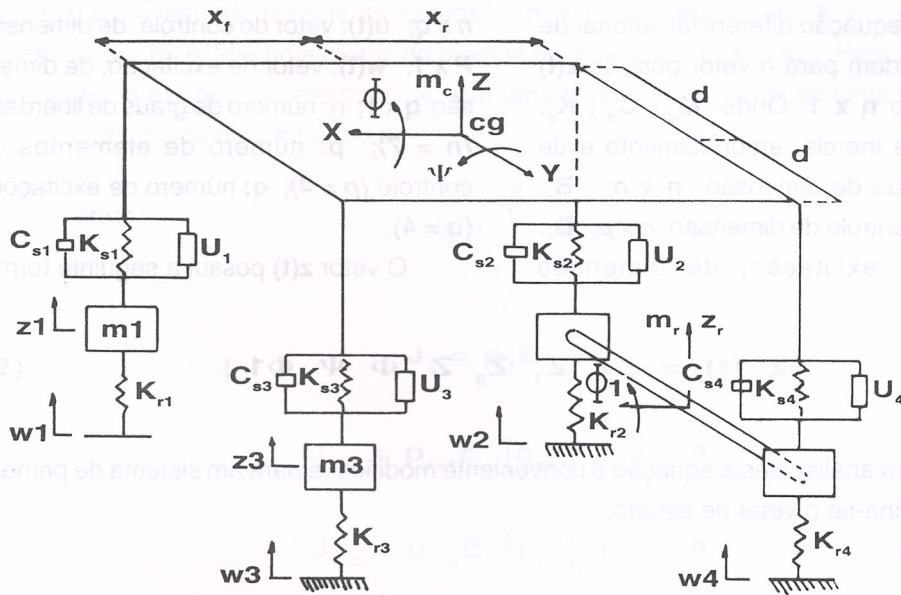


Figura 1 - Modelo físico de um veículo de quatro rodas

### III. MODELAGEM MATEMÁTICA

Aplicando-se a segunda lei de Newton e as equações de Newton-Euler para o modelo descrito na Fig. 1, temos:

$$M_c \ddot{\mathbf{Z}} = \mathbf{F}_e - (\mathbf{F}_{s1} + \mathbf{F}_{s2} + \mathbf{F}_{s3} + \mathbf{F}_{s4}) \quad (1)$$

$$M_1 \ddot{\mathbf{Z}}_1 = \mathbf{F}_{s1} - \mathbf{F}_{r1} \quad (2)$$

$$M_3 \ddot{\mathbf{Z}}_3 = \mathbf{F}_{s3} - \mathbf{F}_{r3} \quad (3)$$

$$\ddot{\mathbf{M}}_r \mathbf{Z}_r = \mathbf{F}_{s2} + \mathbf{F}_{s4} - (\mathbf{F}_{r2} + \mathbf{F}_{r4}) \quad (4)$$

$$\mathbf{I}_x \ddot{\Phi} = (\mathbf{F}_{s1} + \mathbf{F}_{s2} + \mathbf{F}_{s3} + \mathbf{F}_{s4}) d \quad (5)$$

$$\mathbf{I}_y \ddot{\Psi} = (\mathbf{F}_{s1} + \mathbf{F}_{s3}) \mathbf{X}_l - (\mathbf{F}_{s2} + \mathbf{F}_{s4}) \mathbf{X}_r \quad (6)$$

$$\mathbf{I}_{x1} \ddot{\Phi}_1 = (\mathbf{F}_{s4} - \mathbf{F}_{s2} + \mathbf{F}_{r2} - \mathbf{F}_{r4}) d \quad (7)$$

onde:  $\mathbf{F}_{s1,i} = 1 - 4$  são as forças nas suspensões;  $\mathbf{F}_{r1,i} = 1 - 4$  as forças dinâmicas no contato roda/via devido às características das mesmas;  $\mathbf{F}_e$  a força externa agindo no corpo principal do veículo;  $\mathbf{I}_x, \mathbf{I}_y, \mathbf{I}_{x1}$  os momentos de inércia

do corpo principal em relação aos eixos X e Y e momento de inércia do eixo traseiro em relação ao eixo X.

As equações do movimento do veículo podem ser representadas na forma matricial como:

$$\mathbf{M}_d \ddot{\mathbf{z}}(t) + \mathbf{C}_d \dot{\mathbf{z}}(t) + \mathbf{K}_d \mathbf{z}(t) = \mathbf{B}_1 \mathbf{u}(t) + \mathbf{D}_1 \mathbf{w}(t) \quad (8)$$



que é uma equação diferencial vetorial de segunda ordem para o vetor posição  $\mathbf{z}(t)$  e dimensão  $n \times 1$ . Onde:  $\mathbf{M}_d$ ,  $\mathbf{C}_d$ ,  $\mathbf{K}_d$ : matrizes de inércia, amortecimento e de rigidez, todas de dimensão  $n \times n$ ;  $\mathbf{B}_1$ : matriz de controle de dimensão  $n \times p$ ;  $\mathbf{D}_1$ : matriz de excitação, de dimensão

$n \times q$ ;  $\mathbf{u}(t)$ : vetor de controle, de dimensão  $p \times 1$ ;  $\mathbf{w}(t)$ : vetor de excitação, de dimensão  $q \times 1$ ;  $n$ : número de graus de liberdade ( $n = 7$ );  $p$ : número de elementos de controle ( $p = 4$ );  $q$ : número de excitações ( $q = 4$ ).

O vetor  $\mathbf{z}(t)$  possui a seguinte forma:

$$\mathbf{z}^T(t) = \{ \mathbf{Z} \ \mathbf{Z}_1 \ \mathbf{Z}_2 \ \mathbf{Z}_3 \ \Phi \ \Psi \ \Phi 1 \} \quad (9)$$

Para análise desta equação é conveniente modificá-la para um sistema de primeira ordem. Define-se o vetor de estado:

$$\{ \mathbf{x}^T(t) \} = \{ \mathbf{z}(t) \ \dot{\mathbf{z}}(t) \} \quad (10)$$

Adicionando-se o vetor de excitações  $\mathbf{w}(t)$  ao vetor de estado, tem-se:

$$\{ \mathbf{x}^T(t) \} = \{ \mathbf{x}(t) \ \mathbf{w}(t) \} \quad (11)$$

Encontra-se a equação matricial de estado para o vetor  $\mathbf{x}(t)$  de dimensão  $(2n+q) \times 1$ :

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{D}\xi(t) \quad (12)$$

onde  $\xi(t)$  é um processo de ruído branco filtrado.

Usando-se a teoria de controle estocástico ótimo, o índice de desempenho é dado por (HAC (1985)):

$$\mathbf{J} = \lim_{T \rightarrow \infty} \mathbf{E} \left\{ \int_0^T \begin{bmatrix} \mathbf{x}^T(t) & \mathbf{u}^T(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{A}_2 & \mathbf{N} \\ \mathbf{N}^t & \mathbf{B}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \mathbf{u}(t) \end{bmatrix} dt \right\} \quad (13)$$

O problema básico consiste em encontrar o vetor de controle  $\mathbf{u}(t)$  o qual minimiza o índice de desempenho (13) para um sistema governado pela equação (12). Para realimentação total de estado, assumindo a perfeita e completa medida de todas as variáveis de estado, o vetor de controle é dado por:

$$\mathbf{u}(t) = -\mathbf{C}\mathbf{x}(t) \quad (14)$$

A matriz  $\mathbf{C}$  pode ser encontrada através da resolução das equações algébricas de *Riccati* e *Lyapunov* como mostra BARBIERI (1993).

Para um sistema com realimentação limitada de estado, caso em que nem todas as variáveis de saídas podem ser medidas, o vetor de controle é escolhido da forma:

$$\mathbf{u}(t) = -\mathbf{K}\mathbf{y}(t) \quad (15)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{M}\mathbf{x}(t) \quad (16)$$

onde  $\mathbf{y}(t)$  é um vetor de medida de dimensão  $\mathbf{m} \times \mathbf{1}$  com  $\mathbf{m} < 2\mathbf{n} + \mathbf{q}$ ,  $\mathbf{K}$  é uma matriz de dimensão  $\mathbf{p} \times \mathbf{m}$  e  $\mathbf{M}$  é uma matriz de medida de dimensão  $\mathbf{m} \times 2\mathbf{n} + \mathbf{q}$ . Para a resolução deste sistema existe a necessidade de usar um procedimento computacional iterativo.

O índice de desempenho é:

onde:

$$\mathbf{J} = \sum_{i=1}^{13} \mathbf{J}_i \quad (17)$$

$$\mathbf{J}_1 = \mathbf{p}_1 \mathbf{E} [\ddot{\mathbf{Z}}^2] \quad (18)$$

$$\mathbf{J}_{i+1} = \mathbf{p}_{i+1} \mathbf{E} [\delta_{si}^2], i = 1-4 \quad (19)$$

$$\mathbf{J}_{i+5} = \mathbf{p}_{i+5} \mathbf{E} [\delta_{ri}^2], i = 1-4 \quad (20)$$

$$\mathbf{J}_{i+9} = \mathbf{p}_{i+9} \mathbf{E} [\mathbf{U}_i^2], i = 1-4 \quad (21)$$

onde  $\delta_{si, i=1-4}$  espaços de trabalho das suspensões,  $\delta_{ri, i=1-4}$  deslocamentos relativos entre as rodas e a via  $\mathbf{p}_{i, i=1-13}$  constantes de peso.

A seguir são apresentados os esquemas básicos de modelagem de três sistemas de suspensão:

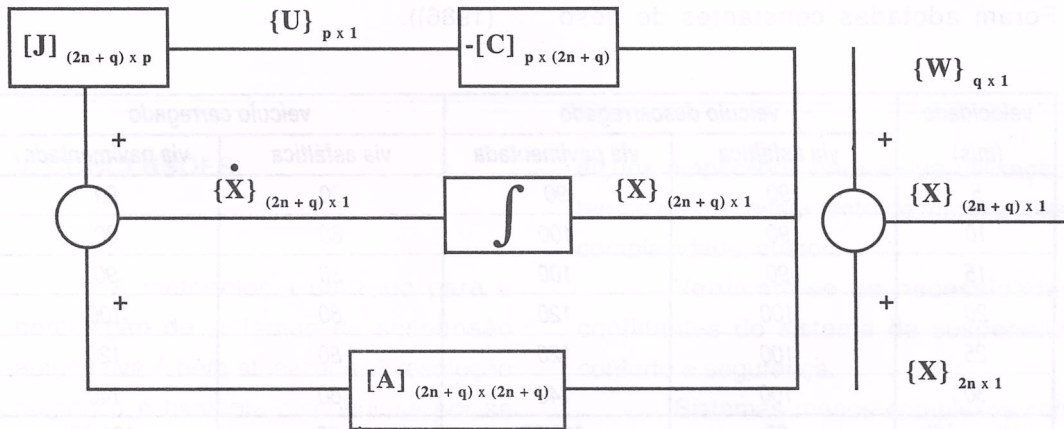


Figura 2 - Sistema com realimentação total de estado

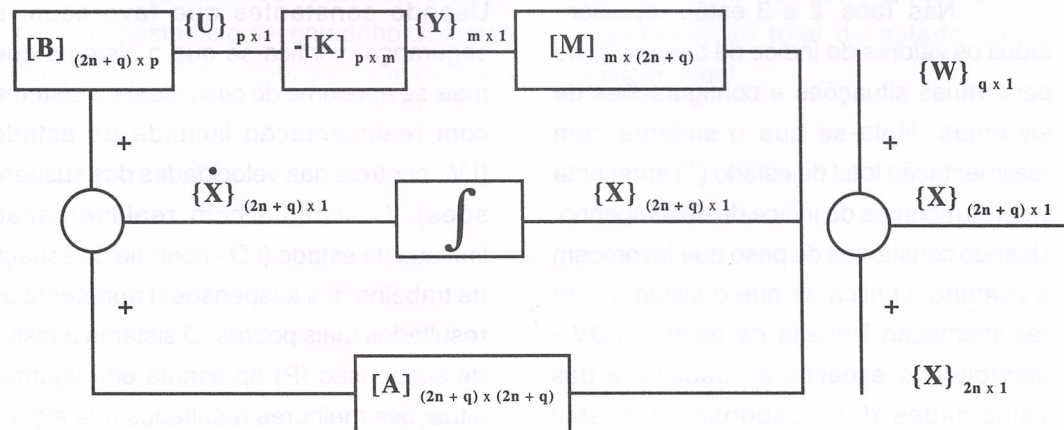
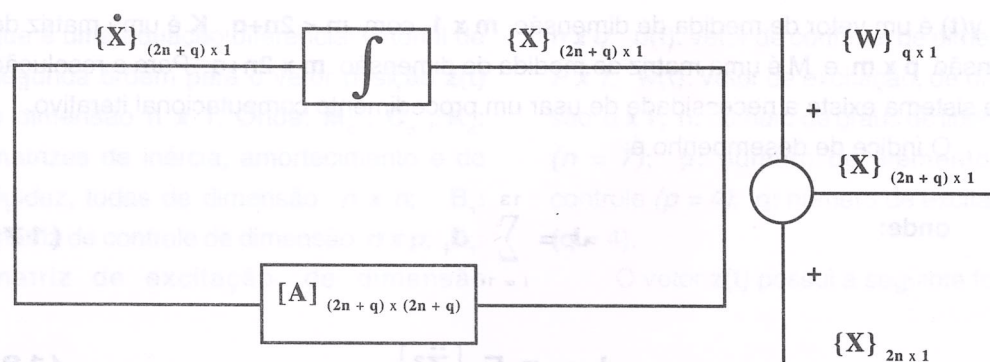


Figura 3 - Sistema com realimentação limitada de estado





**Figura 4 - Sistema passivo**

**IV. RESULTADOS**

Os dados do veículo e a metodologia computacional para a resolução dos sistemas são apresentados em BARBIERI (1993).

Os resultados para a otimização de um sistema passivo é mostrado na **Tab. 1**. Foram adotadas constantes de peso

$(p_1 - p_9)$  favorecendo a segurança, pois o veículo é um modelo fora de estrada (off-road). Verificou-se que o valor médio do coeficiente de amortecimento das suspensões é **Cs = 12kNs / m** e o valor médio do coeficiente de rigidez é **Ks = 97.085kN / m**. Estes valores otimizados estão bem próximos dos valores adotados em um modelo real (HORTON e CROLLA (1986)).

velocidade (m/s)	veículo descarregado		veículo carregado	
	via asfáltica	via pavimentada	via asfáltica	via pavimentada
5	90	90	80	80
10	90	100	80	80
15	90	100	80	90
20	100	120	80	100
25	100	120	80	120
30	100	140	80	140
<b>valor médio</b>	<b>95</b>	<b>111.67</b>	<b>80</b>	<b>101.67</b>

**Tabela 1 - Influência da velocidade do veículo no valor ótimo da rigidez das suspensões**

Nas Tabs. 2 e 3 estão representados os valores do índice de desempenho para várias situações e configurações de sistemas. Nota-se que o sistema com realimentação total de estado (T) apresenta valores menores do índice de desempenho. Usando constantes de peso que favorecem o conforto, verifica-se que o sistema com realimentação limitada de estado (LDV - controle dos espaços de trabalho e das velocidades das suspensões) possui valores do índice de desempenho que mais se aproximam dos do sistema ideal (T).

Usando constantes que favorecem a segurança, verifica-se que o sistema que mais se aproxima do caso ideal é o sistema com realimentação limitada de estado (LV - controle das velocidades das suspensões). O sistema com realimentação limitada de estado (LD - controle do espaço de trabalho das suspensões) apresenta os resultados mais pobres. O sistema passivo de suspensão (P) apresenta em algumas situações melhores resultados que alguns sistemas com controle. O desempenho do veículo carregado, condição normal de uso,

é sempre superior ao desempenho do veículo descarregado.

Resultados semelhantes de

desempenho foram encontrados para o veículo passando por uma via com perfil aleatório (BARBIERI (1993)).

Situação	sistema				
	P	T	LDV	LD	LV
asf. / conf.	0.0442	0.0194	0.0229	0.0392	0.0307
asf. / seg.	0.2171	0.1700	0.3682	0.2567	0.2082
pav. / conf.	3.8217	1.7256	1.9247	3.4758	2.4649
pav. / seg.	18.247	14.225	25.979	19.018	17.547

**Tabela 2 -** Variação do índice de desempenho J (veículo descarregado)

Situação	sistema				
	P	T	LDV	LD	LV
asf. / conf.	0.0156	0.0117	0.0131	0.0141	0.0148
asf. / seg.	0.1796	0.1436	0.3383	0.4227	0.1760
pav. / conf.	1.2301	0.9843	1.0450	1.1674	1.1207
pav. / seg.	13.988	11.363	22.673	22.335	13.783

**Tabela 3 -** Variação do índice de desempenho J (veículo carregado)

## V. CONCLUSÕES

A metodologia utilizada para a otimização de sistemas de suspensão automotiva é bem atualizada. A resolução numérica é bastante dispendiosa por se tratar de sistemas de equações de ordem elevada e devido à necessidade de cálculos complexos.

A suspensão totalmente ativa melhora bastante o desempenho dinâmico do veículo. Em contrapartida existem

alguns empecilhos para a sua utilização: tempo de processamento de informações, complexidade, custos.

Verificam-se as necessidades conflitantes do sistema de suspensão: conforto e segurança.

Sistemas menos complexos com realimentação limitada de estado também melhoram o desempenho dinâmico do veículo, embora não tenham o mesmo comportamento do sistema com realimentação total de estado que é a solução ideal.



REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- 1) BARBIERI, N. Comportamento dinâmico de um veículo automotivo - simulação controle e otimização. Tese de doutorado - UNICAMP - 1993 - 175 p.
- 2) HADY, M. B. A. A, CROLLA., D. A. Active suspension control algorithms for a four-whell vehicle model. Int of Vehicle Design, v. 13, n. 2, p 144 - 158, 1992.
- 3) KARNOPP, D., HEESS, G. Electronally controllable vehicle suspensions. Vehicle Systems Dynamics, v. 20, p. 207 - 217, 1991.
- 4) HADY, M. B. A. A., CROLLA, D. A. Theoretical analysis of a active suspension performance using a four-whell vehicle model. Proc. Inst. Mech. Engrs., v. 203D, p. 125 - 135, 1989.
- 5) BARBIERI, N. Análise do comportamento dinâmico de um veículo automotivo - Dissertação de mestrado - UNICAMP - 1989 - 93 p.
- 6) SHARP, R. S., CROLLA, D. A. Road vehicles suspensions system design - a review. Vehicles System Dynamics, v. 16, p. 167 - 192, 1987.
- 7) HORTON, D. N. L., CROLLA, D. A. Theoretical analysis of a semi-active suspension fitted to an off-road vehicle. Vehicle System Dynamics, v. 15, p. 351 - 374, 1986.
- 8) HAC, A. Suspension optimization of a 2-DOF vehicle model using a stochastic optimal control technique. Journal of Sound and Vibration, v. 100, n. 3, p. 343 - 357, 1985.
- 9) GOODAL, R. M., KORTM, W. Active controls in ground transportation - a review of the state-of-art and future potential. Vehicle System Dynamics, v. 12, p. 225 - 257, 1983.