

PRINCIPAIS MODELOS MATEMÁTICOS DE QUALIDADE DA ÁGUA E SUAS APLICAÇÕES: UMA REVISÃO

MAIN MATHEMATICAL MODELS OF WATER QUALITY AND ITS APPLICATIONS: A REVIEW

FLECK, Leandro ¹;

fleckmissal@gmail.com

TAVARES, Maria Herminia Ferreira ²;

mhstavar@gmail.com

EYNG, Eduardo ³

eduardoeyng@utfpr.edu.br

Resumo

Nos últimos anos a qualidade da água de rios tem sido constantemente alterada pela ação antrópica, o que justifica a busca por ferramentas que possibilitem o controle da poluição hídrica. Dentre essas ferramentas os modelos matemáticos de qualidade da água merecem especial destaque, principalmente por possibilitarem a geração de cenários futuros e identificarem fontes poluidoras. Diante disso, o presente artigo tem como objetivo apresentar uma revisão bibliográfica acerca dos principais modelos matemáticos de qualidade da água, enfocando suas aplicações práticas. O modelo matemático de qualidade da água pioneiro é o modelo de Streeter-Phelps, criado no ano de 1925 nos Estados Unidos, com o objetivo de avaliar o comportamento do oxigênio dissolvido, após o Rio Ohio ser atingido por uma carga poluente. A partir desse modelo, vários outros modelos com características melhoradas foram criados, como por exemplo: QUAL2E, CE-QUAL-W2, MIKE11, WASP e QUAL-UFGM. É possível encontrar na literatura vários estudos referentes a aplicação da modelagem matemática como ferramenta base para a determinação da qualidade da água de rios, lagos e reservatórios. Diante da variedade de modelos matemáticos disponíveis atualmente, é necessária a correta escolha, verificando qual modelo melhor representa as condições da área em estudo. Dessa forma, a modelagem matemática torna-se uma importante ferramenta de apoio aos gestores públicos no processo de gerenciamento dos recursos hídricos.

Palavras-chave: impactos ambientais; modelagem matemática; poluição hídrica; recursos hídricos; Streeter-Phelps;

¹ Tecnólogo em Gestão Ambiental e Mestrando em Engenharia Agrícola - UNIOESTE

² Docente da UNIOESTE

³ Docente da UTFPR Câmpus Medianeira

Abstract

In recent years the quality of water of rivers has been constantly changed by human action, which justifies the search by tools that allow the control of water pollution. Among these tools the mathematical models of water quality deserve special highlight, mainly by to allow the generation of future scenarios and identify pollution sources. Given this, the present paper aims to present a bibliographic review on the mathematical models of water quality, focusing on its main practical applications. The pioneer mathematical model of water quality is the Streeter-Phelps model, created in 1925 in the United States, with objective of to evaluate the behavior of dissolved oxygen, after the Ohio River being hit by a pollutant load. From this model, several other models were created with improved characteristics, such: QUAL2E, CE-QUAL-W2, MIKE11, WASP and QUAL-UFMG. It is possible to find in the literature several studies on the application of mathematical modeling as tool basis for determining the quality of the water of rivers, lakes and reservoirs. Given the variety of models mathematics available currently, it is necessary to choose the correct model to be used by checking which model best represents the conditions of the study area. Thus, mathematical modeling becomes an important tool to support public managers at the process of water resources management.

Keywords: environmental impacts; water pollution; mathematical modeling; water resources; Streeter-Phelps.

1. INTRODUÇÃO

Desde a década de 60 a poluição dos cursos hídricos se tornou uma séria ameaça à saúde humana em todo o mundo. Os principais fatores relacionados a esse problema são o crescimento populacional acelerado e o desenvolvimento econômico sem fundamentação nas premissas do desenvolvimento sustentável. Diante disso, grandes quantidades de águas residuais são lançadas nos cursos hídricos sem prévio tratamento, muitas vezes superando o potencial de autodepuração do sistema aquático atingido (REN et al., 2013).

Além dos riscos eminentes à saúde humana, a poluição dos cursos hídricos provoca a perda da biodiversidade local, com a mortalidade das comunidades bentônicas, e altera a qualidade da

água, muitas vezes utilizada para abastecimento público após tratamento prévio (JARUP, 2003; LI et al, 2011; TRESEDER, 2008). Assim, o enfoque preventivo do controle ambiental se tornou necessário para determinar os efeitos da ação humana sobre a integridade química, física e biológica do meio natural. Dentro deste contexto, surgem os modelos matemáticos de qualidade da água, como importantes instrumentos de controle da poluição hídrica (COSTA, TEIXEIRA, 2011).

Existem inúmeros modelos matemáticos de qualidade da água em rios. A utilização adequada dos modelos decorre da escolha mais apropriada para cada situação, de modo a auxiliar na pesquisa e no processo de gestão dos recursos hídricos (OPPA, 2007). Neste mesmo sentido Sardinha et al. (2008), afirma que a variedade de modelos matemáticos que simulam a qualidade da água dos cursos hídricos

é grande. Sendo assim, a escolha pelo modelo mais adequado, deve ser promovida de acordo com as necessidades do pesquisador.

A implementação da Política Nacional dos Recursos Hídricos (PNRH) necessita de ferramentas para que se possa verificar se seus objetivos estão sendo alcançados, a que custo isto pode ocorrer e quais são as medidas mais adequadas a serem tomadas. Uma dessas ferramentas é a modelagem matemática (LARENTIS, 2004).

Durante as últimas décadas vários modelos de qualidade da água têm sido aplicados com sucesso como ferramentas de apoio ao processo de gestão dos recursos hídricos (FAN et al.; 2012). A maioria dos modelos matemáticos de qualidade da água são utilizados para simular os principais parâmetros determinantes da qualidade da água de um curso hídrico, como por exemplo, demanda bioquímica de oxigênio (DBO), amônia (NH₄) e oxigênio dissolvido (OD).

O principal objetivo da modelagem desses parâmetros é determinar a concentração máxima permissível de lançamento de matéria orgânica, de modo a não ultrapassar o limite do potencial de autodepuração do corpo receptor (COX, 2003). Diante disso, o presente artigo tem como objetivo apresentar uma revisão bibliográfica acerca dos principais modelos matemáticos de qualidade da água, enfocando suas aplicações práticas.

2. CONSIDERAÇÕES GERAIS ACERCA DE MODELOS MATEMÁTICOS DE QUALIDADE DA ÁGUA

Nos últimos anos, considerável esforço científico tem sido dedicado para expressar matematicamente diferentes bioprocessos envolvidos na biodegradação de águas residuais, considerando mecanismos químicos, físicos e biológicos (MARTIN; AYESA, 2010). Diante disso, Song e Kim (2009), afirmam que modelos matemáticos consistem em ferramentas ideais para simular alterações químicas, físicas e biológicas em cursos hídricos.

A calibração, verificação, análise de incerteza e sensibilidade do modelo utilizado com os dados experimentais são fundamentais para que exista consistência entre os resultados preditos pelo modelo e os valores reais do sistema estudado e, com isto, a modelagem possa ser efetivamente usada como ferramenta de apoio em processos decisórios (PAULA, 2011).

Mesmo diante do progresso observado na geração e execução de modelos matemáticos de qualidade da água, existem inúmeras críticas na literatura nacional e internacional, em relação à aplicação dessas ferramentas no processo de gestão dos recursos hídricos. A principal preocupação está relacionada à validação dos modelos matemáticos que têm como objetivo reproduzir um sistema aberto, pois devido à complexidade inerente aos sistemas abertos, mudanças constantes são observadas nas condições naturais dos cursos hídricos, assim, as descrições das equações matemáticas mudam constantemente, e a

validação se torna praticamente impossível (RAMIN et al., 2012). Além disso, segundo Martin e Ayesa (2010), é necessária à correta calibração do modelo matemático de qualidade da água, o que depende de uma definição clara do objetivo da calibração e também de dados de entrada com qualidade confirmada.

A calibração matemática é o processo utilizado para determinar os parâmetros encontrados nas equações de um modelo matemático, de modo a obter resultados preditos pela modelagem próximos aos valores reais observados na área em estudo, ou seja, a calibração do modelo é realizada para ajustar os coeficientes das equações constituintes, de modo a adequá-las às realidades químicas, físicas e biológicas da área em estudo. Mesmo sendo desenvolvidas inúmeras técnicas de calibração ao longo dos anos, esta ainda é uma área científica que se mantém aberta a pesquisas constantes (OSTEFELD; SALOMONS, 2005).

Todos os modelos matemáticos representam apenas uma fração da realidade levando a resultados incertos. Incertezas são intrínsecas a todos os modelos matemáticos e sua eliminação total é praticamente impossível. Assim, a análise de incerteza de modelos matemáticos de qualidade da água deve ser realizada, com o intuito de quantificar o nível de confiabilidade dos resultados apresentados pelo modelo e fornecer uma base sólida para sua aplicação prática (DOTTO et al, 2012). As principais fontes de incertezas em modelos matemáticos de qualidade da água são: os parâmetros do modelo, dados de entrada

das equações do modelo, dados utilizados no processo de calibração e estrutura do modelo (BUTTS et al, 2004).

3. PRINCIPAIS MODELOS MATEMÁTICOS DE QUALIDADE DA ÁGUA E SUA EVOLUÇÃO

Os modelos matemáticos de qualidade da água começaram a ser desenvolvidos no início do século XX, devido à preocupação com a saúde pública e com questões relacionadas ao saneamento ambiental. As técnicas de modelagem matemática de qualidade da água vêm sendo aprimoradas desde a sua origem (OPPA, 2007). O modelo matemático pioneiro de qualidade da água é o modelo de Streeter-Phelps, criado no ano de 1925, com o objetivo de estudar o comportamento do oxigênio dissolvido após um corpo receptor ser atingido por uma carga poluente. O ano de 1976 foi marcado em relação à evolução dos modelos de qualidade da água, com a apresentação dos modelos QUAL-SEMOG, CE-QUAL-W2, QUAL2E, HSPF e MIKE 11 (REIS, 2009). Na Tabela 1 são apresentados os principais modelos de qualidade da água e suas características.

Tabela 1- Modelos de qualidade da água mais utilizados e suas

Modelo	Corpo hídrico				Variáveis de estado		
	Lago	Reservatório	Rio	Estuário	Patogênicos	Eutrofização	DBO
EFDC	X	X	X	X		X	
CE-QUAL-W2	X	X	X	X	X	X	X
QUAL2E		X	X			X	
HSPF-RCHRES	X	X	X		X	X	X
MIKE 11-WQ		X	X	X	X	X	X
WASP	X	X	X	X	X	X	X
AESOP	X	X	X	X	X	X	X
AQUASEA	X	X	X	X	X	X	X
C3	X	X	X	X	X	X	X
SOBEK		X	X		X	X	X

Fonte: Adaptado de REIS (2009).

A evolução dos modelos matemáticos de qualidade da água pode ser dividida em quatro fases principais, relacionadas com as capacidades computacionais disponíveis em cada período. De acordo com Silva (2003), a primeira fase considera todos os trabalhos publicados entre 1925 e 1960, com destaque para o modelo clássico de Streeter-Phelps.

A partir da década de 60, a disponibilidade de programas computacionais possibilitou um grande avanço no desenvolvimento da modelagem matemática. O primeiro modelo avançado envolvia expressões numéricas com estruturas analíticas, possibilitando análises com geometrias complexas, cinéticas e simulações com variações temporais.

No ano de 1970 observou-se o nascimento de um movimento ecológico, com foco na disponibilidade limitada dos recursos naturais. Isso fez com que problemas como a eutrofização dos cursos hídricos passassem a ser considerados na modelagem matemática. A mais recente fase da modelagem matemática da qualidade da água de rios tem como foco o estudo dos impactos causados por substâncias tóxicas no meio aquático. Na Tabela 2 observa-se a evolução dos modelos matemáticos de qualidade da água a partir do modelo clássico de Streeter-Phelps.

Ano	Modelos
1925	Modelo clássico de Streeter-Phelps
Década de 40	Modelos empíricos de nutrientes
Década de 50	Modelos para rios
Década de 60	Desenvolvimento de uma ampla classe de modelos
Década de 70	Modelos para rios complexos com foco na eutrofização
Década de 80	Conhecimentos específicos de ecossistemas
Década de 90	Desenvolvimento de novas ferramentas matemáticas
Acima de 2000	Aplicações de modelos usando estratégias numéricas

Fonte: Adaptado de OPPA (2007).

A escolha de um determinado modelo matemático de qualidade da água deve atender às necessidades de toda a bacia hidrográfica e não apenas contemplar trechos isolados do curso hídrico em evidência. A seguir são citados alguns importantes modelos de simulação da qualidade da água de cursos hídricos.

3.1 Modelo de Streeter-Phelps

No ano de 1925, os engenheiros americanos Streeter e Phelps apresentaram um modelo simplificado do processo de autodepuração de um curso hídrico poluído, levando em consideração o processo de reaeração atmosférica (McCARTIN; FORRESTER JR., 2002). Dentre os modelos básicos de qualidade da água testados e citados na literatura, a equação de Streeter-Phelps é a mais popular de todas devido à sua aplicação simples (FAN et al.; 2012). Desde a publicação das equações do modelo de Streeter-Phelps, representativas do balanço de oxigênio dissolvido em cursos hídricos, muitos pesquisadores tem feito adaptações dessas equações, com o objetivo de expandir seu campo de aplicação. Mesmo com o surgimento de modelos muito mais complexos, as equações do modelo de Streeter-Phelps, se constituem como a base dos modelos modernos (GOTOVTSEV, 2010).

De acordo com o modelo de Streeter-Phelps a concentração de oxigênio dissolvido num curso hídrico é dependente basicamente de dois fatores: consumo do oxigênio dissolvido pelos microor-

ganismos aeróbios responsáveis pela oxidação da matéria orgânica presente no curso hídrico e entrada de oxigênio no meio aquático pelo processo de reaeração atmosférica. Tem-se que a taxa de redução da matéria orgânica presente na água é diretamente proporcional à concentração da matéria orgânica existente num dado instante de tempo (GOTOVTSEV, 2010). A principal característica do modelo de Streeter-Phelps se deve ao fato de considerar todos os poluentes presentes num curso hídrico, com base num único parâmetro, a demanda bioquímica de oxigênio, e considerar a velocidade de fluxo do curso hídrico como constante em toda sua extensão (McCARTIN; FORRESTER JR., 2002).

O modelo de Streeter-Phelps é constituído por duas equações diferenciais ordinárias, onde uma modela a oxidação da parte biodegradável da matéria orgânica e a outra modela o oxigênio que está se solubilizando no meio aquático pelo processo de reaeração atmosférica (BEZERRA et al., 2008).

Segundo Teles e Silveira (2006), o modelo clássico de Streeter-Phelps visa analisar, teoricamente, como o consumo de oxigênio dissolvido varia ao longo do espaço e do tempo, após o lançamento de determinada carga poluente. Sendo assim, para que se possa aplicar corretamente o modelo, torna-se necessário o conhecimento de alguns aspectos importantes, tais como a vazão do sistema estudado e da carga poluente, demanda bioquímica de oxigênio e oxigênio dissolvido do sistema estudado, demanda bioquímica de oxigênio

do efluente, K1 (coeficiente de desoxigenação) e o K2 (coeficiente de reaeração), características do sistema estudado e temperatura da água. Quando todas essas informações forem levantadas, o processo de cálculo do modelo ocorre em função do tempo, por meio da seguinte equação:

$$C_t = C_s - \left[\frac{K_1 L_0}{K_2 - K_1} (e^{-K_1 t} - e^{-K_2 t}) + D_0 e^{-K_2 t} \right] \quad (1)$$

Onde,

Ct: concentração de oxigênio ao longo do tempo (mg.L-1)

Cs: Concentração de saturação de oxigênio (mg.L-1)

L0: DBO remanescente em t=0 (mg.L-1)

D0: Déficit de oxigênio inicial (mg.L-1)

A escolha de K1 e K2 implica na seleção da curva integral que melhor representa a realidade do sistema, porém não existem métodos de determinação que forneçam valores que se ajustem adequadamente a um determinado curso hídrico. Em condições de anaerobiose o modelo não é válido, pois prevê níveis de oxigênio dissolvido negativos (BEZERRA et al., 2008).

3.2 Modelo QUAL2E

Dentre os modelos matemáticos de qualidade da água existentes, o modelo QUAL2E, desenvolvido e lançado pela USEPA (United States Environmental Protection Agency) em 1985 é um dos mais citados na literatura, devido a sua ele-

vada popularidade e aplicabilidade (SONG; KIM, 2009). O modelo QUAL2E é um modelo utilizado em estado estacionário ou dinâmico, sendo este uma versão mais recente do modelo QUAL-II (COX, 2003). Em estado estacionário, o modelo é utilizado para avaliar o impacto do lançamento de uma carga poluente no corpo receptor. Dinamicamente, o modelo permite determinar os efeitos das variações dos dados meteorológicos e das mudanças da concentração de oxigênio dissolvido, sobre a qualidade da água do curso hídrico em análise (PALMIERI; CARVALHO, 2006).

Segundo Oppa (2007), o modelo QUAL2E é um modelo de qualidade da água abrangente e versátil, podendo simular até 15 constituintes de qualidade da água: oxigênio dissolvido, demanda bioquímica de oxigênio, temperatura, algas, amônia, nitrito, nitrato, nitrogênio orgânico, fósforo orgânico, fósforo dissolvido, coliformes, três substâncias conservativas e uma arbitrária não conservativa.

O QUAL2E é um modelo matemático unidimensional, disponível como software de uso livre, utilizado para determinar a qualidade da água de cursos hídricos. A aplicabilidade do modelo é restrita para valores constantes de velocidade de fluxo do curso hídrico e vazão de lançamento da carga poluente (PALMIERI; CARVALHO, 2006). Além disso, o modelo desconsidera a morte de algas como um fator de incremento da concentração da demanda bioquímica de oxigênio no corpo receptor, o que limita sua aplicabilidade para grandes cursos

hídricos (PARK; LEE, 2002).

Segundo Kanapik et al. (2008), a modelagem utilizando o modelo QUAL2E é realizada com base em dois componentes básicos: equações representativas do processo de escoamento, e equações representativas de transporte de massa, que retratam a variação da concentração da variável de qualidade da água em evidência. O modelo utiliza dois mecanismos para o transporte de poluentes: advecção e dispersão. O balanço de massa que o modelo utiliza para calcular as concentrações das variáveis de qualidade de água simuladas é apresentado na Equação 2:

$$V \frac{\partial c}{\partial t} = \partial \left(Ax D_L \frac{\partial c}{\partial x} \right) dx - \partial (Ax \bar{U} c) dx + V \frac{dc}{dt} \pm Fe \quad (2)$$

Em que:

V refere-se ao volume, C é a concentração da variável, Ax é a área da seção transversal de cada elemento computacional, DL é coeficiente de dispersão longitudinal, U é a velocidade média de escoamento e Fe refere-se às fontes externas (entradas ou retiradas).

3.3 Modelo CE-QUAL-W2

O modelo CE-QUAL-W2 é bidimensional e hidrodinâmico, sendo utilizado para a modelagem da qualidade da água de rios, lagos, reservatórios e estuários (OSTFELD; SALOMONS, 2005). Novos aperfeiçoamentos originaram versões mais atualizadas. A mais recente é a versão 3.2 (V 3.2),

com capacidade de modelar bacias hidrográficas inteiras, interligando rios a lagos, reservatórios e/ou estuários. Esse modelo simula 21 componentes, além da temperatura que está incluída nos cálculos hidrodinâmicos devido a sua influência na densidade da água (OPPA, 2007).

CE-QUAL-W2 é um modelo básico para simular o processo de eutrofização dos cursos hídricos, levando em consideração parâmetros como nutrientes, algas, temperatura, oxigênio dissolvido e matéria orgânica. Cálculos hidrodinâmicos permitem previsões da elevação da superfície da água, velocidade e temperatura (OSTFELD; SALOMONS, 2005). A qualidade da água de vários cursos hídricos receptores de cargas poluentes foi modelada utilizando o modelo CE-QUAL-W2 (ZHANG et al., 2008). Existem mais de 1000 aplicações desse modelo em todo o mundo (XU et al., 2007).

O modelo CE-QUAL-W2 (V 3.2) utiliza as equações derivadas dos princípios de conservação de massa e quantidade de movimento necessário para descrever os fenômenos de transportes (SOUZA, 2006). Para o módulo hidrodinâmico tem-se a equação do movimento:

$$\frac{\partial ub}{\partial t} = \frac{\partial uub}{\partial x} + \frac{\partial wub}{\partial z} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial bp}{\partial x} + \frac{\partial \left(bA_x \frac{\partial u}{\partial x} \right)}{\partial x} + \frac{\partial \left(bA_z \frac{\partial u}{\partial z} \right)}{\partial z} \quad (3)$$

Onde:

u= velocidade média longitudinal (L.t-1);

x= coordenadas cartesianas longitudinais (L);

w= velocidade média vertical (L.t-1);

z= coordenadas cartesianas verticais (L);

t= tempo (t);

b= largura do curso hídrico (L);

ρ = densidade (m.L-3);

p= pressão (m.L-1.t);

A_x = viscosidade turbulenta na direção longitudinal (L².t-1);

A_z = viscosidade turbulenta na direção vertical (L².t-1).

Para a Equação de Transporte das variáveis de qualidade da água, tem-se:

$$\frac{\partial b\phi}{\partial t} = \frac{\partial ub\phi}{\partial x} + \frac{\partial wb\phi}{\partial z} - \frac{\partial \left(bD_x \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)}{\partial x} + \frac{\partial \left(bD_z \frac{\partial \phi}{\partial z} \right)}{\partial z} = q_s b + S_s b \quad (4)$$

Onde:

Φ = concentração média transversal do elemento (m.L⁻³);

u= velocidade média longitudinal (L.t-1);

x= coordenadas cartesianas longitudinais (L);

w= velocidade média vertical (L.t-1);

z= coordenadas cartesianas verticais (L);

t= tempo (t)

b= largura do corpo hídrico (L);

D_x = coeficiente longitudinal de dispersão do constituinte e temperatura (L².t-1);

Dz = coeficiente vertical de dispersão do constituinte e temperatura (L2.t-1);

$q\Phi$ = taxa de carga de entrada e saída lateral do constituinte (m.L-3.t-1);

$S\Phi$ = taxa de perdas ou ganhos das médias laterais do constituinte (m.L-3.t-1);

O modelo CE-QUAL-W2 (V 3.2) baseia-se na solução numérica de diferenças finitas das equações que norteiam os processos de transporte, temperatura e constituintes dissolvidos. O esquema numérico de diferenças finitas é mapeado numa grade computacional que permite o modelador descrever o curso hídrico em camadas em relação à profundidade e trechos ao longo da direção longitudinal. Os dados de entrada do modelo são: declividades, orientação e largura das seções do curso hídrico, condições de contorno não permanentes (vazão, concentração de substâncias dissolvidas e temperatura dos tributários pontuais e distribuídos), dados meteorológicos e parâmetros cinéticos e hidráulicos (SOUZA, 2006).

3.4 Modelo Mike11

O modelo Mike11 foi desenvolvido pelo Instituto de Hidráulica Dinamarquês (DHI), sendo amplamente comercializado nos países da Europa. É bastante utilizado por profissionais da Agência Ambiental da Inglaterra e Gales (EA, Environment Agency) que trabalham com prevenções de enchentes, sendo também usado como modelo de qualidade da água, como parte da metodologia

do Gerenciamento da Poluição Urbana, onde é empregado para avaliar o impacto de descartes intermitentes em rios e estuários (LEITE, 2004).

Esse modelo fornece uma aproximação versátil e abrangente em hidrodinâmica e modelagem de rio, com amplo campo de aplicabilidade. Os principais usos desse modelo são: (i) análise de risco de inundação; (ii) previsão de inundação em tempo real; (iii) avaliação da qualidade da água em rios, reservatórios e áreas alagadas; (iv) previsão de qualidade de água e rastreamento de poluente; (v) transporte de sedimentos e morfologia de rios; (vi) integração da água superficial e subterrânea para análise de água (OPPA, 2007).

Diante dessas aplicações, Lucas et al. (2010) afirmam que o modelo MIKE11 foi desenvolvido para simular as variações nas descargas e nível da água em rios como resultado da precipitação ocorrida na bacia hidrográfica, e as entradas e saídas das condições de contorno (fronteiras) do rio. Todos os cálculos que o modelo exige para simular uma previsão são feitos automaticamente, utilizando-se um número individual de módulos.

O módulo chuva-vazão é um modelo determinístico, conceitual e simples, representando a fase terrestre do ciclo hidrológico. O módulo hidrodinâmico contém cálculos da diferença finita implícita de fluxos dinâmicos nos rios baseado nas equações de Saint Venant (LUCAS et al., 2010), descritas a seguir:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + u \frac{\partial h}{\partial x} + h \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + g \frac{\partial h}{\partial y} = g(S_0 - S_f) \quad (6)$$

Onde:

g= aceleração da gravidade (m.s-2);

h= espessura da lâmina líquida (m);

S₀= declividade média da calha fluvial ou do fundo do canal (m.m-1);

S_f= declividade da linha de energia (m.m-1).

O modelo MIKE11 é unidimensional e permite a simulação de fluxos dinâmicos em redes ramificadas e em circuitos fechados. Embora o seu esquema considere as condições de fluxo homogêneas dentro do canal, ele possibilita a simulação de fluxo sobre estruturas como represas (LEITE, 2004).

3.5 Modelo WASP

O modelo WASP (Water Analysis Simulation Program- Programa de Simulação de Análise de Água), foi desenvolvido para simular os processos de hidrodinâmica e qualidade da água em uma, duas ou três dimensões, objetivando avaliar o destino e transporte de contaminantes convencionais e tóxicos. O modelo WASP tem sido constantemente utilizado em conjunto com o modelo SWMM, principalmente nos Estados Unidos e América Latina (KANNEL et al., 2011).

O modelo WASP7 é uma versão atualizada do modelo WASP, desenvolvido no ano de 1970. É um modelo hidrodinâmico de sistemas aquáticos.

Permite que o usuário estude o impacto de diferentes poluentes sobre a qualidade da água de diferentes meios aquáticos. Os processos de advecção, dispersão e carga difusa e pontual são modelados. Os constituintes modelados são: nitrogênio, fósforo, oxigênio dissolvido, demanda bioquímica de oxigênio, algas, produtos químicos orgânicos, metais, mercúrio, agentes patogênicos e temperatura (OPPA, 2007). A aplicabilidade do modelo WASP7 é ampla. Pode ser utilizado para avaliar inúmeros impactos causados a rios, córregos, lagos, lagoas, estuários e águas costeiras (KANNEL et al., 2011).

3.6 Modelo QUAL-UFMG

O modelo QUAL-UFMG, desenvolvido para o ambiente computacional da planilha Excel, possibilita a modelagem da qualidade da água de rios, baseando-se nas características do modelo QUAL2-E, desenvolvido pela USEPA. Esse modelo possibilita a simulação rápida e simples do oxigênio dissolvido, demanda bioquímica de oxigênio, nitrogênio total e suas frações, e coliformes (PASSOS, 2012).

Segundo Costa e Teixeira (2010), o modelo QUAL-UFMG é unidimensional, de interface amigável, adequado para rios com vazões baixas e escoamentos em regime permanente, pois essas condições não favorecem o fenômeno de dispersão longitudinal. De acordo com Von Sperling (2007), o modelo QUAL-UFMG é mais simples que o modelo QUAL2E. As principais simplificações se devem a: integração numérica pelo método de

1ª FórmulasCoefic: planilha que contém todas as fórmulas utilizadas e os valores usuais dos coeficientes das equações utilizadas na modelagem;

2ª DiagramaUnifilar: planilha destinada ao usuário para detalhar o diagrama unifilar do rio que está sendo modelado;

3ª RioPrincipal: contém a modelagem do rio principal, onde os cálculos são processados e os resultados apresentados;

4ª Tributário1: Caso algum tributário do rio principal seja modelado, esta planilha correspondente é utilizada e os resultados são transportados para a planilha RioPrincipal.

De acordo com Mourão Júnior (2010), o modelo QUAL-UFMG assume o escoamento uniforme em condutos livres. Com base nestes pressupostos e na utilização do Coeficiente de Rugosidade, dado por:

$$U = 1/n(R_h^{2/3}i^{1/2}) \quad (7)$$

Combinado com a Equação da Continuidade:

$$U = Q/A \quad (8)$$

Obtém-se a fórmula de Manning, uma das bases do modelo:

$$Q = 1/n(AR_h^{2/3}i^{1/2}) \quad (9)$$

Onde:

Q= vazão (m³s⁻¹);

A= área da seção transversal (m²);

Rh= Raio hidráulico (m);

i= declividade (m/m);

n= Coeficiente de Rugosidade de Manning.

O modelo QUAL-UFMG incorpora os fenômenos envolvidos no balanço de oxigênio dissolvido, modelando-os em condições de anaerobiose, considerando a sedimentação da matéria orgânica, o consumo de oxigênio dissolvido pela nitrificação, as cargas internas sem vazão e as cargas externas. Os resultados fornecidos pela simulação do modelo são apresentados na forma de tabelas e gráficos (PAULA, 2011).

4. APLICAÇÕES DOS PRINCIPAIS MODELOS MATEMÁTICOS DE QUALIDADE DA ÁGUA

Costa e Teixeira (2010) avaliaram a qualidade das águas do Ribeirão do Ouro, em Araraquara (SP), aplicando o modelo QUAL-UFMG. A partir dos valores de concentração de oxigênio dissolvido e demanda bioquímica de oxigênio, foi possível verificar o atendimento a legislação vigente. Assim, o modelo se mostrou eficiente no estudo, e os resultados podem servir de base para o processo de gerenciamento dos recursos hídricos locais.

Sardinha et al. (2008), avaliou a qualidade da água e modelou o consumo de oxigênio dissolvido do Ribeirão do Meio (Leme-SP), utilizando o modelo QUAL2K. A utilização do modelo para a simulação da concentração de oxigênio dissolvido foi compatível pelo ajuste do modelo às amostras experimentais coletadas no curso hídrico em estudo.

do córrego do Fidalgo (Brasil), utilizando o modelo QUAL2Kw. O modelo demonstrou ser capaz de representar com habilidade e flexibilidade os aspectos físicos, químicos e hidráulicos observados na microbacia. Gastaldini et al. (2002), simularam os perfis verticais de temperatura e oxigênio dissolvido no ponto de maior profundidade do reservatório do Arroio Vacacaí-Mirim, utilizando o modelo CE-QUAL-W2. As previsões da concentração de oxigênio dissolvido pelo modelo foram melhores que para os valores de temperatura, contudo, pode-se concluir que os perfis de oxigênio dissolvido e temperatura foram satisfatoriamente previstos pelo modelo.

Larentis (2004) avaliou o impacto do desenvolvimento das atividades humanas sobre a qualidade da água na bacia hidrográfica do Rio Taquari-Antas (RS), utilizando o modelo IPH-MGBq. A simulação de alguns cenários de desenvolvimento na bacia em estudo evidenciou a importância da avaliação em conjunto de fontes pontuais e difusas de poluição sobre a qualidade de suas águas. O modelo IPH-MGBq mostrou ser uma ferramenta útil para a simulação de cenários de desenvolvimento em grandes bacias com base para a tomada de decisões no processo de gestão dos recursos hídricos.

Rezende (2011) avaliou a qualidade da água do Rio Monjolinho (São Carlos- SP), utilizando o modelo matemático de qualidade da água QUAL2E, através do estudo das interações do nitrogênio nas formas amoniacal, nitrito e nitrato

e da concentração de fósforo. Constatou-se que o curso hídrico em análise tem a qualidade de suas águas afetada pelo lançamento de cargas difusas e esgotos sem prévio tratamento. O modelo utilizado no estudo se mostrou uma ferramenta útil para o entendimento dos processos bioquímicos de conversão do nitrogênio e fósforo.

Lucas et al. (2010) ajustaram o modelo hidrodinâmico MIKE11 para a vazão da sub-bacia do Rio Piautinga (Sergipe). O principal parâmetro utilizado para calibrar a descarga do rio em estudo foi o coeficiente de rugosidade de Manning, os demais parâmetros utilizados foram o balanço de calor, a estratificação da coluna de água e a percolação profunda. Os resultados obtidos mostraram que houve um bom desempenho do modelo calibrado para a sub-bacia do Rio Piautinga, demonstrando que o modelo ajustado pode ser utilizado para a estimativa da quantidade de água do meio em estudo.

Teles e Silveira (2006) simularam a capacidade de autodepuração em um trecho do Ribeirão Preto (Ribeirão Preto – SP), utilizando o modelo de Streeter-Phelps. Os resultados obtidos sugerem que o uso do modelo de Streeter-Phelps não é adequado para simulações de qualidade da água em trechos urbanos de cursos hídricos com elevado nível de poluição, o que justifica as alterações feitas ao longo dos anos nos modelos originados com base no modelo pioneiro de 1925.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A modelagem matemática apresenta várias vantagens em relação aos métodos empíricos de determinação da qualidade da água, principalmente pela capacidade de fazer previsões para cenários diversificados, em um intervalo de tempo bastante curto e com custos reduzidos. Assim, a principal vantagem da modelagem matemática em relação às demais metodologias de análise de qualidade da água, consiste na possibilidade de simular cenários futuros, de modo a evitar problemas com o lançamento de cargas poluentes.

Atualmente, são encontrados na literatura, vários estudos de qualidade da água, utilizando a modelagem matemática como ferramenta base, em rios, lagos, lagoas, estuários, reservatórios e águas subterrâneas. A utilização de diferentes modelos matemáticos tem possibilitado previsões completas sobre os impactos da ação antrópica sobre a qualidade da água em vários países do mundo.

Diante da variedade de modelos matemáticos disponíveis atualmente, é necessária a correta escolha do modelo a ser utilizado, verificando qual melhor representa as condições da área em estudo, de modo a atingir os objetivos propostos pelo pesquisador em cada pesquisa de maneira individualizada. Dessa forma, a modelagem matemática torna-se uma importante ferramenta de apoio aos gestores públicos no processo de gerenciamento dos recursos hídricos, possibilitando atender aos objetivos propostos pela Política Nacional dos

Recursos Hídricos em todas as suas esferas.

Diante da diversidade e complexidade dos sistemas aquáticos nacionais, não existe um modelo matemático de qualidade da água que se aplique perfeitamente a todos os cursos hídricos. A escolha do modelo matemático deve considerar os parâmetros de entrada e variável resposta de interesse, com enfoque a robustez dos resultados simulados e principalmente, a redução dos custos envolvidos com o processo de modelagem.

REFERÊNCIAS

- BEZERRA, I. S.; MENDONÇA, L. A. R.; FRISCHKORN, H. Autodepuração de cursos d'água: um programa de modelagem Streeter-Phelps com calibração automática e correção de anaerobiose. **Revista Escola de Minas**, n.2, v.61, p.249-255, 2008.
- BUTTS, M. B; PAYNE, J. T.; KRISTENSEN, M.; MADSEN, H. An evaluation of the impact of model structure on hydrological modelling uncertainty for streamflow simulation. **Journal of Hydrology**, n.1, v.298, p.242-266, 2004.
- CAMARGO, R. A.; CALIJURI, M. L.; SANTIAGO, A. F.; COUTO, E. A.; SILVA, D. F. M. Water quality prediction using the QUAL2Kw model in a small karstic watershed in Brazil. **Acta Limnologica Brasiliensia**, n.4, v.22, p.486-498, 2010.
- COSTA, D. J. L.; TEIXEIRA, D. Análise de incerteza em um modelo matemático de qualidade da água aplicado ao Ribeirão

do Ouro, Araraquara, SP, Brasil. **Revista Ambiente & Água**, n.2, v.6, p.232-245, 2011.

COSTA, D. J. L.; TEIXEIRA, D. Aplicação de modelo de autodepuração para avaliação da qualidade da água do Ribeirão do Ouro, Araraquara-SP. **Revista Uniara**, n.1, v.13, p.49-62, 2010.

COX, B. A. A review of currently available in-stream water-quality models and their applicability for simulating dissolved oxygen in lowland rivers. **The Science of the Total Environment**, n.1, v.314-316, p.335-377, 2003.

DOTTO, C. B. S.; MANNINA, G.; KLIDORFER, M.; VEZZARO L.; HENRICHS, M.; McCARTHY, T.; FRENI, G.; RAUCH, W.; DELETIC, A. Comparison of different uncertainty techniques in urban stormwater quantity and quality modeling. **Water Research**, n.8, v.46, p.2545-2558, 2012.

FAN, C.; WANG, W.; LIU, K. F.; YANG, T. Sensitivity analysis and water quality modeling of a tidal river using a modified Streeter-Phelps equation with HEC-RAS-Calculated hydraulic characteristics. **Environmental Modeling & Assessment**, n.1, v.17, p.639-651, 2012.

GASTALDINI, M. C. C.; PAZ, M. F.; KRAEMER, M. C. N.; PAIVA, E. M. C. D.; PAIVA, J. B. D. Modelagem matemática da qualidade das águas do reservatório do Arroio Vacacaí-Mirim. **XXX Congresso Interamericano de Ingeniería Sanitaria y Ambiental**. México, 2002.

GOTOVTSEV, A. V. Modification of the Streeter-Phelps system with the aim to account for the feedback between

dissolved oxygen concentration and organic matter oxidation rate. **Water Resources**, n.2, v.37, p.245-251, 2010.

JARUP, L. Hazards of heavy metal contamination. **British medical bulletin**, n.1, v.68, p.167-182, 2003.

KANAPIK, H. G.; FRANÇA, M. S.; FERNANDES, C. V. S.; MASINI, L. S.; MARIN, M. C. F. C.; PORTO, M. F. A. Análise crítica da calibração do modelo de qualidade de água QUAL2E – estudo de caso da bacia do Alto Iguaçu. **Revista de Gestão de Água da América Latina**, n.2, v.5, p.25-37, 2008.

KANNEL, P. R.; KANNEL, S. R.; LEE, S.; LEE, Y.; GAN, T. Y. A review of public domain water quality models for simulating dissolved oxygen in rivers and streams. **Environmental Modeling & Assessment**, n.2, v.16, p.183-204, 2011.

LARENTIS, D. G. **Modelagem matemática de qualidade da água em grandes bacias: Sistema Taquari-Antas-RS**. 2004. 159f. Dissertação (Mestrado em Recursos Hídricos e Saneamento Ambiental) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2004.

LEITE, A. E. B. **Simulação do lançamento de esgotos domésticos em rios usando um modelo de**

LI, S.; LI, J.; ZHANG, Q. Water quality assessment in the rivers along the water conveyance system of the Middle Route of the South to North Water Transfer Project (China) using multivariate statistical techniques and receptor modeling. **Journal of Hazardous Materials**, n.1, v.195, p.306-317, 2011.

LUCAS, A. A. T.; AGUIAR NETTO, A. O.; FOLEGATTI, M.

- V.; FERREIRA, R. A. Calibração do modelo hidrodinâmico MIKE11 para a sub-bacia hidrográfica do rio Piauitinga, Sergipe, Brasil. **Revista Ambiente & Água**, n.3, v.5, p. 195-207, 2010.
- MARTIN, C.; AYESA, E. An Integrated Monte Carlo Methodology for the calibration of water quality models. **Ecological Modelling**, n.22, v.221, p.2656-2667, 2010.
- McCARTIN, B. J.; FORRESTER JR, S. B. A fractional step-exponentially fitted hopscotch scheme for the Street-er-Phelps equations of river self-purification. **Engineering Computations**, n.2, v.19, p.177-189, 2002.
- MOURÃO JÚNIOR, P. R. **Aplicação do modelo de autodepuração de qualidade das águas QUAL-UFMG**. 2010. 144f. Dissertação (Mestrado Sustentabilidade Sócio-Econômica e Ambiental)- Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2010.
- OPPA, L. F. **Utilização de modelo matemático de qualidade da água para análise de alternativas de enquadramento do Rio Vacacaí Mirim**. 2007. 129 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2007.
- OSTFELD, A.; SALOMONS, S. A hybrid genetic—instance based learning algorithm for CE-QUAL-W2 calibration. **Journal of Hydrology**, n.1-4, v.310, p.122-142, 2005.
- PALMIERI, V.; CARVALHO, R. J. Qual2e model for the Corumbataí River. **Ecological Modelling**, n.1-2, v.198, p.269-275, 2006.
- PARK, S. S.; LEE, Y. S. A water quality modeling study of the Nakdong River, Korea. **Ecological Modelling**, n.1, v.152, p.65-75, 2002.
- PASSOS, R. L. **Seleção de eficiências de tratamento de esgotos a partir da utilização combinada de modelo de qualidade da água e de técnica meta-heurística de otimização**. 2012. 58f. Trabalho de Conclusão de Curso (Engenharia Ambiental) – Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2012.
- PAULA, L. M. **Avaliação da qualidade da água e auto-depuração do Rio Jordão, Araguari (MG)**. 2011. 196 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2011.
- qualidade d'água, SisBAHIA®**. 2004. 86 f. Dissertação (Mestrado em Saúde Pública)- Escola Nacional de Saúde Pública, Rio de Janeiro, 2004.
- RAMIN, M.; LABENCKI, T.; BOYD, D.; TROLLE, D.; ARHONDITSIS, G. B. A Bayesian synthesis of predictions from different models for setting water quality criteria. **Ecological Modelling**, n.1, v.242, p.127-145, 2012.
- REIS, J. S. A. **Modelagem matemática da qualidade da água para o alto Rio das Velhas/MG**. 2009. 169 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Agrícola) – Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2009.
- REN, Z.; ZENG, Y.; FU, X.; ZHANG, G.; CHEN, L.; CHEN, J.; CHOM, T.; WANG, Y.; WEI, Y. Modeling macrozooplank-

ton and water quality relationships after wetland construction in the Wenyuhe River Basin, China. **Ecological Modelling**, n.1, v.252, p.97-105, 2013.

REZENDE, G. R. Aplicação do modelo matemático de qualidade da água QUAL2E para o estudo do comportamento dos nutrientes nitrogênio e fósforo no Rio Monjolinho, São Carlos-SP. **XIX Simposio Brasileiro de Recursos Hídricos. Maceió**, 2011.

SARDINHA, D. S.; CONCEIÇÃO, F. T.; SOUZA, A. D. G.; SILVEIRA, A.; JULIO, M.; CONÇALVES, J. C. S. I. Avaliação da qualidade da água e autodepuração do Ribeirão do Meio, Leme (SP). **Engenharia Sanitária Ambiental**, n.3, v.13, p.329-338, 2008.

SILVA, A. C. **A utilização do modelo WinHSPF no estudo das cargas difusas de poluição da bacia do Ribeirão da Estiva**, SP. 2003. 179 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Hidráulica e Sanitária)- Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2003.

SONG, T.; KIM, K. Development of a water quality loading index based on water quality modeling. **Journal of Environmental Management**, n.3, v.90, p.1534-1543, 2009.

SOUZA, R. S. **Simulação hidrodinâmica da qualidade da água. Estudo de caso: Ajuste do modelo CE-QUAL-W2 à sub-bacia do Arroio Demétrio, Bacia Hidrográfica do Rio Gravataí/RS**. 2006. 156f. Dissertação (Mestrado em Recursos hídricos e Saneamento Ambiental) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2006.

TELES, R. B.; SILVEIRA, A. “Autodepuração de Escoamentos Naturais de Água” Estudo de Caso: de Modelagem Matemática em um Trecho do Ribeirão Preto, Ribeirão Preto-SP. **XXX Congresso Interamericano de Ingeniería Sanitaria y Ambiental**. Punta del Este, 2006.

TRESEDER, K. K. Nitrogen additions and microbial biomass: a meta-analysis of ecosystem studies. *Ecology letters*, n.10, v.11, p.1111-1120, 2008.

VON SPERLING, M. **Estudos e Modelagem da qualidade da água dos rios**. Belo Horizonte: Departamento de Engenharia Sanitária e Ambiental. 2007. 588p.

XU, Z.; GODREJ, A. N.; GRIZZARD, T. J. The hydrological calibration and validation of a complexly-linked watershed-reservoir model for the Occoquan watershed, Virginia. **Journal of Hydrology**, n.3-4, v.345, p. 167-183, 2007.

ZHANG, H.; CULVER, D. A.; BOEGMAN, L. A two-dimensional ecological model of Lake Erie: Application to dreissenid impacts on large lake plankton populations. **Ecological Modelling**, n.2-4, v.214, p.219-241.

Artigo submetido em 3 de maio de 2013

Artigo aceito em 12 de dezembro de 2013