Revista Gestão Industrial
ISSN: 1808-0448
http://periodicos.utfpr.edu.br/revistagi

Otimização de cortes bidimensionais em chapas através da aplicação de modelos matemáticos

Cassiano Rodrigues Moura
cassiano.moura@ifsc.edu.br
Instituto Federal de Santa Catarina (IFSC), Jaraguá do Sul, SC, Brasil

José Vitor Krsyscyk
fabricacao20142@gmail.com
Instituto Federal de Santa Catarina (IFSC), Jaraguá do Sul, SC, Brasil

Gerson Ulbricht
gerson.ulbricht@ifsc.edu.br
Instituto Federal de Santa Catarina (IFSC), Jaraguá do Sul, SC, Brasil

Gil Magno Portal Chagas
gilchagas@ifsc.edu.br
Instituto Federal de Santa Catarina (IFSC), Jaraguá do Sul, SC, Brasil

RESUMO

Neste trabalho são apresentados dois modelos matemáticos de otimização com a finalidade de minimizar o desperdício de material no processo de corte de chapas, sendo um modelo com a prática de utilização de estoque e outro sem estoque (com a demanda exata). No primeiro momento foram encontrados manualmente vinte diferentes padrões de cortes e conforme a demanda pré-estabelecida foram selecionados quais padrões e suas respectivas quantidades deveriam ser utilizadas em cada teste. Para validar qual o melhor modelo matemático entre os dois desenvolvidos, quatro instâncias de teste foram realizadas com cinco testes em cada instância e com valores de demanda criados aleatoriamente. Os testes demonstraram que o modelo matemático sem a prática do estoque foi menos eficiente, em alguns casos apenas igualando-se ao outro modelo criado, porém para algumas aplicações específicas, a prática do estoque não é vantajosa. Isto ocorre com o modelo sem estoque principalmente porque o programa precisa utilizar padrões de corte com alta taxa de desperdício para atender a demanda exata estabelecida, diminuindo a possibilidade de gerar menos desperdício. O trabalho foi inspirado no corte de chapas na indústria, mas o modelo pode ser implementado em qualquer ramo onde haja a necessidade de melhorar o processo produtivo, sendo os dois modelos utilizados como uma ferramenta que auxilia na tomada de decisões nos processos de cortes.

PALAVRAS-CHAVE: Cortes bidimensionais. Modelos de otimização. Minimização de perdas.

INTRODUÇÃO

Para que uma indústria possa permanecer atuante no mercado competitivo, é necessário que se busque meios para reduzir custos sem perder a qualidade do produto. Um destes custos envolve o desperdício de matéria-prima, causado tanto pela compra de materiais na quantidade incorreta, bem como por processos não adequados de utilização destes materiais adquiridos, ocasionando excesso de refugos.

Este trabalho estuda o processo de cortes bidimensionais envolvendo dimensões de comprimento e largura, o que pode ser aplicado em situações que envolvem a fragmentação de chapas de modo a atender as demandas existentes voltadas ao processo produtivo.

Abordando as dificuldades envolvidas com cortes de materiais nas indústrias pode-se buscar minimizar os desperdícios, através de ferramentas que auxiliam na tomada de decisões, que utilizam métodos e algoritmos matemáticos e que ainda são pouco utilizados pelas empresas, porém essa utilização vem aumentando com o passar dos anos. A complexidade do problema com o corte bidimensional de materiais parece muito simples se for analisada superficialmente, mas à medida que aumentam as variáveis de peças cortadas o problema aumenta significativamente. Em um problema matemático envolvendo corte bidimensional, deve-se possuir uma Função Objetivo traçada, em uma determinada aplicação considerando suas limitações e que deste ponto seja gerado um modelo de otimização que se encaixe nos padrões necessários, que assim auxiliem na tomada de decisões em aplicações específicas.

No presente trabalho foi realizado um estudo referente a cortes de chapas, com o objetivo de estruturar um método matemático de auxílio à decisão para aplicar no processo de cortes bidimensionais, de modo a buscar a redução do desperdício de matéria-prima, para isso serão utilizados modelos de otimização linear, buscando assim contribuir na tomada de decisões na indústria.

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

PESQUISA OPERACONAL - PROBLEMAS DE CORTES

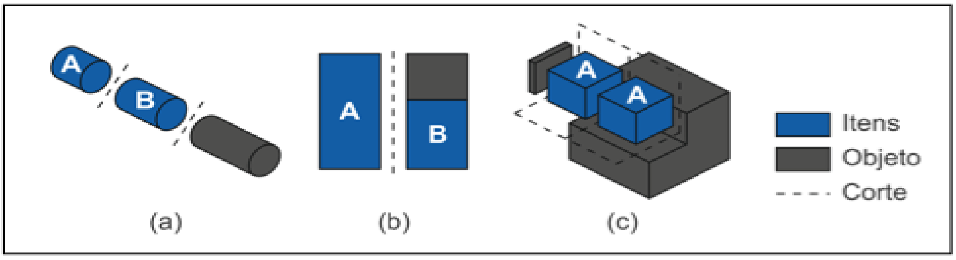
Arenales *et al.,* (2007) definem a Pesquisa Operacional como sendo a ciência que busca desenvolver métodos científicos com o auxílio de ferramentas quantitativas, tornando-se a base para a tomada de decisões e solução de problemas. Segundo os autores, está associada a métodos e princípios de modelagem de problemas para a tomada de decisão através da utilização de técnicas para auxiliar e modelos matemáticos. Conforme seu próprio nome já descreve, Pesquisa Operacional está relacionada ao desenvolvimento de pesquisas sobre operações. Diversas organizações a utilizam na tentativa de compreender e atingir problemas, direcionando os mesmos para uma otimização da administração das atividades (HILLIER *et al.,* 2013).

Uma das principais áreas de estudo e aplicação da Pesquisa Operacional são os chamados Problemas de Cortes, que consistem em utilizar padrões de cortes de modo a atender a demanda desejada com a mínima quantidade de desperdício de material possível, obtendo maiores resultados com relação à lucratividade em tempo de processos e economia de matéria-prima, contribuindo de forma importante para problemas ligados ao meio ambiente. (ARENALES *et al.*, 2007). Conforme Hoffmann *et al.*, (2015), "os problemas de cortes são classificados de acordo com as dimensões importantes para o processo e, em resumo, podem ser unidimensionais, bidimensionais ou tridimensionais".

Para Wavrzynczak (2015), os cortes unidimensionais consideram o desperdício em apenas uma direção. Como exemplo tem-se o corte de tubos, de bobinas e de barras de ferro. Problemas de cortes bidimensionais consideram o desperdício em duas dimensões, como no corte de chapas de modo geral ou de tecidos por exemplo. Já problemas de cortes tridimensionais têm o foco na redução de desperdício em três dimensões, como por exemplo, no carregamento de caixas em contêineres, de modo a minimizar a existência de espaços vazios, buscando o melhor encaixe possível dos itens armazenados.

A Figura 1 mostra as três dimensões que podem ser consideradas em problemas de cortes, onde (a) ilustra cortes unidimensionais, (b) bidimensionais, e (c) tridimensionais.

Figura 1 - Dimensões em problemas de cortes



Fonte: HOFFMANN *et al.* (2015)

Trabalhos recentemente publicados, mostram que a aplicação de modelos de otimização em problemas de cortes, têm sido foco constante de pesquisas. Cunha e Ferreira (2005) apresentaram um estudo de estruturas de vizinhança baseada em grafos de visibilidade com o objetivo a sua aplicação em problemas de cortes e empacotamento retangulares bidimensionais. Morabito e Pureza (2006) desenvolveram um método de busca de padrões de corte para aplicação em um problema de cortes bidimensionais guilhotinados. Gampert (2014) apresentou um estudo de caso e propôs uma solução computacional através de dois estágios para um problema de corte bidimensional, com algoritmos genéticos e com a heurística genética. Neto e Hoto (2015) abordaram um problema de corte de estoque, analisando a eficácia de modelos matemáticos, considerando critérios de avaliação pré-estabelecidos, chegando a conclusão que embora todos os métodos de resolução apresentem soluções factíveis, satisfatórias e pouco discrepantes em alguns casos, a escolha do melhor método de resolução para um problema de corte de estoque não é trivial, pois envolve a análise simultânea de diversos critérios.

Wavrzynczak (2015), desenvolveu um modelo de otimização voltado a cortes unidimensionais, envolvendo o processo de fragmentação de barras metálicas, onde se notou após aplicação do método, uma melhoria significativa na redução de desperdícios. Souza (2016) aprimorou o trabalho de Wavrzynczak (2015), criando um algoritmo computacional para a geração de padrões de cortes, vindo assim a facilitar o trabalho da busca de padrões, o que é um trabalho exaustivo. Os trabalhos desenvolvidos por esses autores citados abordaram o problema envolvendo cortes unidimensionais. O diferencial deste trabalho, em relação aos desenvolvidos anteriormente, é que este trata de cortes bidimensionais. Diante disso observa-se que para a resolução dessa classe de problemas é necessário o estudo e desenvolvimento de modelos matemáticos de otimização.

Modelos e métodos de otimização

O primeiro passo para o desenvolvimento de um problema de otimização é a compreensão do problema como um todo. A partir daí, parte-se para a fase de modelagem do problema. Para Silva *et al.* (1998), uma das etapas mais complicadas de um estudo de modelo linear é construir o modelo matemático.

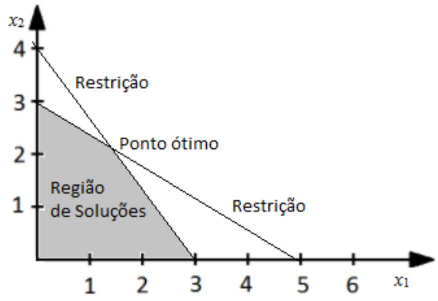
Segundo Goldbarg e Luna (2005), os modelos de Pesquisa Operacional possuem uma estruturação lógica e são amparados por ferramentas matemáticas de representação, com um objetivo claro, o qual se fundamenta em determinar quais são as melhores condições para o funcionamento dos sistemas representados. Os modelos de otimização desenvolvidos na área Pesquisa Operacional, para serem resolvidos precisam recorrer à métodos que envolvem Programação Matemática, que consistem em metodologias para a resolução de problemas, as quais são computacionalmente implementadas. Silva *et al*. (1998), cita “uma das técnicas mais utilizadas na abordagem de problemas na Pesquisa Operacional é a programação linear”. A programação linear envolve um conjunto de funções, sendo todas lineares, ou seja, funções de 1º grau e de várias variáveis.

Segundo Cardoso (2011), o objetivo da programação linear é obter a melhor solução possível para os problemas representados. Assim, o termo “Programação” indica que existe um planejamento para as atividades, e “Linear” representa a linearidade nas equações envolvidas na modelagem do problema. Um modelo matemático de Programação Linear é composto de uma Função Objetivo, que representa os valores a serem otimizados (maximizados ou minimizados), e de restrições técnicas, que se referem às limitações do modelo, ANDRADE, 2011; SILVA *et al*., 1998). Problemas de otimização linear de pequeno porte (2 variáveis) podem ser resolvidos graficamente. Já problemas com um maior número de variáveis necessitam de métodos algébricos, neste caso, destaca-se o método Simplex.

Método gráfico

O método gráfico permite a visualização do modelo matemático, criando uma região de soluções formada em um modelo linear, pelas retas que representam as restrições técnicas. Conforme Silva *et al.* (1998), essa técnica consiste em representar num sistema de eixos ortogonais o conjunto das possíveis soluções do problema, isto é, o conjunto de pontos que obedecem ao grupo de restrições impostas pelo sistema em estudo. Pode-se identificar e avaliar o desempenho do modelo conforme a representação gráfica da Função Objetivo. Cada solução obtida é classificada de acordo com sua respectiva posição no gráfico, onde se busca pela melhor das soluções obtidas, ou seja, a solução ótima. A Figura 2 mostra um gráfico com duas variáveis (x_1 e x_2), bem como, as retas que representam as restrições técnicas.

Figura 2 - Dimensões em problemas de cortes



Fonte: Autoria própria (2019)

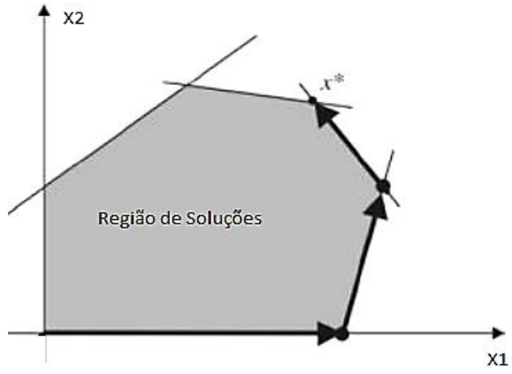
O método gráfico pode ser utilizado em problemas simples, somente a título de estudos, pois pode envolver no máximo 2 variáveis. Gráficos com 3 variáveis teriam que ser representados em um sistema tridimensional, o que acabaria por tornar complexa sua análise. Segundo Cardoso (2011), o método gráfico tem grande importância para a resolução dos problemas, por permitir a visualização do método algébrico de uma forma geral, método este que consiste em analisar o vértice do polígono buscando o melhor valor possível para a função objetivo, o que consistiria nesse caso, na solução ótima do problema de otimização.

Método simplex

O método Simplex pode ser utilizado em problemas com mais de duas variáveis e com uma maior complexidade de resolução. Segundo Goldbarg e Luna (2005), o método Simplex é baseado em processos algébricos, onde se utiliza de um método iterativo para determinar a solução ótima de um problema. Cardoso (2011), também afirma que o Método Simplex é um procedimento algébrico e iterativo que busca pela solução exata de um problema de otimização, o que viabiliza sua implementação em programas rápidos e eficientes. Atualmente é possível analisar sistemas com números cada vez maiores de variáveis, permitindo a solução de problemas com milhares ou até milhões de variáveis de decisão.

O algoritmo utilizado parte de uma solução viável do sistema conforme suas restrições, geralmente esta solução viável do sistema de equações é o extremo (vértice), e a partir desta solução identifica possíveis novas soluções viáveis iguais ou melhores as que já foram encontradas conforme mostra a Figura 3.

Figura 3 - Teste dos pontos extremos (vértices) pelo método Simplex



Fonte: http://wwwp.fc.unesp.br/~adriana/Pos/PO4.pdf - Acesso em 10/08/2017

Segundo Hillier *et al.* (2013), utiliza-se o método Simplex quando é inviável encontrar a solução pelo método gráfico, já que o número de equações a resolver seria muito elevado para encontrar o melhor valor para a Função Objetivo. O método Simplex baseia-se num processo iterativo, que envolve a inversão sucessiva de matrizes. Durante as iterações são encontradas soluções parciais do modelo matemático que está sendo resolvido, e estas são testadas para verificar se há melhorias na solução obtida até então. O método é encerrado quando a melhor solução global é encontrada, ou ainda, quando for cumprido o limite de tempo estipulado para a resolução.

Para resolução do método Simplex, são utilizados *softwares*, pois estes permitem com que se faça um número elevado de cálculos em um tempo aceitável. Existem vários *softwares* no mercado, destinados para este fim, entre eles o *Cplex* da *IBM* e o *Lingo*, porém para ambos é necessária uma licença específica. Como alternativa para problemas com um número não tão grande de variáveis (até 200 variáveis inteiras), pode utilizar a ferramenta *Solver* do *Microsoft Excel*, visto que este *software* é de licença mais acessível e está presente em grande parte dos computadores pessoais.

METODOLOGIA

MODELAGEM MATEMÁTICA E COMPUTACIONAL

Tomou-se como ideia geral, para aplicação, o corte de chapas em um processo de fabricação na indústria metal mecânica. Dessa forma, buscou-se implementar um modelo matemático de otimização. O modelo a ser criado deverá atender as condições necessárias de modo a explicar uma situação prática. Esta etapa exige muita atenção, porque os resultados a serem obtidos dependem da correta modelagem do problema.

Existem modelos de otimização lineares e não lineares. Neste trabalho será abordado um modelo de otimização linear. Nesse tipo de modelo, todas as equações e inequações possuem expoentes unitários para as variáveis. De acordo com Loesch e Hein, (2009) um modelo linear é composto pelos seguintes itens:

— Objetivo do modelo (maximizar ou minimizar): como exemplos temos a maximização do lucro de produtos vendidos em uma determinada empresa, ou a maximização do rendimento anual de uma linha de produção;

— Variáveis de decisão: são os valores a serem determinados pela solução do modelo e representam os valores retornados pelo sistema;

— Função Objetivo: é a função matemática que define a qualidade da solução em função das variáveis de decisão nos quais se deseja maximizar ou minimizar os resultados;

— Restrições técnicas: são as limitações físicas do sistema que restringem as variáveis de decisão, os resultados devem ser maximizados ou minimizados dentro das limitações propostas por estas restrições;

— Restrições de não negatividade: são as limitações do sistema que também restringem as variáveis de decisão em função dessas.

Após a definição do modelo matemático, a próxima etapa consistiu na resolução. Para isso foi utilizada a planilha de cálculo *Microsoft Excel*, a qual possui um suplemento auxiliar chamado *Solver* que pode ser utilizado para executar o algoritmo *Simplex*. Conforme Bueno (2007), o Solver é uma ferramenta de fácil acesso e utilização e que possibilita a realização de uma grande quantidade de cálculos, permitindo resolver problemas de otimização.

A utilização do suplemento "*Solver*", possibilita a resolução de problemas de programação linear, não sendo necessário, portanto, a compra de pacotes computacionais geralmente com alto custo financeiro. Pela sua fácil disponibilidade, permite a execução em computadores pessoais e sem qualquer necessidade de instalação de outro *software*.

PADRÕES DE CORTE

Um padrão de corte consiste nas combinações de várias peças a serem cortadas a partir de uma chapa padrão, com o objetivo de definir o encaixe das peças buscando minimizar a sobra de material que seria desperdiçada. Para o processo de corte de chapas neste estudo, não foi levado em consideração a quantidade de material que será desperdiçada pela execução do processo de corte em si (desperdício ocasionado por máquinas durante a execução do corte), mas sim, somente a sobra de material ocorrida durante o encaixe das peças a serem cortadas.

Para realizar a modelagem matemática neste estudo, foram consideradas como dimensões da chapa padrão (matéria prima) as medidas 1000 mm de largura e 2000 mm de comprimento. Foram então criadas, para exemplificar a aplicação dos modelos matemáticos, três diferentes medidas de peças a serem cortadas, as quais são mostradas na Tabela 1.

Tabela 1 – Denominação e medidas das três peças

Denominação	Medidas (mm)
Peça 1	300 x 500
Peça 2	400 x 600
Peça 3	600 x 700

Fonte: Autoria própria (2019)

O trabalho de encontrar os padrões de cortes foi realizado manualmente e adicionado à planilha eletrônica, onde foram calculados seus respectivos desperdícios, ao todo foram criados vinte (20) padrões, conforme se pode observar na Tabela 2. As medidas das peças foram fornecidas em milímetros, já os desperdícios foram representados em centímetros quadrados (cm^2) para facilitar a escrita, diminuindo assim a magnitude dos valores. Notou-se que os padrões P18, P19 e P20 representados na Tabela 2 estão apresentando apenas uma unidade de cada peça cortada em cada padrão, assim, gerando consequentemente uma grande quantidade de desperdício como se pode verificar.

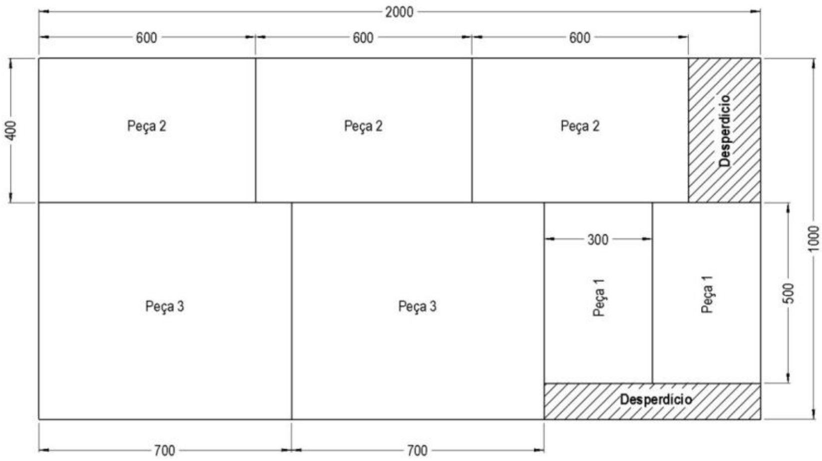
Tabela 2 – Padrões de cortes encontrados (parcial)

Peça e Desperdício	P1	P2	P3	P4	...	P17	P18	P19	P20
Peça 1	6	2	4	3	...	8	1	0	0
Peça 2	3	3	0	4	...	3	0	1	0
Peça 3	0	2	3	1	...	0	0	0	1
Desperdício cm^2	2900	1400	1400	1700	...	800	18500	17600	15800

Fonte: Autoria própria (2019)

Esses padrões de corte têm com finalidade apresentar a quantidade de peças e o desperdício de material gerado (ver Figura 4). Os modelos matemáticos foram criados de tal forma a buscar a solução ótima com vinte padrões diferentes, porém têm-se uma planilha eletrônica que pode ser alimentada à medida que for sendo encontrados novos padrões de cortes, assim, aumentando cada vez mais a eficiência do modelo de otimização.

Figura 4 - Padrão de corte P2



Fonte: Autoria própria (2019)

O padrão de corte mostrado na Figura 4 é denominado como P2 (Padrão 2). Este contém duas unidades da peça 1, três unidades da peça 2 e duas unidades da peça 3. Também pode ser visualizado nesta mesma figura a área demarcada, que corresponde ao desperdício gerado com a utilização deste padrão de corte, representando o total de 1400 cm² de sobra de material.

MODELOS DE OTIMIZAÇÃO PROPOSTO COM DEMANDA EXATA

A seguir é apresentado o modelo matemático considerando a produção da demanda em suas quantidades exatas (sem estoque).

$$\text{Minimizar } 2900P_1 + 1400P_2 + 1400P_3 + 1700P_4 + \cdots + 17600P_{19} + 15800P_{20} \qquad (1)$$

Peça 1) $6P_1 + 2P_2 + 4P_3 + 3P_4 + \cdots + 0P_{19} + 0P_{20} = 500$ (2)

Peça 2) $3P_1 + 3P_2 + 0P_3 + 4P_4 + \cdots + 1P_{19} + 0P_{20} = 800$ (3)

Peça 3) $0P_1 + 2P_2 + 3P_3 + 1P_4 + \cdots + 0P_{19} + 1P_{20} = 400$ (4)

$$P_1, P_2, \ldots, P_{20} \in \mathbb{Z}_+ \qquad (5)$$

Neste modelo, que considera a programação linear inteira, a Função Objetivo apresentada na Equação (1), representa o desperdício de material em cada padrão executado, o qual deve ser minimizado. Na restrição técnica apresentada na Equação (2), o coeficiente que multiplica cada variável P_j (j = 1, ..., 20), representam o número de peças do tipo 1 que são produzidas a cada vez que um padrão P_j é executado por uma única vez. A soma dessas quantidades deve ser igual à demanda do tipo de peça 1, que no caso é igual a 500 unidades. Para as restrições técnicas mostradas nas Equações (3) e (4), o raciocínio é análogo. A expressão mostrada na Equação (5) é chamada de restrição técnica, a qual indica que cada variável P_j deve ser inteira positiva.

MODELO DE OTIMIZAÇÃO PROPOSTO COM ESTOQUES

Neste tópico é apresentado o modelo matemático considerando a produção da demanda com a existência de estoques.

$$\text{Minimizar } 2900P_1 + 1400P_2 + 1400P_3 + 1700P_4 + \cdots + 800P_{17} \qquad (1)$$

sujeito a:

Qtde mínima peça 1) $6P_1 + 2P_2 + 4P_3 + 3P_4 + \cdots + 8P_{17} \geq 500$ (2)

Qtde máxima peça 1) $6P_1 + 2P_2 + 4P_3 + 3P_4 + \cdots + 8P_{17} \leq 550$ (3)

Qtde mínima peça 2) $3P_1 + 3P_2 + 0P_3 + 4P_4 + \cdots + 3P_{17} \geq 800$ (4)

Qtde máxima peça 2) $3P_1 + 3P_2 + 0P_3 + 4P_4 + \cdots + 3P_{17} \leq 880$ (5)

Qtde mínima peça 3) $0P_1 + 2P_2 + 3P_3 + 1P_4 + \cdots + 0P_{17} \geq 400$ (6)

Qtde máxima peça 3) $0P_1 + 2P_2 + 3P_3 + 1P_4 + \cdots + 0P_{17} \leq 440$ (7)

$$P_1, P_2, \ldots, P_{17} \in \mathbb{Z}_+ \qquad (8)$$

Neste modelo, a Função Objetivo mostrada na Equação (1) é idêntica ao modelo com demandas exatas, apresentado no tópico anterior, representando assim, o desperdício de material em cada padrão executado, o qual deve ser minimizado. Na restrição técnica apresentada na Equação (2), o coeficiente que multiplica cada variável P_j representa o número de peças do tipo 1 que são produzidas a cada vez que um padrão P_j é executado por 1 única vez. A soma dessas quantidades deve ser maior ou igual à demanda do tipo de peça 1, que no caso é igual a 500 unidades.

De forma semelhante, na restrição técnica apresentada na Equação (3), o coeficiente que multiplica cada variável P_j representa o número de peças do tipo 1 que são produzidas a cada vez que um padrão P_j é executado por uma única vez. A soma dessas quantidades deve ser menor ou igual à demanda do tipo de peça 1, que no caso é igual a 550 unidades. Essa variação permitida para a demanda, de 500 a 550 unidades, permite com que haja um estoque de peças do tipo 1 se o modelo assim julgar necessário para se tornar factível. Para o estudo aqui apresentado foi considerado um estoque de 10% da quantidade da demanda mínima a ser produzida com os padrões de cortes. Esta quantidade de estoque também pode ser alterada de acordo com a necessidade do modelo de otimização a ser implantado. Para as restrições técnicas mostradas nas Equações (4) a (7), o raciocínio é análogo às Equações (2) e (3). A Equação (8) indica que cada variável P_j deve ser inteira positiva.

RESULTADOS E DISCUSSÕES

Para testar os dois modelos matemáticos apresentados, foram realizados alguns testes computacionais. O Quadro 1 mostra os 20 padrões encontrados e que foram utilizados nos testes, onde pode–se observar as demandas utilizadas nas instâncias de testes. Estas demandas foram estipuladas aleatoriamente para serem realizados os testes e analisar os modelos matemáticos apresentados. Este quadro informa também o resultado da Função Objetivo, que é o valor esperado resultante da resolução de cada problema, valor este apresentado em centímetros quadrados (cm^2), correspondente ao desperdício obtido através da utilização dos respectivos padrões.

Quadro 1 – Testes realizados e desperdícios obtidos

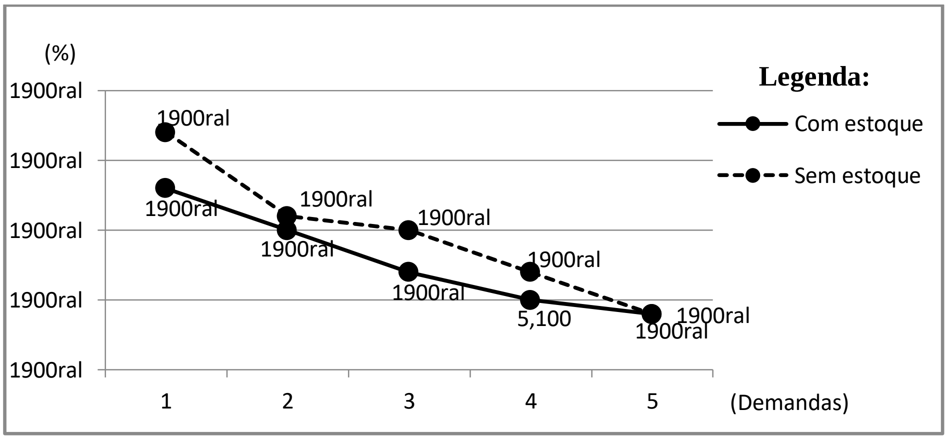
		Demandas			Função Objetivo			
					Com Estoque		Demanda Exata	
					Desperdício		Desperdício	
		Peça 1	Peça 2	Peça 3	cm²	%	cm²	%
Instância 01	1	400	500	600	236400	5,18	236800	5,22
	2	500	600	700	279200	5,15	278400	5,16
	3	600	700	800	321700	5,12	322400	5,15
	4	700	800	900	363100	5,1	363200	5,12
	5	800	900	1000	405900	5,09	404800	5,09
Instância 02	1	3000	4000	5000	1942300	5,24	1948400	5,26
	2	4000	5000	6000	2363200	5,18	2362400	5,19
	3	5000	6000	7000	2783500	5,15	2783600	5,15
	4	6000	7000	8000	3204400	5,12	3203600	5,12
	5	7000	8000	9000	3624700	5,1	3647200	5,13
Instância 03	1	550	750	950	368500	5,26	367400	5,26
	2	950	550	750	306200	4,94	306200	4,94
	3	750	950	550	273900	4,57	273400	4,57
	4	480	680	280	160600	4,34	160400	4,36
	5	13000	15650	10500	4953900	4,67	4953200	4,67
Instância 04	1	6000	6000	6000	2524700	4,94	2547200	4,98
	2	7000	7000	7000	2947400	4,94	2946000	4,94
	3	8000	8000	8000	3367400	4,94	3366000	4,94
	4	9000	9000	9000	3787100	4,94	3787200	4,94
	5	10000	10000	10000	4207700	4,94	4207200	4,94

Fonte: Autoria própria (2019)

A seguir são apresentados gráficos gerados para as instâncias de testes utilizando os valores percentuais obtidos para comparação dos resultados entre os modelos criados. No Gráfico 1 correspondente a instância de teste 1, verificou-se que o modelo com estoque obteve menores valores de desperdício comparado ao segundo modelo matemático, sem ultrapassá-lo e somente igualando-se em um dos pontos. Para demandas de peças que variaram de 400 a 1000 unidades os valores percentuais de desperdício variaram de 5,09% a 5,22%. Notou-se que o aumento da demanda de peças a serem processadas fez com que os valores de desperdício diminuíssem em geral nos dois modelos matemáticos. Pode-se notar que não são em todos os casos que a variação da demanda vai fazer com que a Função Objetivo varie proporcionalmente entre os dois modelos matemáticos. Isso acontece devido às variações de possibilidades que se pode obter com os vinte padrões diferentes encontrados.

R. Gest. Industr., Ponta Grossa, v. 15, n. 3, p. 59-75, Jul./Set. 2019.

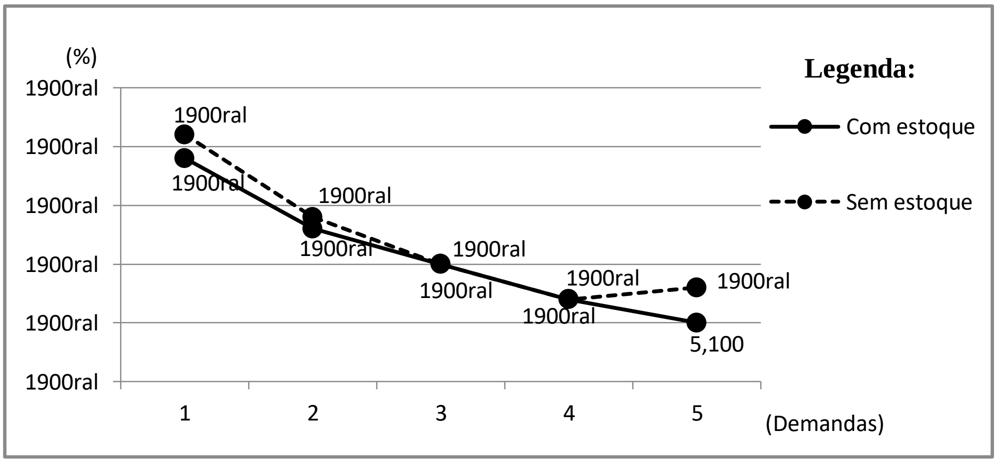
Gráfico 1 – Instância de teste 1



Fonte: Autoria própria (2019)

Na instância 2 os valores de desperdício de material oscilaram no intervalo de 5,10% a 5,26%. As demandas analisadas neste caso foram variadas de 3000 até 9000 unidades, sendo que foram aumentadas em mil unidades gradativamente, conforme mostra o Gráfico 2.

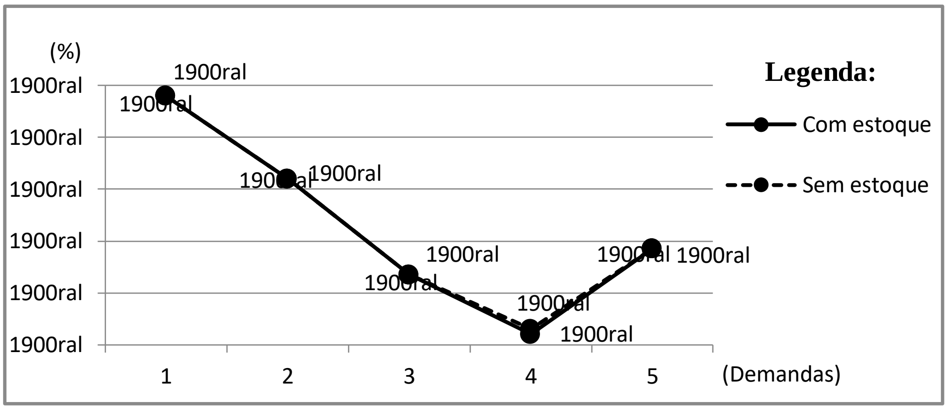
Gráfico 2 – Instância de teste 2



Fonte: Autoria própria (2019)

A instância de teste 3 apresentou resultados relevantes. Verificou-se que quatro dos cinco testes realizados apresentaram o mesmo valor percentual para a Função Objetivo, mas como nos mesmos resultados obtidos nas duas instâncias anteriores, nenhum dos valores foi menor no modelo matemático sem estoque, conforme mostra o Gráfico 3.

Gráfico 3 – Instância de teste 3

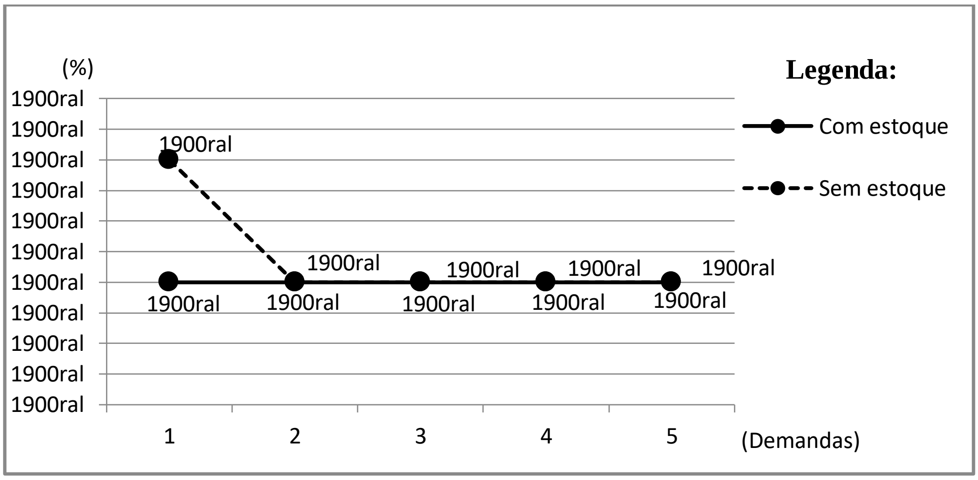


Fonte: Autoria própria (2019)

Os valores de demanda nesta Instância de número 3 foram variados, o valor que foi utilizado em uma peça para um teste foi também utilizado para outra peça em outro teste da mesma instância.

Outro resultado significativo deste estudo foi obtido na instância de teste 4, conforme mostra o Gráfico 4, no qual foram testados valores de demanda iguais para os três tipos de peças de cada teste realizado. Neste caso foi possível verificar que os valores percentuais de desperdício gerados foram os mesmos 4,94%, exceto no primeiro teste quando o modelo matemático de demanda exata (sem estoque) foi menos eficiente gerando 4,98% de desperdício.

Gráfico 4 – Instância de teste 4



Fonte: Autoria própria (2019)

As demandas testadas foram de 6000 a 10000 unidades em cada peça, aumentadas gradativamente em 1000 unidades a cada teste. Verificou-se que quando não houve variação nas demandas de peças no mesmo teste, os valores de desperdício apresentados foram semelhantes quando comparados entre as demandas utilizadas nesta instância.

Os testes realizados permitiram verificar que em todas as instâncias, o modelo matemático com estoque gerou valores menores para a Função Objetivo (desperdício), sendo assim, mais eficiente, porém gerando unidades de peças a mais do que a demanda exata, em muitos casos desnecessários para algumas aplicações.

Os resultados obtidos nestes testes podem variar se tornando melhores à medida que forem encontrados e adicionados novos padrões de cortes à planilha eletrônica utilizada. Novos e diferentes padrões trariam mais possibilidades de combinações para os modelos matemáticos podendo ocasionar melhorias no valor da Função Objetivo (menor desperdício).

Os resultados aqui gerados formam um limitante superior para o problema, ou seja, a inclusão de novos padrões de cortes possibilita resultados somente menores (menor desperdício) para o valor da Função Objetivo.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho buscou-se implementar ferramentas que possam auxiliar na redução dos desperdícios gerados durante o processo de cortes bidimensionais. Desta forma, foram apresentados, dois diferentes modelos: o primeiro envolvendo a produção das demandas exatas, e o segundo possibilitando a extrapolação das demandas, ou seja, a existência de estoques. Após gerados esses dois modelos matemáticos, foi utilizada a ferramenta *Solver*, existente no *Microsoft Excel* para resolver os modelos de programação linear gerados.

Foram executados testes envolvendo conjuntos de dados, denominados "instâncias de teste". Notou-se nos testes realizados, que quando resolvido um mesmo problema considerando ou não a possibilidade da existência de estoques, o desperdício gerado pelo modelo com estoques, foi menor ou igual ao desperdício gerado no modelo sem estoques (modelo com demanda exata).

Um fator verificado durante a análise dos resultados computacionais, é que no modelo sem estoques, há maior dificuldade de se encontrar uma combinação perfeita de padrões que possam atender à demanda de forma exata. Muitas vezes, para atender à demanda exata, faz-se necessária a utilização de padrões com alta taxa de desperdício. Considerando o modelo com estoques, este tipo de ocorrência é mais raro, ou seja, a resolução fica focada em padrões com menor desperdício, visto que o atendimento à demanda não precisa ser exato.

Como conclusão final encontrada nessa pesquisa, recomenda-se a utilização do modelo com estoques, o qual produz resultados melhores, ou seja, com menor taxa de desperdício, a menos que haja a real necessidade, dependendo da aplicação, de não se trabalhar com estoques.

Considerando sugestões para trabalhos futuros, recomendam-se testes com problemas de maior dimensão (maior número de itens de diferentes tipos) e também a utilização de uma quantidade maior de instâncias de testes. Pode-se ainda, em pesquisas futuras trabalhar em ideias que facilitem a geração computacional de padrões de cortes, os quais neste caso foram gerados manualmente.

Por fim, salienta-se que este trabalho foi inspirado numa aplicação envolvendo cortes de chapas, porém os modelos de otimização gerados podem ser também implementados em outros tipos de situações, como por exemplo, no corte de tecidos, madeiras, ou outras aplicações industriais, onde haja necessidade de melhorar a eficiência no processo produtivo.

Optimization of two-dimensional cuts in plates through the application of mathematical models

ABSTRACT

In this work two mathematical models of optimization are presented with the purpose of minimizing the waste of material in the sheet cutting process, being one model with the practice of using stock and another without stock (with the exact demand). At the first moment, twenty different cutting patterns were manually found and according to the pre-established demand, we selected which patterns and their respective quantities should be used in each test. To validate the best mathematical model between the two developed; four test instances were performed with five tests in each instance and with randomly generated demand values. The tests demonstrated that the mathematical model without the practice of the stock was less efficient, in some cases only matching the other created model, but for some specific applications, the practice of the inventory is not advantageous. This occurs with the non-stock model primarily because the program needs to use high-throughput cutting standards to meet the exact demand established, reducing the possibility of generating less waste. The work was inspired by cutting the plates in the industry, but the model can be implemented in any branch where there is a need to improve the production process, both models being used as a tool that assists in making decisions in the cutting processes.

KEYWORDS: Two-dimensional cuts. Optimization models. Minimization of losses.

REFERÊNCIAS

ANDRADE, E. L. de. **Introdução à Pesquisa Operacional: métodos e modelos para análise de decisões**. 4 ed. Rio de Janeiro: LTC, 2011.

ARENALES, M. N.; et al. **Pesquisa Operacional**. 4ª reimpressão. Rio de Janeiro: Elsevier, 2007.

BUENO, F. **Otimização Gerencial com Excel**. Florianópolis: Visual Books, 2007.

CARDOSO, A. **Fundamentos da Pesquisa Operacional**. Minas Gerais: Unifal, 2011. 102 p.

CUNHA, M. E. da.; FERREIRA, S. P. **Abordagens baseadas em grafos para problemas de cortes retangulares bidimensionais**. Tese de Doutorado da Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto – Portugal, 2005.

GAMPERT, G. **Problema de corte bidimensional**. Programa de Pós-Graduação em Computação Aplicada. Instituto de Ciências Exatas e Geociências, UPF, Campus 1 - BR 285 - Passo Fundo (RS) - Brasil , 2014.

GOLDBARG, M. C; LUNA, H. P. L. **Otimização combinatória e programação linear: modelos e algoritmos**. 2. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2005. 519 p.

HILLIER, F. S.; et al. **Introdução à Pesquisa Operacional**. 9 ed. Porto Alegre: AMGH, 2013.

HOFFMANN, F. M.; et al. Otimização de padrões de cortes bidimensionais guilhotinados restritos. **Espacios**, Caracas, v. 36, n. 9, p.1-10, 2015

LOESCH, C.; HEIN, N. **Pesquisa Operacional: Fundamentos e modelos**. São Paulo: Saraiva, 2009.

MORABITO, R; PUREZA, V. **Geração de padrões de cortes bidimensionais guilhotinados restritos via programação dinâmica e busca em grafo**. São Paulo: Cubo, 2006. crossref

NETO, E. A. da R.; HOTO, R. S. V. O problema de corte de estoque com aproveitamento de sobras: um estudo de comparação de diferentes modelos matemáticos e heurísticas de resolução. **Revista Gestão Industrial**, v. 11, n. 3: p. 26-51, 2015.

SILVA, C. L.; et al. Reflexões sobre o desenvolvimento sustentável: agentes e interações sob a ótica multidisciplinar. **Petrópolis**: Vozes, 2005.

SOUZA, C. de. **Otimização em problemas de cortes unidimensionais para eletrodutos – uma simulação industrial**. Trabalho de Conclusão de Curso. IFSC - Jaraguá do Sul, 2016.

WAVRZYNCZAK, H. C.; et al. Modelo matemático para cortes de barras de aço no processo de fabricação de triângulos. **HOLOS**, Ano 31, Vol. 8, 2015. crossref

Recebido: 08 Mar, 2019
Aprovado: 10 Set. 2019
DOI: 10.3895/gi.v15n3.9772
Como citar:
MOURA, C.R. et al. Otimização de cortes bidimensionais em chapas através da aplicação de modelos matemáticos, v. 15, n. 3, p. 59-75, Jul../Set. 2019. Disponível em: <https://periodicos.utfpr.edu.br/revistagi>. Acesso em:.
Correspondência:
Cassiano Rodrigues Moura
Instituto Federal de Santa Catarina (IFSC), Jaraguá do Sul, SC, Brasil.