ERRATA

REVISTA TECNOLOGIA & HUMANISMO - NÚMERO 15

➩ **Página 26 (Título):**

No lugar de:

LÓGICA DIGITAL:
UMA INTERPRETAÇÃO LÓGICA DA MATEMÁTICA

Considerar:

LÓGICA DIGITAL:
UMA INTERPRETAÇÃO DA LÓGICA MATEMÁTICA

239348

RESUMO

Tomando-se por base o pressuposto estrutural de que as discussões acerca da Matemática não podem mais limitar-se aos elementos que a constituem, pois que sua característica relevante, hodiernamente, é não tanto seu conteúdo quanto sua forma; no presente compêndio, assentam-se considerações sobre a qualificação da Álgebra da Lógica a qual permeia a Lógica de Classes (batizada de Álgebra Booleana) e a Lógica Sentencial (difundida como a Álgebra das Relações Binárias); para, ulteriormente, considerar a aplicação da Lógica Matemática na sistematização da Lógica Digital.

A investigação, pode-se assim qualificá-la, conduzida no presente compêndio, sobre a aplicação da Lógica Matemática à Lógica Digital, partindo-se da Álgebra de Boole, demonstra, substituindo posições preconcebidas e contrárias, particularizadamente, via logicismo, um exemplo de interconexão da Matemática com outras Ciências. Contudo, o estudo aqui apresentado não pretende ser uma compilação integral das possibilidades inerentes ao assunto abordado e, nem tampouco, limita-se ao enfoque aqui apresentado. Porquanto, o caráter *a posteriori* da Matemática, sua aplicação aos problemas do mundo real, não poderia ser completamente abordado em quaisquer de suas dimensões, na limitação deste espaço, uma vez que o tema em específico atacado, a bem da verdade, encontrar-se-á, na melhor das reflexões, em pleno desenvolvimento.

***Carlos Magno Corrêa Dias**, professor de Ensino Superior do Departamento de Matemática do CEFET-PR. Professor do Departamento de Matemática e Física da PUC-PR. Bacharel em Matemática pela PUC-PR. Licenciado em Ciências, com Habilitação Plena em Matemática, pela PUC-PR. Pós-Graduado (Especialista) em Métodos Computacionais pela PUC-PR. Pós-Graduado (Especialista) em Didática do Ensino Superior pela PUC-PR. Mestre em Educação / Lógica pela UFPR. Doutorando pela UFPR. É Coordenador do Curso de Especialização em Lógica do Conhecimento Científico da PUC-PR.*

Para se derivar o referencial conceitual da Lógica Matemática à denominada Lógica Digital, instituindo uma peculiar interpretação (ou aplicação específica, como se queira) da primeira ao mundo real; faz-se necessário tecer considerações estruturais sobre a Matemática Abstrata, denominada Álgebra da Lógica ou Álgebra Booleana, a qual constitui, por excelência, a primeira sistematização do que hoje é aceito universalmente como Lógica Matemática.

Na estruturação da Álgebra de Boole toma-se que todas as operações da linguagem, como instrumento do raciocínio, podem ser realizadas através de um sistema de símbolos estruturados a partir do modelo matemático. Neste sentido, a Lógica da Álgebra é um sistema algébrico (ou seja, corresponde a um conjunto não vazio de elementos, munido de um ou mais operadores binários sobre ele definidos. Assim, por exemplo, **(A, *, #)** indica uma Álgebra com dois operadores * e # sobre o conjunto **A**) onde os elementos, operações e relações entre os elementos são regidos por regras semânticas e sintáticas de uma linguagem formal, de uma metalinguagem, tal qual se processa na Matemática.

Um elemento na Álgebra de Boole não constitui um ente isolado (necessariamente) mas sim uma classe de entidades que formalmente são designadas pelas letras latinas minúsculas **x, y, z,...** (classes estas que podem ser constituídas de números, de pensamentos, ou de quaisquer outras entidades; isto é, uma classe encerra uma multiplicidade de entes quer sejam de natureza lógica, matemática, física, humana, ou outras). Dentre tais classes se faz necessário, para manter o padrão formal, evidenciar as chamadas classes universal (classe de que tudo é membro) e nula (classe de que nada é membro). Assim, desejando-se conservar, o máximo possível, o formalismo algébrico, atribua-se ao símbolo **1** a especificação da classe universal e utilize-se o símbolo **0** para a classe nula.

Quanto às classes no sistema em questão, é importante ressaltar, deve existir uma função entre os entes que as constituem. Uma classe, desta maneira, é constituída por todos os termos que verificam uma determinada função. Por outro lado, observe-se que uma função diz-se função proposicional quando os termos que lhe correspondem são indeterminados. Estabelece-se que cada função proposicional determina uma classe, enquanto que duas funções formalmente equivalentes haverão de determinar a mesma classe. Reciprocamente, tem-se que duas funções que venham determinar a mesma classe são formalmente equivalentes.

Utilizados para gerar novas classes a partir de classes precedentes, tem-se definido duas operações binárias: a soma ou adição lógica e o produto lógico. Em primeiro lugar, estabeleça-se que o símbolo **+** (Soma ou Adição Lógica) entre duas letras ou símbolos de classes (por exemplo, **x + y**) indica a união destas duas classes; quer seja, a classe **x + y** corresponde ao conjunto formado de todos os elementos de **x** ou de **y**, ou de ambos (o que, sob o ponto de vista da Lógica Matemática, corresponderia a pensar na Disjunção Inclusiva de duas funções proposicionais; isto é: $\mathbf{p(x)} \vee \mathbf{q(x)}$, que se lê: **p** de **x** ou **q** de **x**). Já o símbolo (Produto Lógico) entre duas classes (**x · y**, por exemplo), vem indicar a interseção de tais classes, afirmando que **x · y** indica a classe dos elementos que pertencem à classe **x** e à classe **y** simultaneamente (o que, correlativamente, em Lógica Matemática, qualifica a Conjunção entre funções proposicionais; isto é: $\mathbf{p(x)} \wedge \mathbf{q(x)}$ que se lê: **p** de **x** e **q** de **x**).

Para se comparar as classes originárias com outras delas derivadas pelas operações basilares **de + e**, tem-se instituído a relação de identidade, a qual é denotada pelo símbolo **=** ; que se lê: **igual a**. Assim, ao se tomar o símbolo = entre os símbolos que designam duas classes quaisquer (**x** e **y**, por exemplo) está a indicar-se que as classes têm os mesmos membros; o que passa a ser denotado por: **x = y**.

Das considerações acima apresentadas, resulta dizer que uma Álgebra de Boole **(B, +, ·)** é um conjunto **B** de elementos **x, y, z,...** e de duas operações binárias, denominadas Soma Lógica **(+)** e Produto Lógico **(.)**, tais que as seguintes leis fundamentais se conservam válidas; quais sejam:

L1. LEIS DO FECHAMENTO:

1a. $\forall\ x, y \in B, (x + y) \in B$

1b. $\forall\ x, y \in B, (x \cdot y) \in B$

L2. LEIS COMUTATIVAS:

2a. $\forall\ x, y \in B, (x + y) = (y + x)$

2b. $\forall\ x, y \in B, (x \cdot y) = (y \cdot x)$

L3. LEIS ASSOCIATIVAS:

3a. $\forall$ **x, y, z** $\in$ **B,** $((x + y) + z) = (x + (y + z))$

3b. $\forall$ **x, y, z** $\in$ **B,** $((x \cdot y) \cdot z) = (x \cdot (y \cdot z))$

L4. LEI DISTRIBUTIVA:

4a. $\forall$ **x, y, z** $\in$ **B,** $(x \cdot (y + z)) = ((x \cdot y) + (x \cdot z))$

Observe que as leis acima são as mesmas da Álgebra Ordinária. Contudo, saliente-se uma vez mais que os elementos **x, y, z, ...** referem-se a classes de elementos. Além do mais, os conjuntos (na Teoria dos Conjuntos) e as proposições (na Lógica Sentencial) são exemplos notórios de Álgebras Booleanas; tanto que, a um determinado nível de particularização, poder-se-ia adotar os símbolos $\vee$ e $\wedge$ (da Lógica Sentencial) e os símbolos $\cap$ e $\cup$ (da Teoria dos Conjuntos) para designar, respectivamente, as operações booleanas **. e +**, com as devidas adequações.

Mas, uma Álgebra de Boole difere, essencialmente, da Álgebra Ordinária; senão considere: Se **x** denota uma classe, a interseção dessa classe com ela própria haverá, obviamente, de gerar a mesma classe **x**; ou seja: tem-se que $x \,.\, x = x$; o que pode ser generalizado para $x \,.\, x \,.\, x \,.\, \ldots\, x = x^n = x$, tornando a Álgebra da Lógica especial em relação à Álgebra Ordinária. E, partindo-se do mesmo universo conceitual, tem-se que $x + x = x$, como também, $x + x + x + \ldots + x = x$, uma vez que a soma lógica denota a união entre classes; o que vem caracterizar as denominadas:

L5. LEIS DA IDEMPOTÊNCIA:

5a. $\forall$ **x** $\in$ **B,** $x \cdot x = x$

5b. $\forall$ **x** $\in$ **B,** $x + x = x$

A despeito das propriedades até aqui apresentadas, há de se salientar que se $x \cdot y = 0$, tal fato não assegura definitivamente que **x** ou **y** devem ser **0**; uma vez que se as citadas classes não possuem elementos em comum, a interseção das mesmas conduzirá à classe nula **0** ; o que, evidentemente, não ocorre em uma Álgebra Ordinária. Por outro lado, em uma Álgebra Booleana se $z \cdot x = z \cdot y$, onde a classe **z** sendo distinta do conjunto vazio, não conduz à expressão $x = y$. Também, na Álgebra de Boole, e não na Álgebra Ordinária, é válida a seguinte propriedade, qual seja:

L4'. LEI DISTRIBUTIVA:

4b. $\forall$ **x, y, z** $\in$ **B,** $(x + (y \cdot z)) = (x + y) \cdot (x + z)$.

As Álgebras Booleanas **(B, +, ·)** consideradas neste estudo correspondem às Álgebras de Boole não-degeneradas; isto é, a classe universal é distinta da classe nula **(0 ≠ 1)**. Neste sentido, postulam-se a existência dos denominados Elementos Neutro e Absorvente tanto na Soma Lógica quanto no Produto Lógico, os quais são assim qualificados:

L6. ELEMENTOS NEUTROS:

6a. $\forall$ **x B,** $\exists!$ **0** $\in$ **B** / $(x + 0) = (0 + x) = x$

6b. $\forall$ **x B,** $\exists!$ **1** $\in$ **B** / $(x \cdot 1) = (1 \cdot x) = x$.

L7. ELEMENTOS ABSORVENTES:

7a. $\forall$ **x** $\in$ **B,** $\exists!$ **0 B** / $(x \cdot 0) = (0 \cdot x) = 0$

7b. $\forall$ **x** $\in$ **B,** $\exists!$ **1 B** / $(x + 1) = (1 + x) = 1$.

Ressalte-se, porém, que as classes **0** e **1** são denominadas, respectivamente, de Identidade Aditiva (6a) e Identidade Multiplicativa (6b).

Para que uma Álgebra Booleana **(B, +, .)** seja completamente instituída, é necessário, ainda, apresentar as denominadas leis do Complemento. Seja, portanto, a classe de elementos **x**. A classe complementar da classe **x** é aquela constituída de todos os elementos que não pertencem à classe **x**; a qual é denotada por **x** (que se lê: classe complementar da classe x), sendo tal que:

L8. LEIS DO COMPLEMENTO:

8a. $\forall$ **x** $\in$ **B**, $\exists!$ **x' B / (x + x') = (x' + x) = 1**

8b. $\forall$ **x** $\in$ **B**, $\exists!$ **x' B / (x · x') = (x' · x) = 0** .

Como **x + y** vem indicar, em última análise, a representação da união ou da Soma Lógica (em um sentido inclusivo) das classes **x** e **y**, de forma que uma tal classe contenha a classe **x · y**, tem-se, do ponto de vista formal, consideráveis vantagens: sendo que uma delas é estabelecer todo o cálculo de acordo com o Princípio da Dualidade para a união e para a interseção.

Por definição, o dual de qualquer proposição em uma Álgebra Booleana **(B,+, .)** é a proposição que é derivada da primeira, trocando-se **+** e **.** e seus elementos identidade **1** e **0**, na proposição original. Assim, por exemplo, o dual da proposição **(0 . x) + (y . 1) = y** será a proposição **(1 + x) . (y + 0) = y**. Dessa forma, o dual de cada axioma de uma Álgebra Booleana é também um axioma, bem como, o dual de qualquer teorema em uma Álgebra Booleana é também um teorema; o que vem conservar o Princípio da Dualidade.

O Princípio da Dualidade, saliente-se, em outras palavras, vem afirmar que todo resultado dedutível dos axiomas de uma Álgebra de Boole permanece válido se o mesmo é trocado **+** por **·** e **0** por **1**, e vice-versa. Assim, se determinada proposição é uma conseqüência dos axiomas de uma Álgebra Booleana, o dual é, também, uma conseqüência dos mesmos axiomas; uma vez que a proposição dual permite ser provada tomando-se o dual de cada parte da demonstração da proposição original.

Muito embora o resumo acima não considere todas as possíveis propriedades de uma Álgebra de Boole, poder-se-ia, através das mesmas, facilmente, deduzir-se as demais segundo a exigência da análise que se venha proceder. Contudo, dada a importância e a freqüência de utilização das Leis de De Morgan em diversas demonstrações, apresenta-se, portanto, as mencionadas leis; quais sejam:

L9. LEIS DE DE MORGAN:

9a. $\forall$ **x, y** $\in$ **B, x', y'** $\in$ **B / (x · y)' = x' + y'**

9b. $\forall$ **x, y** $\in$ **B, x', y'** $\in$ **B / (x + y)' = x' · y'** .

Tal qual em Álgebra Ordinária, no sistema em análise tem-se qualificada a Subtração; ou mais precisamente, a Subtração Lógica. Isto é, tem-se a classe **x - y** a qual é constituída dos elementos da classe **x**, retirados os elementos da classe **y**. Assim, por exemplo, se **x** é a classe dos estudantes e **y** é a classe dos estudantes brasileiros, **x - y** é a classe dos estudantes não brasileiros.

Formalmente, tem-se que **1 - x** corresponde à classe formada por todos os elementos do universo (**1** é a classe universal) que não fazem parte da classe **x**. Porquanto, de **x · x = x**, subtraindo cada membro de **x**, resulta que **x - (x · x) = x - x** e **x · (1 - x) = 0**. Mas, **1 - x** é a classe dos não **x**, ou seja, é a classe (complementar) **x'** . Nestas condições, uma vez que nenhum objeto pode ter duas propriedades contraditórias, vem que **x · (1 - x) = x · x' = 0**.

O conjunto de informações acima estabelecido vem, de forma compendiada, ressalte-se uma vez mais, sistematizar a Álgebra de Boole. Entretanto, maiores detalhes sobre o assunto em pauta não poderiam ser apresentados neste estudo; pois que objetivou-se tão-somente levantar considerações necessárias para se instituir a base da Lógica Digital ou Lógica de Interruptores. Contudo, para ilustrar os procedimentos de cálculo em uma Álgebra de Boole, admita-se que seja necessário determinar a forma mais simplificada da sentença a seguir considerada; qual seja:

$$\boxed{(((x + y) . (y' + x)) + ((((x' + y) \cdot (x' \cdot y') + x)' + x') + (y' + x)')))}$$

Assim, utilizando-se o conjunto de propriedades anteriormente apresentadas, tem-se, naturalmente, que:

$$(((x + y) . (y + x)) + ((((x' + y) \cdot (x \cdot y') + x)' + x') + (x' + (y' + x)'))) =$$
$$\Rightarrow [\ y + x = x + y,\ \text{por 2a}\ ]$$

$$= (((x + y) . (x + y)) + ((((x' + y) \cdot (x \cdot y') + x)' + x') + (x' + (y' + x)'))) =$$
$$\Rightarrow [\ x . y = (x + y),\ \text{por 9a}\ ]$$

$$= (((x + y) . (x + y)) + ((((x' + y) \cdot (x + y) + x)' + x') + (x' + (y' + x)'))) =$$
$$\Rightarrow [\ (x + y) . (x + y) = x + (y . y),\ \text{por 4b}\ ]$$

$$= (((x + (y . y)) + ((((x' + y) \cdot (x + y) + x)' + x') + (x' + (y' + x)'))) =$$
$$\Rightarrow [\ (x + y) . (x + y) = z . z = 0,\ \text{por 8b}\ ]$$

$$= ((x + (y . y) + (((0 + x)' + x') + (x' + (y' + x)')))) =$$
$$\Rightarrow [\ y . y = 0,\ \text{por 8b}\ ] \qquad \Rightarrow [\ (y + x) = y . x,\ \text{por 9b}\ ]$$

$$= ((x + 0) + (((0 + x)' + x') + (x' + (y . x)))) =$$
$$\Rightarrow [\ x + 0 = 0 + x = x,\ \text{por 6a}\ ]$$

$$= ((x) + (((x)' + x') + (x' + (y . x)))) =$$
$$\Rightarrow [\ x + (y . x) = x,\ \text{pela lei da absorção}\ ]$$

$$= (x + ((x' + x') + (x'))) =$$
$$\Rightarrow [\ x + x = x,\ \text{por 5a}\ ]$$

$$= (x + (x' + x')) =$$
$$\Rightarrow [\ x + x = x,\ \text{por 5a}\ ]$$

$$= (x + x') = 1.$$
$$\Rightarrow [\ x + x = 1,\ \text{por 8a}\ ]$$

Observe que pelo resultado obtido, **1**, a equação booleana em questão é um exemplo de Tautologia (expressão que independe dos estados lógicos **1** ou **0** das classes **x** e **y** apresenta sempre como resultado o estado lógico **1**).

Isso posto, ressalte-se, em complementação, que, apesar da multiplicidade de classes com as quais se pode trabalhar em uma Álgebra de Boole, o Sistema de Boole doravante utilizado será considerado como sendo uma Álgebra a dois valores; ou seja, tomar-se-á o sistema em questão como sendo correspondente a um cálculo de classes supondo que qualquer classe é coextensa ou com a classe universal (**1**) ou com a classe nula (**0**); sendo que, por tal restrição, advém o princípio: dada a Álgebra de Boole **(B, +, ·)**, $\forall$ **x** $\in$ **B**, ou **x = 1** ou **x = 0**; onde tais valores são mutuamente excludentes. Neste sentido, as equações **x = 1** e **x = 0** passam a compor, necessariamente, respectivamente, as assertivas **x é verdadeiro** e **x é falso** (conforme consagrado em Lógicas Bivalentes).

Da restrição acima estabelecida, resulta afirmar, sem prejuízo da forma, que as estruturas de uma Álgebra Booleana a dois valores podem ser correlacionadas com as do Cálculo Proposicional (em Lógica Matemática); ou seja, pode-se aplicar, por estrita analogia, as operações fundamentais do Cálculo dos Enunciados aos elementos de um tal sistema.

No Cálculo Sentencial (em Lógica Matemática), diga-se, tem-se a partir das proposições simples bivalentes **p** e **q** (regidas pelos Princípios da Identidade, Não-Contradição e Terceiro Excluído) estruturado seis classes fundamentais de fórmulas proposicionais; quais sejam: Negação ($\sim$**p**, $\sim$**q**), Conjunção (**p** $\wedge$ **q**), Disjunção Inclusiva (**p** $\vee$ **q**), Disjunção Exclusiva (**p** $\veebar$ **q**), Condicional (**p** $\rightarrow$ **q**) e Bicondicional (**p** $\leftrightarrow$ **q**). Cada uma das proposições simples **p** e **q** apresentam tão-somente dois valores lógicos, a Verdade (**V**) ou a Falsidade (**F**), que se excluem mutuamente.

Assim, o valor lógico da proposição **p** (**V(p)**) poderá ser a Verdade (**V**) ou a Falsidade (**F**) e não ambos; isto é **V(p) = V** ou exclusivamente **V(p) = F**. Dada a bivalência sentencial tem-se, também, que cada uma das fórmulas proposicionais apresentará um único valor lógico Verdade (**V**) ou exclusivamente Falsidade (**F**). Tomando-se, em conseqüência, os possíveis arranjos de valores lógicos das proposições **p** e **q** (quatro arranjos binários de valores **V** e **F**), tem-se os seguintes resultados, quais sejam:

p	q	~p	~q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \veebar q$	$p \rightarrow q$	$p \leftrightarrow q$
V	V	F	F	V	V	F	V	V
V	F	F	V	F	V	V	F	F
F	V	V	F	F	V	V	V	F
F	F	V	V	F	F	F	V	V
				F1	F2	F3	F4	F5

TABELA 1

Maiores informações sobre o Cálculo Proposicional, (informe-se), poderão ser obtidas através da Tecnologia & Humanismo de número 11, onde no artigo Lógica Matemática - Um sistema científico de raciocínio são estabelecidas considerações mais detalhadas sobre a estruturação do Cálculo em questão.

Da análise sobre a Álgebra Booleana anterior, observou-se que o referido sistema baseia-se, fundamentalmente, em três operações entre classes, quais sejam: (Complementação), · (Multiplicação Lógica) e + (Adição Lógica).

A Complementação tem a função lógica de Contradição ao nível bivalente. Isto significa dizer que se, por exemplo, a classe **x** corresponde à classe universal **1**, a classe complementar **x** corresponderá à classe nula **0.** Mas, em Lógica Matemática, a Contradição de uma proposição **p** é a proposição **~p**. E, portanto, se o valor lógico do enunciado **p** é a Verdade (**V**) (isto é: **V(p) = V**), então o valor lógico do enunciado **~p** será a Falsidade (**F**) (isto é: **V(~p) = F**) e vice-versa.

O Produto Lógico e a Soma Lógica, como já mencionado, correspondem, respectivamente, à Conjunção ($\wedge$) e à Disjunção Inclusiva ($\vee$) de proposições do Cálculo dos Enunciados. Como as classes **x** e **y** em uma Álgebra Booleana a dois valores corresponderão, exclusivamente, a um dos valores **1** ou **0**, então é possível a partir da tabela 01 e da correlação existente entre as operações da Álgebra de Boole e da Lógica Matemática estabelecer a seguinte tabela de resultados para as Operações Booleanas, qual seja:

x	y	x'	y'	x . y	x + y
1	1	0	0	1	1
1	0	0	1	0	1
0	1	1	0	0	1
0	0	1	1	0	0
				F6	F7

TABELA 2

No Cálculo Sentencial tem-se estabelecido que qualquer fórmula proposicional pode ser levada a uma forma logicamente equivalente constituída quando muito dos operadores lógicos Negação, Conjunção e Disjunção Inclusiva; sendo que tais formas dizem-se Formas Normais. Tomando-se, assim, as relações de equivalência lógica (simbolizadas por $\Leftrightarrow$) pode-se escrever a Condicional, a Bicondicional e a Disjunção Exclusiva em função apenas dos três primeiros operadores lógicos; isto é, tem-se que: $\mathbf{p \rightarrow q \Leftrightarrow \sim p \vee q}$; $\mathbf{(p \leftrightarrow q) \Leftrightarrow (\sim p \vee q) \wedge (\sim q \vee p)}$ e $\mathbf{p \veebar q \Leftrightarrow \sim(p \leftrightarrow q) \Leftrightarrow (p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim p)}$.

Das equivalências referenciadas, pode-se afirmar, sem abuso de linguagem, que o Cálculo Proposicional (em Lógica Matemática) é estruturado a partir de apenas três operações basilares: Negação, Conjunção e Disjunção Inclusiva (sendo a Álgebra Booleana, por extensão, constituída, a rigor, de apenas três operações correspondentes: Complementação, Produto Lógico e Soma Lógica).

Dessa forma, por analogia, pode-se estabelecer que as fórmulas proposicionais F3, F4 e F5 do Cálculo Sentecial corresponderiam, respectivamente, às equações booleanas estruturadas por: $\mathbf{(x \cdot y') + (y \cdot x')}$; $\mathbf{x' + y}$ e $\mathbf{(x' + y) \cdot (y' + x)}$.

Saliente-se que a Álgebra da Lógica, além de corresponder ao fundamento matemático da análise, dá origem, como salientado inicialmente, à denominada

"Lógica Digital", a qual constitui o projeto dos circuitos de interruptores ou circuitos de comutação que compõem os sistemas digitais (ou ainda, aos problemas de construção e análise de redes elétricas); sendo tal sistema denominado Álgebra dos Interruptores ou Álgebra de Comutação. A estruturação do sistema em pauta advém da existência de importantes analogias existentes entre o Cálculo Lógico (ao nível da Lógica Matemática ou da Álgebra Booleana) e as Redes Elétricas; as quais na seqüência passam a ser analisadas.

Como acima estabelecido, existe uma relação entre a Lógica Matemática e a Álgebra Booleana. A partir desta fase do estudo passar-se-á a estabelecer uma relação entre a Álgebra de Boole e as Redes Elétricas; o que, por transitividade, conduzirá a uma relação, ou a bem da verdade, a uma aplicação da Lógica das Proposições Bivalentes à Lógica Digital.

As equações booleanas, conforme sistematizado anteriormente, caracterizam-se por possuírem um dos valores **1** ou **0**, (que correspondem, em Lógica Matemática, aos valores lógicos Verdade (**V**) ou Falsidade (**F**)) e, por sua vez, as Redes Elétricas têm a característica de passagem ou não de corrente elétrica por elas. Os resultados das equações booleanas dependem das operações realizadas entre os valores das respectivas classes com as quais opera. As Redes Elétricas são conexões de contatos (ou comutadores) cujo estado aceso ou apagado vem caracterizar a passagem de corrente elétrica; sendo, portanto, também, um sistema bivalente. Desta forma, obviamente, pode-se sistematizar o estudo de máquinas elétricas estabelecendo-se a correlação entre os impulsos elétricos e os "valores lógicos".

As formas de interconexão de uma ou mais equações booleanas reduzem-se ao Produto Lógico e à Soma Lógica. Já os modos de interconexão dos contatos em Redes Elétricas reduzem-se à disposição em série e em paralelo. Saliente-se que um contato (ou comutador), qualquer que seja a forma tecnológica de sua construção e a matéria que é constituído, é caracterizado por possuir dois estados: aceso - permite pas-sagem de corrente elétrica; apagado - não permite a passagem de corrente elétrica; sendo que ao primeiro associa-se o estado lógico **1** e ao segundo o estado lógico **0**.

Pode-se dizer, portanto, sem prejuízo da técnica, que existem dois "estados lógicos" quando se analisam Redes Elétricas (de forma análoga à Álgebra da Lógica); quais sejam: o estado lógico **1** e o estado lógico **0**. Fisica-mente, entretanto, tais estados estão asso-ciados à posição de um interruptor ligado a um ponto de um dado circuito elétrico. Ou seja, o estado lógico **1** passa a indicar o correspondente ao interruptor fechado; isto é, quando o interruptor encontra-se fechado o mesmo permite que a corrente flua através do ponto onde este se encontra. Por outro lado, o estado lógico **0** relaciona-se ao interruptor aberto e, conseqüentemente, nenhuma corrente pode passar pelo ponto considerado. Assim, por esta analogia, relativamente simples, atinge-se extraordinários recursos técnicos para a avaliação instrumental neste campo do conhecimento.

Para efeito de ilustração, considere a seguir a figura 01 onde está representado, esquematizadamente, o mais simples dos circuitos elétricos, o qual é composto de um único contato **S1** (poder-se-ia supor, por exemplo, que a corrente elétrica proveniente de uma determinada fonte **A** entre pela esquerda da linha e se dirija para a direita passando por uma lâmpada **L**, a qual se acenderá ou não conforme a situação (ligado ou desligado) do contato (chave **S1**).

Obviamente, quando o contato (interruptor ou chave) está ligado (figura 02), em condição de circulação de corrente elétrica, **L** se acende e, por outro lado, quando o interruptor está desligado (figura 01), impedindo a circulação de corrente elétrica, **L** permanece apagada. Assim, pelas analogias estabelecidas, tem-se que o estado lógico **1** pode ser atribuído quando **L** está acesa e o estado lógico **0** quando **L** está apagada. Isto é, tem-se que:

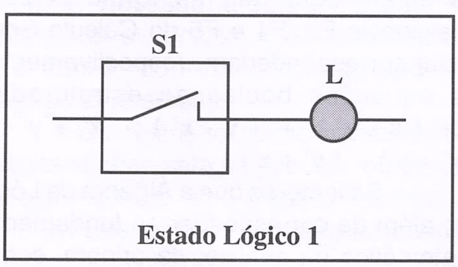

FIGURA 01

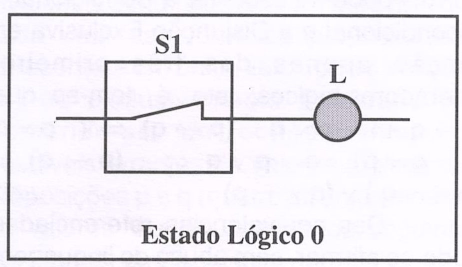

FIGURA 02

Assim, as funções booleanas descritas, inicialmente, sob a forma algébrica, podem ser associadas, fisicamente, aos diversos circuitos elétricos. Nesta introdução, ressalte-se, serão apresentadas unicamente considerações sobre a associação das equações booleanas aos circuitos básicos denominados AND, OR, NO, NAND e NOR.

Partindo-se, pois, da correlação inicial (condução de corrente associada aos estados lógicos), considere um circuito constituído de dois interruptores **S1** e **S2** ligados em série (figura 03); isto é, tal que exista um único caminho para a corrente percorrer através de **S1** e **S2**.

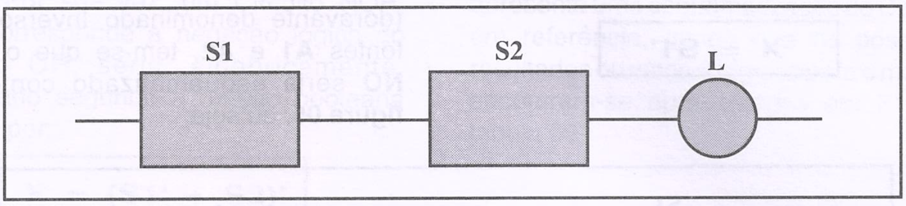

FIGURA 03

Analisando o esquema da figura 03, observa-se que **L** somente se acenderá quando os dois contatos, **S1** e **S2**, estiverem ligados. Mas, se **L** estiver acesa, haverá condução plena de corrente elétrica, gerando o estado lógico **1**. Contudo, se ao menos um dos contatos estiver desligado, **L** permanecerá apagada, o que conduz ao estado lógico **0**. Tais conseqüências vêm, assim, corroborar os resultados de F6 (na tabela 02) onde as classes algébricas **x** e **y** passam a corresponder aos estados de ligado e desligado dos contatos **S1** e **S2**, respectivamente. Os circuitos elétricos com as características estruturais do acima descrito passam a denominar-se Circuitos AND e a respectiva análise processa-se conforme F8 na tabela 03. Em termos do Cálculo Proposicional, observe-se, também, que os Circuitos AND correspondem à Conjunção Lógica de proposições; já que os estados lógicos **V** e **F** da Lógica Matemática correlacionam-se com os estados booleanos **1** e **0**. Portanto, o Circuito AND está associado à função booleana:

$$\boxed{X = S1 \cdot S2}$$

Admita-se, em seguida, que os interruptores **S1** e **S2** estejam ligados em paralelo; isto é, que a corrente tenha dois caminhos a seguir (conforme é ilustrado na **figura 04**).

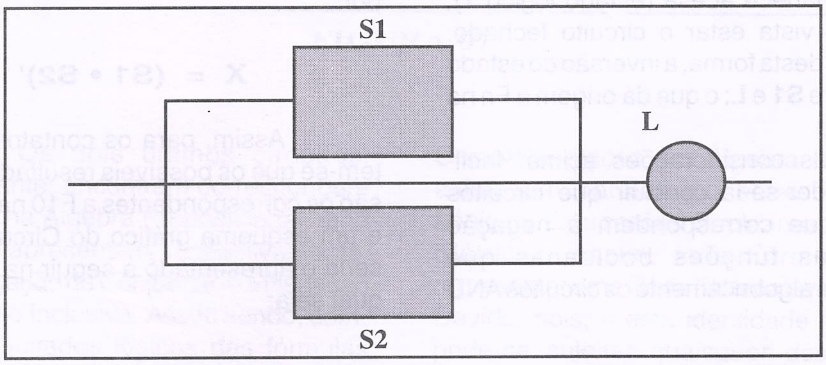

FIGURA 04

No circuito acima (figura 04), se ao menos um dos contatos estiver ligado **L** se acenderá, uma vez que a corrente elétrica pode fluir. Contudo, se ambos os interruptores estiverem desligados **L** permanecerá apagada; porquanto não é possível a passagem de corrente. Das analogias já consideradas, tem-se que o circuito em questão pode ser estudado, algebricamente, através da Soma Lógica, dado que para os estados lógicos **1** e **0** os resultados possíveis correspondem aos apresentados por F7 na tabela 02; sendo, também, correspondente aos de F2 na tabela 01, ou seja, à Disjunção Inclusiva em Lógica Matemática.

Os Circuitos, ou Redes Elétricas saliente-se, que se comportam conforme o acima citado recebem a denominação de Circuitos OR; cujos resultados são correlatos aos apresentados por F9 na tabela 03 e formalizados conforme a seguinte equação booleana, qual seja:

$$\boxed{X = S1 + S2}$$

ERRATA

REVISTA TECNOLOGIA & HUMANISMO - NÚMERO 15

➩ ***<u>Página 33</u>:***

No lugar de:

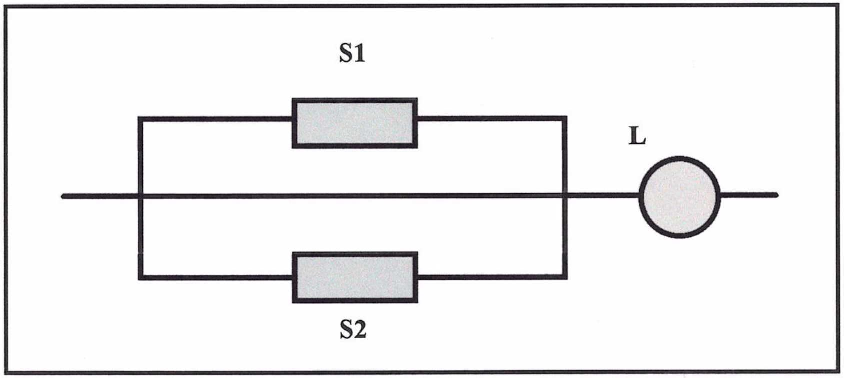

FIGURA 04

Considerar:

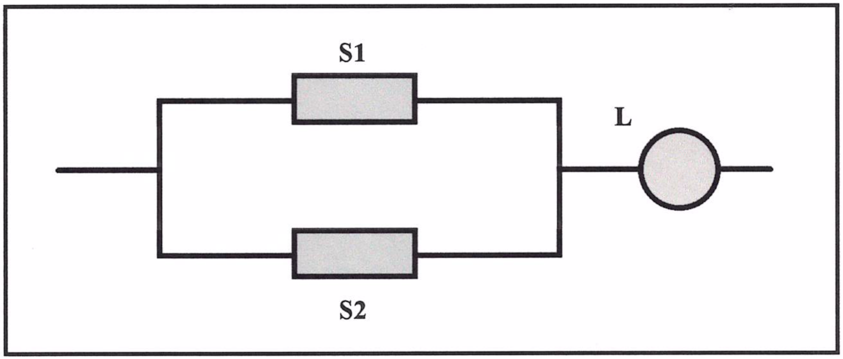

FIGURA 04

Tomando-se, em contraposição, um circuito elétrico que apresente função inversa daquele considerado nas figuras 01 ou 02, ter-se-á o circuito lógico análogo às funções da Complementação em Lógica Booleana (ou às funções da Negação em Lógica Matemática). Um tal circuito é denominado Circuito NO e sua função booleana correspondente será dada por:

$$\boxed{X = S1'}$$

O circuito NO deve inverter os resultados lógicos dos circuitos considerados nas figuras 01 ou 02; isto é, deve apresentar um dispositivo de inversão dos estados lógicos **1** e **0**. O que significa dizer que quando **L** estiver acesa no primeiro, estará apagada no segundo e vice-versa.

Assim, admitindo-se um dispositivo capaz de inverter os estados lógicos (doravante denominado Inversor) e as fontes **A1** e **A2**, tem-se que o circuito **NO** seria esquematizado conforme a **figura 05**, ou seja:

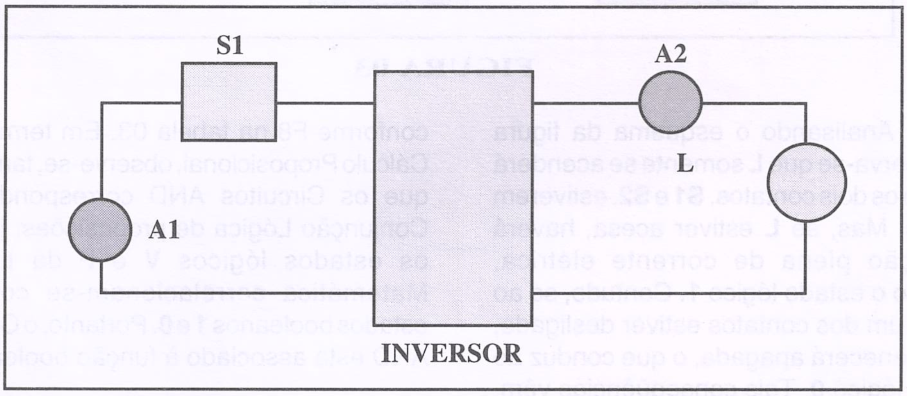

FIGURA 05

Deste modo, quando **S1** está ligado (estado lógico **1**), tem-se que **L** encontra-se apagada (estado lógico **0**), uma vez que se cria um campo magnético que atrai a lâmina do circuito da lâmpada **L** através do Inversor. Já, quando **S1** está desligado (estado lógico **0**), **L** permanece acesa (estado lógico **1**), tendo em vista estar o circuito fechado. Opera-se, desta forma, a inversão do estado lógico entre **S1** e **L**; o que dá origem a Fn na tabela 03.

Das considerações acima, facilmente poder-se-ia concluir que circuitos existem que correspondem à negação lógica das funções booleanas que formalizam algebricamente os circuitos AND e OR. Tais circuitos denominam-se, respectivamente, NAND e NOR; sendo, pois, os inversores lógicos dos Circuitos AND e OR, correspondentemente.

Um Circuito NAND, do já exposto, corresponderá à equação booleana definida por:

$$X = (S1 \bullet S2)'$$

Assim, para os contatos **S1** e **S2** tem-se que os possíveis resultados lógicos são os correspondentes a F10 na tabela 03 e um esquema gráfico do Circuito NAND seria o apresentado a seguir na figura 06, qual seja:

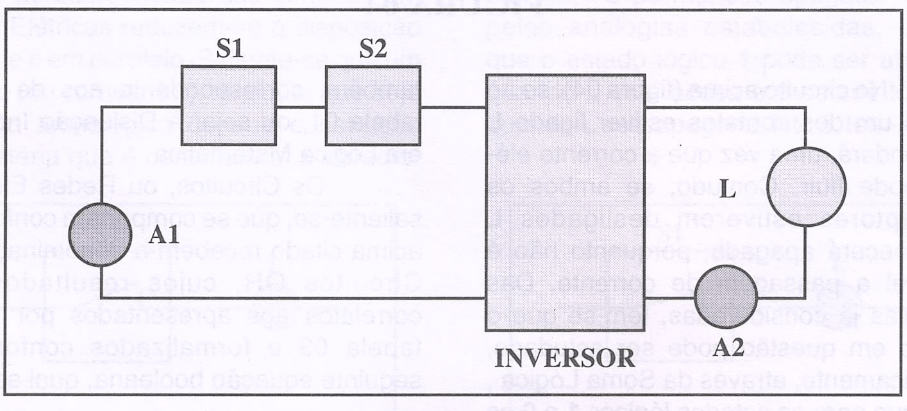

FIGURA 06

Tomando-se as leis de De Morgan, é oportuno observar que a equação booleana que vem definir o Circuito NAND poderia ser enunciada da seguinte forma:

$$\boxed{X = S1' + S2'}$$

Por sua vez, um Circuito NOR, como corresponde à negação lógica do Circuito OR, seria, algebricamente, estruturado segundo a função booleana definida por:

$$\boxed{X = (S1' + S2)'}$$

A qual, pelas leis de De Morgan, encontraria uma função booleana cuja função lógica é equivalente à sentença dada por:

$$\boxed{X = S1' \bullet S2'}$$

Em termos estruturais, a **figura 07** apresenta uma esquematização do Circuito em referência; sendo que os possíveis resultados ou valores lógicos para o mesmo encontram-se apresentados em F11 na tabela 03.

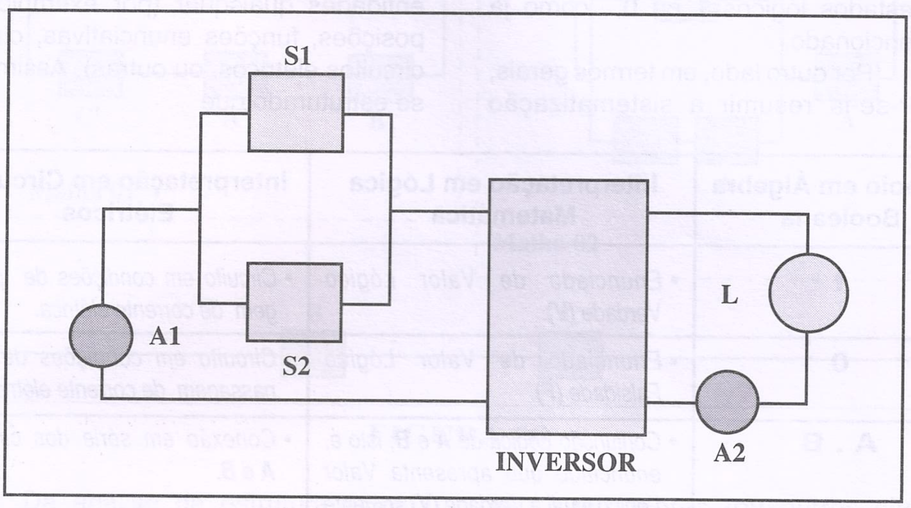

FIGURA 07

Os dois últimos circuitos, evidentemente, encontram correspondentes lógicos na Álgebra Proposicional, uma vez que se apresentam, respectivamente, como a Negação da Conjunção e a Negação da Disjunção Inclusiva. Assim sendo, compare os resultados lógicos das fórmulas proposicionais $\sim(p \wedge q)$ e $\sim(p \vee q)$, aplicando a negação sobre F1 e F2 na tabela 01, com aqueles apresentados como F10 e F11 na tabela 03.

Do exposto até este ponto resulta, portanto, afirmar que toda expressão constituída da Soma Lógica, Produto Lógico e Complementação pode representar explicitamente, fisicamente, um circuito elétrico constituído unicamente de conexões em série e em paralelo. Mas, como quaisquer fórmulas proposicionais da Lógica Matemática podem ser expressas em termos da Conjunção, Disjunção Inclusiva e Negação e, estas correspondem, logicamente, ao Produto, à Soma e à Complementação em Álgebra Booleana; existe um paralelismo entre Fórmulas Lógicas, Expressões Booleanas e Redes Elétricas. Assim, toda Fórmula pode representar uma Rede Elétrica e vice-versa. Devido, pois, a esta identidade estrutural pode-se sujeitar quaisquer dos citados sistemas a um mesmo cálculo; ou seja, devido à analogia estabelecida, todo teorema da Álgebra Proposicional (em Lógica Matemática) permanece válido quando se estuda os mesmos em correlação com os circuitos elétricos; sendo, a rigor, possível a análise e síntese de Redes Elétricas através de puras manipulações algébricas (pelo Cálculo Proposicional) a partir da formalização dos mesmos.

Em complementação ao estudo acima, considere, de forma resumida, a seguinte tabela de resultados lógicos para os correspondentes tipos de circuitos elétricos (ou Redes Elétricas), qual seja:

ERRATA
REVISTA TECNOLOGIA & HUMANISMO - NÚMERO 15

➩ ***<u>Página 35 (primeira coluna)</u>:***

No lugar de:

$$\boxed{X = (S1' + S2)'}$$

Considerar:

$$\boxed{X = (S1 + S2)'}$$

S1	S2	S1'	S2'	S1 . S2	S1 + S2	(S1 . S2)'	(S1 + S2)'
1	1	0	0	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1	0
0	1	1	0	0	1	1	0
0	0	1	1	0	0	1	1
		NO	NO	AND	OR	NAND	NOR

TABELA 3

Muito embora **S1** e **S2** tenham sido considerados como conectores (ou interruptores, ou contatos unitários), ressalte-se que os mesmos poderiam representar outros circuitos elétricos e o estudo seria processado de forma análoga. Porquanto, o ponto de relevância na análise a ser realizada é a observação dos estados lógicos **1** ou **0**, como já convencionado.

Por outro lado, em termos gerais, poder-se-ia resumir a sistematização adotada através da tabela 04, a qual apresenta as analogias possíveis entre Enunciados do Cálculo Proposicional (em Lógica Matemática), Equações da Álgebra Booleana e a Análise de Circuitos (ou Redes Elétricas).

Para tanto, sejam os elementos **A** e **B** correspondentes à formalização de entidades quaisquer (por exemplo: proposições, funções enunciativas, classes, circuitos elétricos, ou outras). Assim, tem-se estruturado que

Símbolo em Álgebra Booleana	Interpretação em Lógica Matemática	Interpretação em Circuitos Elétricos
1	• *Enunciado de Valor Lógico Verdade (V).*	• *Circuito em condições de passagem de corrente elétrica.*
0	• *Enunciado de Valor Lógico Falsidade (F).*	• *Circuito em condições de não passagem de corrente elétrica.*
A . B	• *Conjunção Lógica de **A** e **B**; isto é, enunciado que apresenta Valor Lógico igual à Verdade **(V)** somente se ambos os enunciados corresponderem à Verdade **(V)**.*	• *Conexão em série dos circuitos **A** e **B**.*
A + B	• *Disjunção Lógica de **A** e **B**; isto é, enunciado que apresenta Valor Lógico igual à Verdade **(V)** se pelo menos um dos enunciados corresponder à Verdade **(V)**.*	• *Conexão em paralelo dos circuitos **A** e **B**.*
A'	• *Negação Lógica do enunciado **A**; isto é, oposição de estados lógicos.*	• *Circuito que funciona de forma inversa do circuito **A**.*
A = B	• *Enunciados logicamente equivalentes.*	• *Circuitos que se acendem e apagam simultaneamente.*

TABELA 4

O método aqui apresentado traz significativas vantagens quanto à manipulação de Redes Elétricas; uma vez que é muito mais cômodo e menos difícil manipular uma Fórmula que uma Rede Elétrica. Além do mais, pode-se simplificar facilmente uma fórmula que represente uma Rede Elétrica, através das leis Álgebra Proposicional em Lógica Matemática.

Cabe salientar, também, que a fórmula simplificada corresponderá a uma Rede Elétrica mais simples a qual cumprirá as mesmas funções com um custo significativamente inferior. Além do mais, problemas correlacionados à configuração e planejamento de Redes Elétricas se resolvem muito mais facilmente com o suporte fornecido pela Lógica Matemática.

Neste sentido, a título de ilustração, considere a esquematização de um circuito tal qual o apresentado na **figura 08**, a saber:

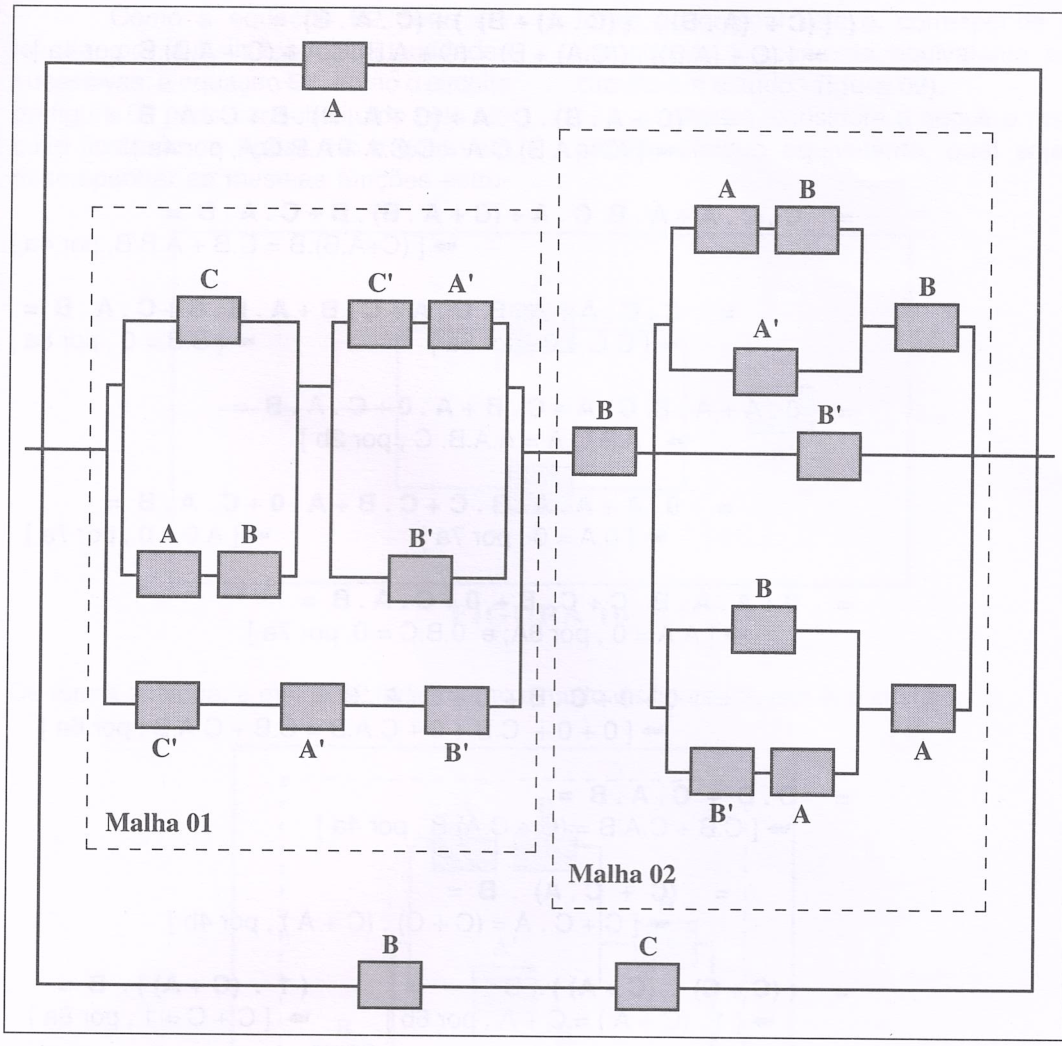

FIGURA 08

Da análise da estrutura acima, pelas convenções adotadas, resulta a seguinte equação booleana, onde **A**, **B** e **C** são interruptores (ou outros circuitos) quaisquer e **A**, **B** e **C** os correspondentes circuitos inversos, qual seja:

$$A + ((((C + (A \,.\, B)) \,.\, ((C' \,.\, A') + B')) + (C' \,.\, A' \,.\, B')) \,.\, B \,.\, (((A \,.\, B + A') \,.\, B) + ((B + B' \,.\, A) + B')) + B \,.\, C$$

(E1)

Ao deparar-se com a equação acima, a qual permite a análise funcional dos interruptores no circuito da figura 08, deve-se primeiramente, segundo as leis da Lógica Matemática, proceder à respectiva simplificação do mesmo; uma vez que pelo Princípio da Unicidade toda expressão lógica pode ser simplificada através de equivalências lógicas, levando a expressão em estudo a uma fórmula equivalente contendo, tão-somente, uma vez cada elemento componente.

Como se trata, porém, de uma equação booleana tomar-se-á sucessivas identidades (propriedades das operações booleanas entre classes apresentadas no início deste trabalho) para simplificar a equação **E1** acima considerada.

Para facilitar a compreensão quanto à simplificação da citada equação, primeiramente proceder-se-á a simplificação das malhas 01 e 02 indicadas na figura 08, para posteriormente apresentar a simplificação final. Assim, tem-se na figura 09 a malha 01 do circuito representado na figura 08; a qual, naturalmente, tem por equação booleana a expressão:

$$(((C + (A \,.\, B)) \,.\, ((C' \,.\, A') + B')) + (C' \,.\, A' \,.\, B')$$

(E2)

Desta forma, simplificando **E2**, vem que:

$$((C + (A \,.\, B)) \,.\, ((C \,.\, A) + B)) + (C \,.\, A \,.\, B) =$$

➥ $[\, (C + (A.B)) \,.\, ((C.A) + B) = (C + A.B).C.A + (C + A.B).B$, por 4a $]$

$$= (C + A \,.\, B) \,.\, C \,.\, A + (C + A \,.\, B) \,.\, B + C \,.\, A \,.\, B =$$

➥ $[\, (C + A.B).C.A = C.C.A + A.B.C.A$, por 4a $]$

$$= C \,.\, C \,.\, A + A \,.\, B \,.\, C \,.\, A + (C + A \,.\, B) \,.\, B + C \,.\, A \,.\, B =$$

➥ $[\, (C{+}A.B).B = C.B + A.B.B$, por 4a $]$

$$= C \,.\, C \,.\, A + A \,.\, B \,.\, C \,.\, A + C \,.\, B + A \,.\, B \,.\, B + C \,.\, A \,.\, B =$$

➥ $[\, C.C = 0$, por 8a $]$ ➥ $[\, B.B = 0$, por 8a $]$

$$= 0 \,.\, A + A \,.\, B \,.\, C \,.\, A + C \,.\, B + A \,.\, 0 + C \,.\, A \,.\, B =$$

➥ $[\, A.B.C.A = A.A.B.\ C$, por 2b $]$

$$= 0 \,.\, A + A \,.\, A \,.\, B \,.\, C + C \,.\, B + A \,.\, 0 + C \,.\, A \,.\, B =$$

➥ $[\, 0.A = 0$, por 7a $]$ ➥ $[\, A.0 = 0$, por 7a $]$

$$= 0 + A \,.\, A \,.\, B \,.\, C + C \,.\, B + 0 + C \,.\, A \,.\, B =$$

➥ $[\, A.A = 0$, por 8A; e $0.B.C = 0$, por 7a $]$

$$= 0 + 0 + C \,.\, B + 0 + C \,.\, A \,.\, B =$$

➥ $[\, 0 + 0 + C.B + 0 + C.A.B = C.B + C.A.B$, por 6a $]$

$$= C \,.\, B + C \,.\, A \,.\, B =$$

➥ $[\, C.B + C.A.B = (C + C.A).B$, por 4a $]$

$$= (C + C \,.\, A) \,.\, B =$$

➥ $[\, C + C \,.\, A = (C + C) \,.\, (C + A)$, por 4b $]$

$$= ((C + C) \,.\, (C + A)) \,.\, B \quad = \quad (1 \,.\, (C + A)) \,.\, B =$$

➥ $[\, 1 \,.\, (C + A) = C + A$, por 6b $]$ ➥ $[\, C + C = 1$, por 8a $]$

$$\boxed{= (C + A') \,.\, B'} \quad \text{(E3);}$$

equação esta que corresponde à expressão mais simplificada possível da equação **E2**.

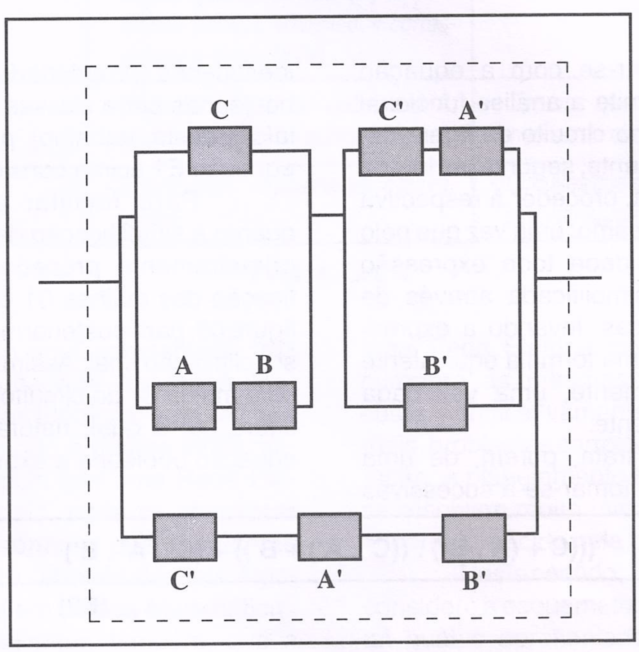

FIGURA 09

Como a equação **E2** pode ser levada, por substituição de identidades sucessivas, à equação **E3**, então o circuito da figura 09 pode ser substituído pelo circuito ilustrado na **figura 10**; o qual vem desempenhar as mesmas funções estruturais do original (isto é, corresponde a um circuito logicamente equivalente ao circuito em estudo - **figura 09**).

Assim, considere a seguir o respectivo circuito equivalente, qual seja:

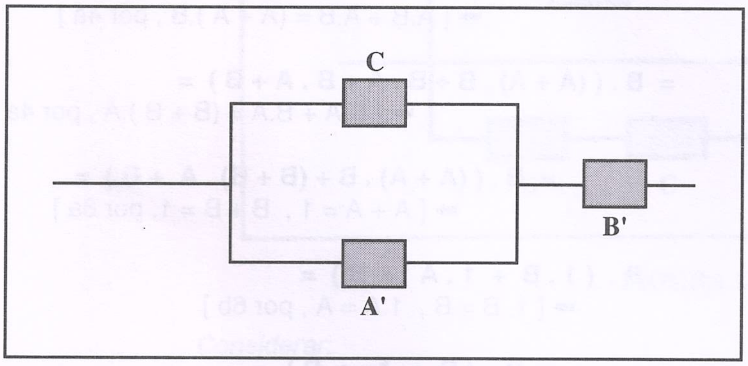

FIGURA 10

De forma análoga, a malha 02 indicada no circuito da figura 09, isto é, o circuito:

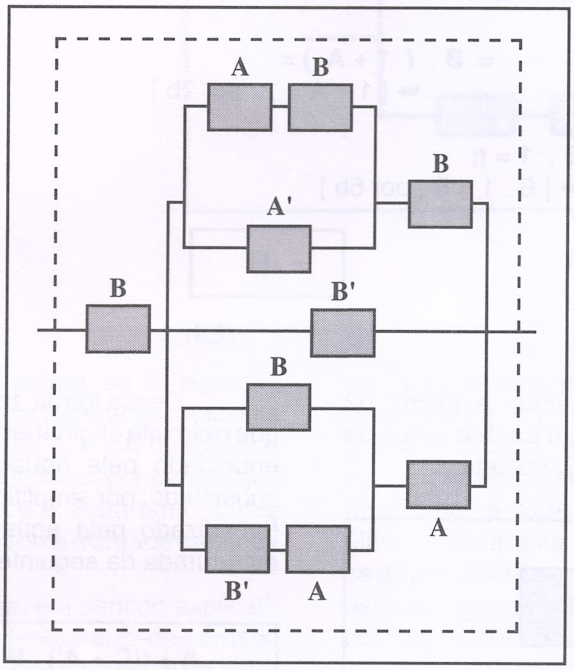

FIGURA 11

pode ser formalizado (estruturado algebricamente) pela equação booleana dada por:

$$\boxed{B\ .\ ((A\ .\ B + A')\ .\ B + (B + B'\ .\ A)\ .\ A + B')} \qquad \textbf{(E4)}$$

Equação esta que pode ser simplificada através das propriedades das operações da Álgebra Booleana da seguinte forma, qual seja:

B . ((A . B + A) . B + (B + B . A) . A + B) =
➥ [(A.B + A).B =A.B.B + A.B , por 4a]

= B . ((A . B . B + A . B) + (B + B . A) . A + B) =
➥ [B.B = B , por 5a]

$$= B . ((A . B + A . B) + (B + B . A) . A + B) =$$
➥ [= (B + B.A).A = B.A + B.A.A , por 4a]

$$= B . (A . B + A . B + B . A + B . A . A + B) =$$
➥ [A.A = A , por 5a]

$$= B . (A . B + A . B + B . A + B . A + B) =$$
➥ [A.B + A.B = (A + A).B , por 4a]

$$= B . ((A + A) . B + B . A + B . A + B) =$$
➥ [B.A + B.A = (B + B).A , por 4a]

$$= B . ((A + A) . B + (B + B) . A + B) =$$
➥ [A + A = 1 , B + B = 1, por 8a]

$$= B . (1 . B + 1 . A + B) =$$
➥ [1. B = B , 1.A = A , por 6b]

$$= B . (B + A + B) =$$
➥ [B + A + B = (B + B) + A , por 2a]

$$= B . ((B + B) + A) =$$
➥ [B + B = 1 , por 8a]

$$= B . (1 + A) =$$
➥ [1 + A = 1 , por 7b]

$$= B . 1 =$$
➥ [B . 1 = B , por 6b]

$$\boxed{= B}$$

(E5).

Conseqüentemente, a malha 02 (figura 11) do circuito em análise reduz-se ao circuito da figura 12, ou seja:

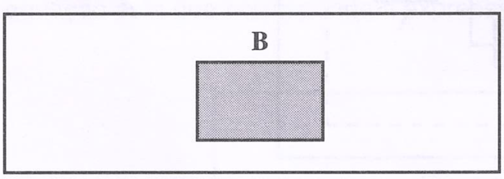

FIGURA 12

Dessa forma, tem-se estabelecido que o circuito original em estudo (figura 08), enunciado pela equação **E1**, pode ser substituído, por simplificação, pelo circuito formalizado pela equação **E6**, a qual é estruturada da seguinte forma:

$$\boxed{A + ((C + A') . B') . B + B . C}$$

(E6)

Observe, contudo, que uma tal equação, pelo Princípio da Unicidade, não se encontra na forma mais simplificada possível, dado que existe mais de uma entidade repetida na equação resultante.

Portanto, substituindo-se sucessivas identidades da Álgebra Booleana na equação **E6** tem-se formalizado que:

$$A + ((C + A) . B) . B + B . C =$$
➥ [((C + A) . B) = (C + A) . (B . B) , por 3b]

$$= A + (C + A) . (B . B) + B . C =$$
➥ [B . B = 0 , por 8b]

$$= A + (C + A) . 0 + B . C =$$
➥ [(C + A) . 0 = 0 , por 7a]

$$= A + 0 + B \cdot C =$$

➥ [$A + 0 + B \cdot C = (A + B \cdot C) + 0$, por 2a]

$$= (A + B \cdot C) + 0 =$$

➥ [$(A + B \cdot C) + 0 = A + B \cdot C$, por 6a]

$$\boxed{= (A + B \cdot C)}$$

(E7)

Da equação **E7**, tem-se, pelo referencial teórico aqui estabelecido, o circuito representado na figura 13; circuito este que pode substituir o circuito objeto de estudo (figura 08) cumprindo as mesmas funções (isto é, tem-se na figura 13 o equivalente lógico do circuito da figura 08).

Entretanto, a despeito dos resultados finais serem idênticos em ambos os circuitos, é natural concluir, obviamente, que o equivalente funcional obtido (figura 13) é muito mais simples de ser estruturado e analisado; sendo, também, seu custo de implementação muito menor em relação ao original considerado. Estas são algumas das vantagens do método aqui exposto.

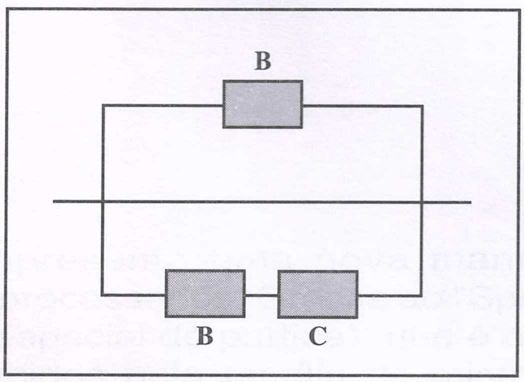

FIGURA 13

Do circuito acima, ou da equação booleana **E7**, pode-se facilmente analisar a função dos elementos **A**, **B** e **C** quanto aos resultados possíveis correspondentes aos estados lógicos **1** ou **0**. Para tanto, basta tomar a tabela-função-de-verdade da citada equação.

Ressalte-se, em sentido explicativo, que a correspondente matriz-de-verdade deverá considerar $2^3 = 8$ arranjos de valores **1** ou **0**; uma vez que três são as entidades relacionadas na equação booleana em referência (isto é, **A**, **B** e **C**).

Assim, considere a citada tabela-função-de-verdade (tabela 05), onde na última coluna, dita coluna-resultado, tem-se as possibilidades de solução a partir dos estados lógicos de **A**, **B** e **C** e das operações booleanas entre os mesmos, qual seja:

A	B	C	B . C	A + (B . C)
1	1	1	1	1
1	1	0	0	1
1	0	1	0	1
1	0	0	0	1
0	1	1	1	1
0	1	0	0	0
0	0	1	0	0
0	0	0	0	0

TABELA 5

ERRATA

REVISTA TECNOLOGIA & HUMANISMO - NÚMERO 15

➩ **Página 41:**

No lugar de:

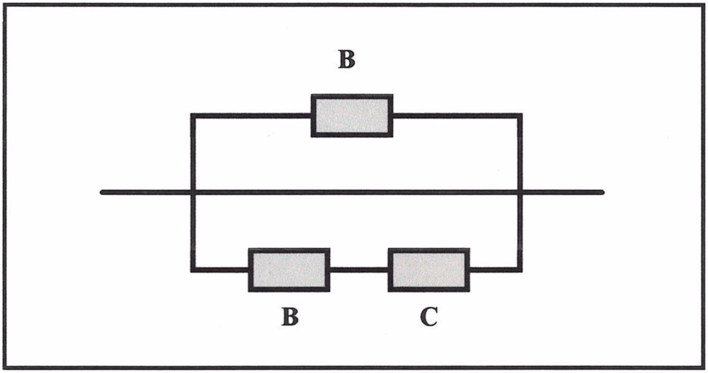

FIGURA 13

Considerar:

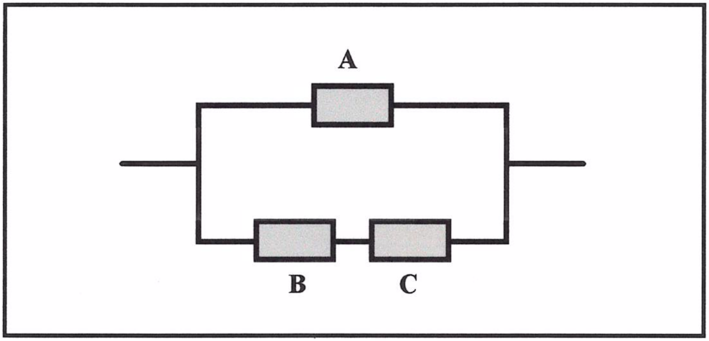

FIGURA 13

A sistematização apresentada neste estudo constitui, sem dúvida alguma, um poderoso instrumento para a análise de Redes Elétricas. Contudo, a Lógica de Circuitos ou Lógica Digital constitui a base de outras Lógicas, como, por exemplo, a Lógica de Computadores. Também deve-se enfatizar, uma vez mais, que as considerações até aqui apresentadas sobre o estudo lógico do comportamento de determinados circuitos elétricos correspondem a uma das inúmeras aplicações do pensamento abstrato sistematizado em Lógica Matemática ou em Álgebra Booleana; as quais em outras oportunidades poderão ser exploradas.

O método de análise exemplificado neste estudo engloba, certamente, uma série de outras conseqüências, as quais não podem ser consideradas na delimitação deste conjunto sem adentrar-se em nível de detalhamento incompatível com o propósito de sua apresentação; pois que os extraordinários recursos técnicos de que dispõe a Lógica Matemática para a análise das mais variadas e complexas formas de argumentação (abstrata e/ou física) dedutiva ou indutiva, vão muito além do aqui exposto e apresentam uma importância instrumental inegável em todos os campos do saber.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS:

- CIANFLONE, Franco. *L'Algebra di Boole i e circuiti logici*. Milano, Etas Libri SPA, 1978.
- DIAS, Carlos Magno Corrêa. *Lógica Matemática: um sistema científico de raciocínio.* Revista Tecnologia & Humanismo do CEFET-PR, Curitiba, 1993, vol. 11, 48 p.
- FLEGG, H. Graham. *Boolean algebra and its applications*. Blackie: London and Glasgow, 1964.
- HAMILTON, A. G. *Logic for Mathematicians*. Cambridge Univ. Press, 1978.
- MATES, Benson. *Elementary Logic*. Oxford Univ. Press, 1972.
- MENDELSON, E. *Introduction to Mathematical Logic*. Wadsworth & Brooks, 1987.
- SUPPES, P. *Introduction to Logic*. Princeton Univ. Press, 1975.
- WHITESITT, J. Eldon. *Boolean algebra and its applications*. Addison Wesley, 1961.