

HEURÍSTICA DE TEITZ E BART NA RESOLUÇÃO DE UM PROBLEMA LOGÍSTICO

TEITZ AND BART'S HEURISTIC IN THE SOLUTION OF A LOGISTIC PROBLEM

GASPARIN, Eduardo¹; TEIXEIRA, Levi Lopes²

^{1,2}Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR, Medianeira, Paraná, Brasil

¹eduardogaspparin@hotmail.com , ²levilopes@utfpr.edu.br

Resumo

O objetivo deste trabalho foi definir um número limitado de cidades nas quais uma empresa de logística no estado do Paraná esta instalando seus centros de distribuição. A partir do levantamento bibliográfico o problema foi definido e encontrado um método adequado para sua solução. Com as informações pertinentes as cidades atendidas, foi possível baseado na heurística de Teitz e Bart, definir quais seriam contempladas com a instalações dos centros de distribuição, de forma que minimizasse os custos de transporte para a empresa mencionada.

Palavras-chave: heurística, logística, facilidades.

Abstract

The objective of this work was to define a limited number of cities in which a logistics company of the city of Mediatrrix in Paraná be installing its distribution centers. From the literature the problem is defined and found a suitable method for their solution. With the relevant information the cities served, it was possible based on Teitz and Bart heuristic, for what would be included with the facilities of distribution centers, so that would minimize transportation costs for said company.

Key-words: heuristics; logistics; facilities.

1. Introdução

Devido ao contínuo desafio que o processo de distribuição física constitui, é de importância estratégica a correta definição da localização e função dos centros de distribuição. Sua escolha exerce influência financeira em organizações empresariais, afetando sua presença em mercados e sua política de marketing.

Neste sentido a Pesquisa Operacional se torna uma ferramenta poderosa nas tomadas de decisões, pois pode munir o gestor de informações quantitativas sobre cenários diferenciados.

O problema de localização de facilidades se refere a encontrar pontos em regiões finitas de modo que estes tragam benefícios, como no caso de determinação de pontos de postos policiais, de bombeiros, de depósitos, hospitais, aeroportos, equipes de resgate, antenas de telefonia celular.

No início do século 20, Alfred Weber estudou sistematicamente a localização ótima de uma indústria em função dos fornecedores e consumidores do produto acabado, para tanto considerou o espaço como meio contínuo, sendo que somente com o desenvolvimento da teoria dos grafos na década de 1960, o problema foi aplicado em redes (HÖRNER, 2009).

Galvão (1981, apud HÖRNER, 2009) salienta que a principal diferença entre a abordagem em meio contínuo e a abordagem em redes, refere-se ao número de possibilidades de facilidades. Quando abordada em meio contínuo, como por exemplo, em um plano, todos os pontos pertencentes à região são possíveis soluções, implicando em um espaço de solução infinito. Quando abordado em um grafo, apenas os vértices pertencem ao conjunto de possíveis soluções, sendo a distância entre eles representada ao longo dos arcos.

Para Vasconcelos (2010) o problema de localização pode ser dividido em duas classes, a de Cobertura Máxima e a de Medianas. A primeira classe procura encontrar um número

mínimo de facilidades para as quais seja maximizado o número de pontos de demanda atendidos. A segunda tem como objetivo a seleção de um conjunto finito de facilidades para as quais seja minimizada a soma das menores distâncias dos pontos não pertencentes ao conjunto.

Rodrigues (2007) enfatiza que no problema de p-medianas, os pontos candidatos à solução podem ser classificados em relação a sua capacidade de alocação. Quando não houver limitação em relação à alocação de pontos, o problema é classificado como não capacitado. Quando cada candidato a mediana possuir uma capacidade limitada de alocação de pontos, este é classificado como capacitado.

Para Hörner (2009), o problema pode ter mais uma classificação, se houver necessidade de considerar o custo de localização da p-mediana, ou seja, há um peso para a localização da facilidade, o problema é considerado o caso generalizado do problema das p-medianas. Caso não haja a necessidade de se considerar esse custo, o valor correspondente ao peso da localização tiver valor unitário, e o problema é considerado de p-medianas puro.

Para a modelagem matemática do problema, Christofides (1975, apud RODRIGUES, 2007), utiliza o conceito de Problema de Programação Linear Inteira Binária, formulando da seguinte maneira

$$\text{Minimizar } \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n d_{ij} \delta_{ij} \quad (1)$$

Sujeito às restrições

$$\sum_{i=1}^n \delta_{ij} = 1 \quad \forall j \leq n \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^n \delta_{ii} = p \quad (3)$$

$$\delta_{ij} \leq \delta_{ii} \quad \forall i, j \leq n \quad (4)$$

$$\delta_{ij} \in \{0,1\} \quad (5)$$

Onde:

- d_{ij} é uma matriz de distância entre os pontos;
- δ_{ij} é uma matriz de alocação, onde se o vértice for alocado á mediana receberá 1, caso contrario, 0;
- δ_{ii} é diagonal principal da matriz de alocação, onde o valor 1 é recebido caso o vértice é mediana, e 0, caso contrário.

O conjunto de restrições indicado por (1) é a função objetivo do problema, sendo o produto da matriz de alocação δ_{ij} e matriz de distancia d_{ij} . O conjunto de restrições indicado por (2) é a primeira restrição do problema, e garante que todo vértice será alocado á alguma mediana. O conjunto de restrições indicado por (3) define um numero p de medianas ao problema. O conjunto de restrições indicado por (4) garante a alocação dos vértices somente aos vértices medianas. E o conjunto de restrições indicado por (5) define que todas as variáveis do problema são binarias.

Por ser um Problema De Programação Linear Inteira Binaria (PPLIB), a localização das p -medianas é comumente na literatura trabalhada com métodos heurísticos. Vasconcelos (2010) afirma que a utilização de métodos heurísticos para problemas de grande porte é justificada pela complexidade não polinomial, pois não há algoritmo exato conhecido que possa resolvê-lo em tempo computacional viável, já que a instalação de cada p -mediana na solução implica em grande esforço computacional.

Hörner (2009) menciona o método heurístico apresentado por Teitz e Bart em 1968, também conhecido como Node Substitution, ou Método de Substituição de Vértices.

2. O método heurístico de Teitz e Bart

Rodrigues (2007) e Hörner (2009) afirmam que a principal heurística utilizada para resolução do

problema das p -medianas é o algoritmo de Teitz e Bart. O algoritmo parte de uma solução inicial viável e considera que todos os vértices são candidatos aptos a ser p -medianas. A partir da substituição destes o algoritmo determina se a nova configuração é melhor que a anterior, e consequentemente a usará para como solução inicial na iteração seguinte.

O algoritmo faz uso do cálculo do número de transmissão, número este que expressa o somatório das menores distâncias entre um vértice qualquer (v_i) e todos os outros n vértices do conjunto (V), equação 6.

$$\sigma(v_i) = \sum_{j=1}^n w_j d(v_i, v_j) \quad (6)$$

O valor w_j esta referido como um peso determinado a cada aresta, ou seja, a cada ligação entre vértices, este valor pode ser unitário o que simplificaria a expressão como a soma das distâncias, equação 7.

$$\sigma(v_i) = \sum_{j=1}^n d(v_i, v_j) \quad (7)$$

O vértice definido como mediana é aquele que possui o menor número de transmissão, ou seja, o que minimiza a soma das menores distâncias de todos os vértices ate si próprio, equação 8.

$$\sigma(v_p) = \min[\sigma(v_i)] \quad \forall v_i \in V \quad (8)$$

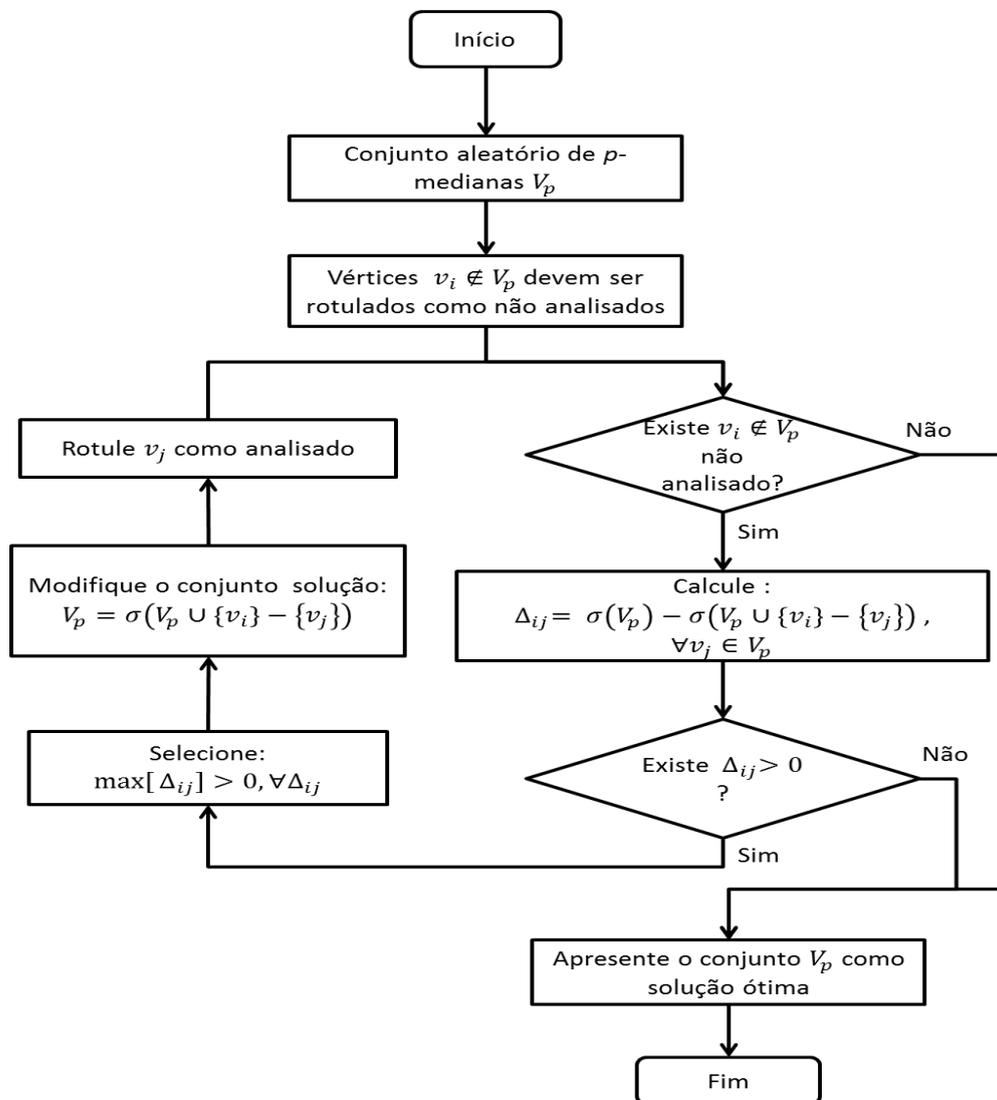
Quando o desejar ser calculado um número maior que um de p -medianas, devemos fazer uso da expressão abaixo, que indica o menor número de transmissão para o conjunto de p -medianas (V_p) pertencentes ao conjunto (V), equação 9.

$$\sigma(V_p) = \min[\sigma(V_p)], \forall V_p \in V \quad (9)$$

Com base nestas expressões o algoritmo de Teitz e Bart realiza a sequência de passos representados na Figura 1, findado no momento que não houver mais melhoria na solução, e

apresenta como conjunto de p-medianas o conjunto encontrado.

Figura 1: Passos do algoritmo de Teitz e Bart



Fonte: Autoria própria.

3. Implementação computacional e coleta de dados

Após estudo da bibliografia pertinente foi possível realizar a implementação do algoritmo de Teitz e Bart em linguagem estruturada C, uso desta justificado pela afirmação de Schildt (1997) pois é uma linguagem que possui grande portabilidade, e sua característica de linguagem

estruturada permite a utilização de laços de repetição, há também a questão de permitir acesso direto a memória, o que traz vantagens no tempo de processamento, isso sendo feito através do uso de ponteiros.

Para a realização do trabalho, houve a necessidade da coleta de dados diretamente com a transportadora, coletou-se uma série de dados referentes á capacidade de seus veículos e as

demandas de cada uma das cidades atendidas a partir das vendas mensais do período correspondente ao primeiro semestre do ano corrente.

A partir do *software Google Earth* obteve-se as coordenadas geográficas de cada cidade atendida, e a partir da consideração que a

superfície terrestre é esférica, utilizou-se a equação (12) para a obtenção da menor distância, a chamada distância geodésica.

$$d_{ij} = S_{ij} * (2\pi) * Raio \quad (10)$$

Com:

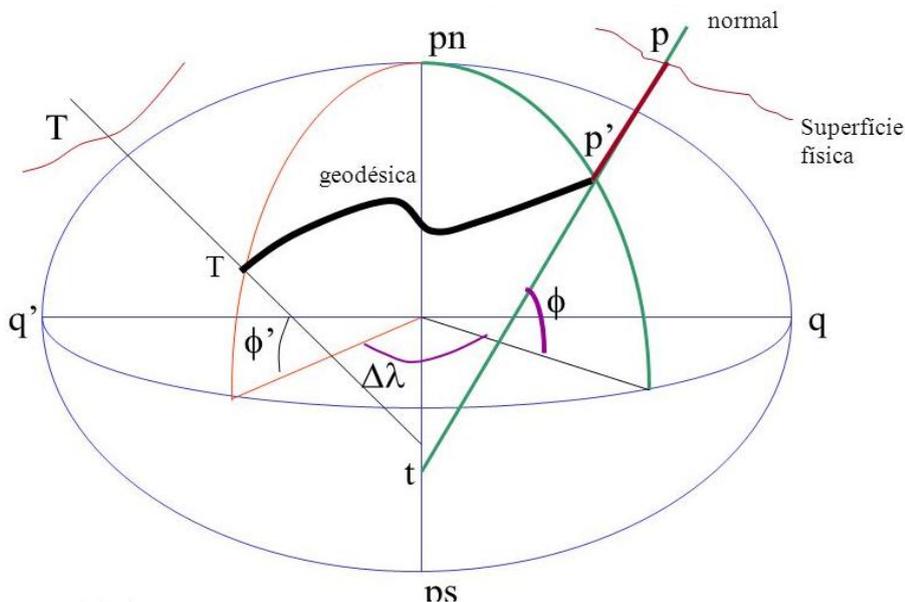
$$S_{ij} = \arccos \left[\cos \left(\frac{\pi}{2} - \varphi_i \right) * \cos \left(\frac{\pi}{2} - \varphi_j \right) \right] + \left[\cos \left(\frac{\pi}{2} - \varphi_i \right) * \cos \left(\frac{\pi}{2} - \varphi_j \right) * \cos(\lambda_i - \lambda_j) \right] \quad (11)$$

Onde

- *Raio*: corresponde ao raio médio da Terra
- φ_i : Ângulo correspondente à latitude da cidade *i*
- φ_j : Ângulo correspondente à latitude da cidade *j*
- λ_i : Ângulo correspondente à longitude da cidade *i*
- λ_j : Ângulo correspondente à longitude da cidade *j*

Os valores descritos podem ser visualizados com maior facilidade na Figura 2.

Figura 2: Distância Geodésica entre dois pontos quaisquer



Fonte: Adaptado de Nadal [201-?]

Com os valores obtidos, foi construída uma tabela com três tipos distintos de informações. A primeira linha e a primeira coluna representam as cidades, através de seus respectivos índices, já a segunda e terceira linha e segunda e terceira coluna apresentam as

coordenadas geográficas de cada cidade. O terceiro tipo de informação presente na tabela é a distância entre a cidade da coluna *i* e a cidade da coluna *j*, calculada a partir da equação 15. A planilha 1 vem a representar de modo ilustrativo a tabela de distâncias para um

conjunto de quatro cidades.

Planilha 1: Distância geodésica entre quatro cidades

Cidade		0	1	2	3	4	
Cidade	Coordenadas	-54,09	-53,43	-53,90	-53,47	-53,41	
		-25,30	-24,03	-23,88	-25,92	-25,43	
0	-54,09	-25,30	0,00	156,20	159,15	92,98	70,32
1	-53,43	-24,03	156,20	0,00	50,08	210,32	156,55
2	-53,90	-23,88	159,15	50,08	0,00	230,99	180,09
3	-53,47	-25,92	92,98	210,32	230,99	0,00	54,11
4	-53,41	-25,43	70,32	156,55	180,09	54,11	0,00

Fonte: Autoria própria.

4. Resultados e conclusões

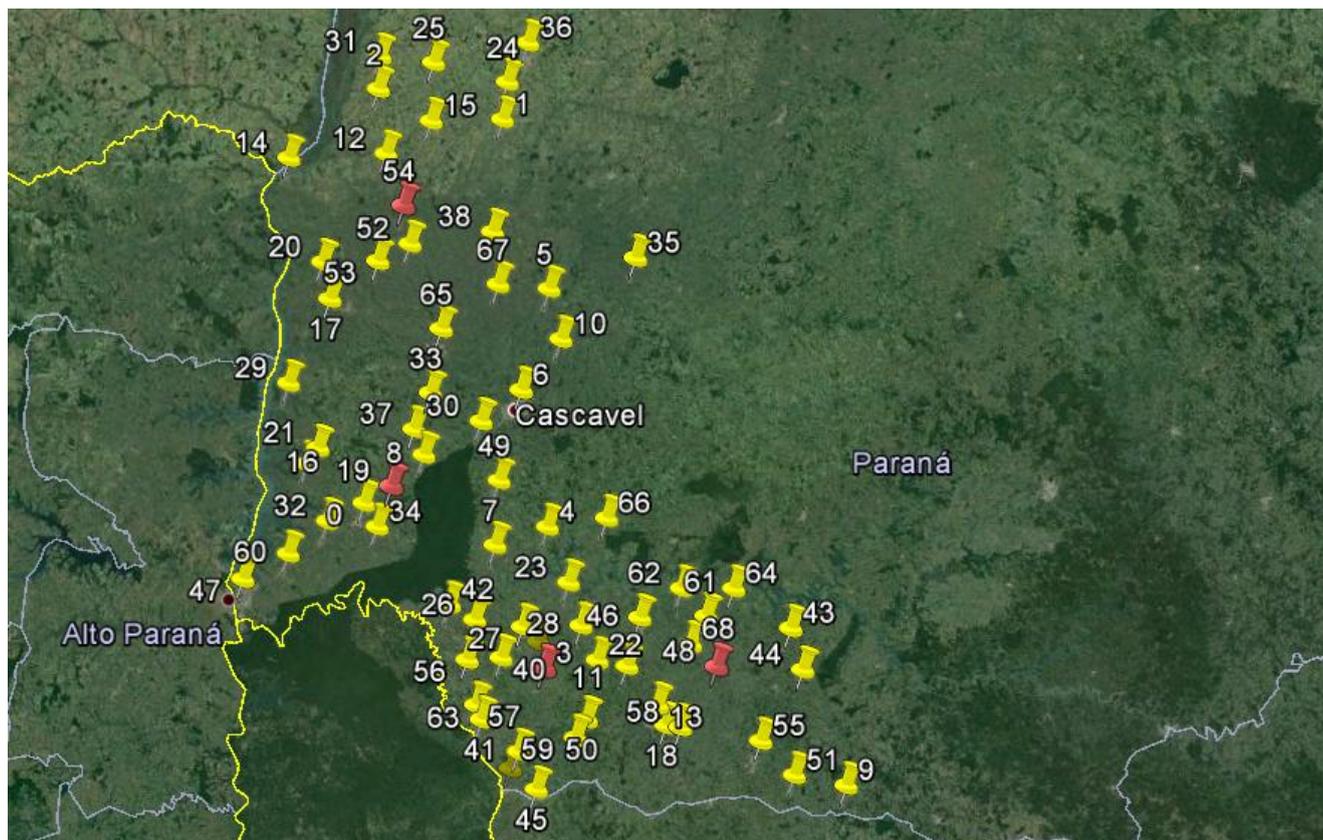
A partir da heurística implementada e dados coletados obteve-se que as cidades contempladas pela instalação dos centros de distribuição correspondem à:

- Ampére, no sudoeste, com coordenada geográfica 25° 54' 54" S 53° 28' 22" O, e referenciada com o marcador de número 3.
- Matelândia, no oeste, com coordenada geográfica 25° 14' 27" S 53° 59' 45" O, e referenciada com o marcador 19.
- Itapejara d'Oeste, no sudoeste, com coordenada geográfica 25° 57' 54" S 52° 48' 57" O, e referenciada com o marcador 48.
- Palotina no oeste, com coordenada geográfica 24° 17' 02" S 53° 50' 24" O, e referenciada com o marcador 54.

A distribuição das cidades atendidas, bem como as contempladas neste estudo, podem ser visualizadas na figura 3.

A matemática está intrinsicamente ligada a problemas cotidianos, mesmo não a notando, ela está permanentemente relacionada às atividades humanas. Por meio desta é possível resolver problemas quantitativos modelando-os com ferramentas computacionais; contribuindo positivamente para problemas de inúmeras variáveis e que seriam insolúveis manualmente. Com o modelo proposto foi possível ao gestor da organização em estudo avaliar com maior propriedade as informações referentes à instalação dos centros de distribuição. A partir disto e de informações de cunho qualitativo a empresa possui condições de minimizar seus custos e conseqüentemente tornar-se mais competitiva.

Figura 3: Cidades contempladas com os centros de distribuição



Fonte: Autoria própria.

5. Referências

HÖRNER, D. **Resolução do problema das p-medianas não capacitado**: Uma comparação de técnicas heurísticas. 2009. 104 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção), Departamento de Engenharia de Produção e Sistemas, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Brasil.

MORAES, B.T., **Definição da localização de centros de distribuição com considerações fiscais e de nível de serviço**. Monografia, Departamento de Engenharia de Produção, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2009. 94 p. Disponível em <<http://pro.poli.usp.br/wp-content/uploads/2012/pubs/definicao-da-localizacao-de-centros-de-distribuicao-com-consideracoes-fiscais-e-nivel-de-servico.pdf>>. Acesso em 09 abr. 2015.

RODRIGUES, S. B. **A metaheurística colônia de formigas aplicada a um problema de roteamento de veículos: caso da Itaipu Binacional**. Dissertação (Mestrado em métodos numéricos em engenharia – área de concentração em programação matemática). Setor de

tecnologia e ciências exatas, UFPR, Curitiba, 2007. Disponível em <<http://www.ppgmne.ufpr.br/arquivos/diss/176.pdf>>. Acesso em 21 jul. 2014.

SCHILD, H. C. **completo e total**. 3. ed., rev. e atual. São Paulo: Makron, c1997. xv, 827 p.

VASCONCELOS, A. **Algoritmos Evolutivos Aplicados à Solução do Problema das p-Mediana**s. Dissertação (Mestrado em Modelagem Matemática e Computacional). Centro Federal de Educação Tecnológica Federal de Minas Gerais, 2010. Disponível em <http://www.files.scire.net.br/atricio/cefet-mg-ppgmmc_upl/THESIS/16/andersonmoreiradevasconcelos.pdf>. Acesso em 21 out 2014.

Artigo submetido em: 07.08.2015

Artigo aprovado para publicação em: 14.03.2016