

## Sistemas de referência para veículos espaciais: estudo de caso para o GNSS

### RESUMO

**Daniel Climaco Patez**

[daniel.patez@unesp.br](mailto:daniel.patez@unesp.br)

[orcid.org/0000-0002-6287-4761](http://orcid.org/0000-0002-6287-4761)

Faculdade de Ciências e Tecnologia "Júlio de Mesquita Filho" (FCT UNESP),  
Presidente Prudente, São Paulo, Brasil.

**Felipe Tintino Linhares de Souza**

[felipe.tintino@unesp.br](mailto:felipe.tintino@unesp.br)

[orcid.org/0000-0002-8867-4389](http://orcid.org/0000-0002-8867-4389)

Faculdade de Ciências e Tecnologia "Júlio de Mesquita Filho" (FCT UNESP),  
Presidente Prudente, São Paulo, Brasil

**João Pedro Voltare Zaupa**

[jp.zaupa@unesp.br](mailto:jp.zaupa@unesp.br)

[orcid.org/0000-0002-1123-7578](http://orcid.org/0000-0002-1123-7578)

Faculdade de Ciências e Tecnologia "Júlio de Mesquita Filho" (FCT UNESP),  
Presidente Prudente, São Paulo, Brasil

**João Francisco Galera Monico**

[galeramonico@unesp.br](mailto:galeramonico@unesp.br)

[orcid.org/0000-0003-4101-9261](http://orcid.org/0000-0003-4101-9261)

Faculdade de Ciências e Tecnologia "Júlio de Mesquita Filho" (FCT UNESP),  
Presidente Prudente, São Paulo, Brasil

**Daniele Barroca Marra Alves**

[daniele.barroca@unesp.br](mailto:daniele.barroca@unesp.br)

[orcid.org/0000-0002-9033-8499](http://orcid.org/0000-0002-9033-8499)

Faculdade de Ciências e Tecnologia "Júlio de Mesquita Filho" (FCT UNESP),  
Presidente Prudente, São Paulo, Brasil

Atualmente, a determinação da posição tridimensional com alta acurácia de um objeto ou feição de interesse é de grande importância em várias atividades, como na navegação, utilizando a tecnologia GNSS (*Global Navigation Satellite System*). Para isso, é essencial o uso de referenciais geodésicos adequados para cada atividade. No posicionamento por satélite são utilizados os sistemas de referência terrestre e celeste, os quais oferecem coordenadas cruciais para a estimativa precisa de posições na Terra e no espaço. Enquanto o referencial terrestre é dinâmico, com seus eixos coordenados relacionados com a rotação e os movimentos da Terra, o referencial celeste é um sistema inercial, com eixos fixos em relação a objetos distantes, os quasars (*Quasi Stelar Rádio Source*). Tanto a definição desses sistemas quanto os procedimentos associados à realização dos mesmos são estabelecidas com base nas resoluções aprovadas pela Assembleia Geral da União Astronômica Internacional (IAU - *International Astronomical Union*). Com isso, neste trabalho será apresentada uma revisão teórica detalhada sobre a situação atual das resoluções da IAU, bem como uma abordagem sobre a conversão entre os referenciais citados. Além disso, serão realizados experimentos a fim de demonstrar os procedimentos para a conversão entre os referenciais, sendo também calculada a magnitude dos erros associados a esta transformação.

**PALAVRAS-CHAVE:** Sistemas de Referência. GNSS. Órbita.

## INTRODUÇÃO

A determinação da posição tridimensional de um ponto de interesse vem sendo utilizada em atividades como a navegação, posicionamento e monitoramento de estruturas. A principal tecnologia utilizada nestas ações é o GNSS (*Global Navigation Satellite System*). Este sistema possibilita a obtenção da posição de uma feição sobre a superfície terrestre, a partir de dados advindos de satélites, vinculado a um referencial geodésico terrestre global e de origem geocêntrica (HOFMANN-WELLENHOF *et al.*, 2008; MONICO, 2008; SEEGER, 2003; ODJIK, 2017).

A definição e a realização dos sistemas de referência terrestres e celestes constituem elementos fundamentais tanto para o posicionamento por GNSS quanto para a determinação precisa das órbitas dos satélites, uma vez que fornecem a estrutura de coordenadas necessária para relacionar observações, efemérides e parâmetros geofísicos em um mesmo referencial (MONICO, 2008; MONTENBRUCK & GILL, 2005). A definição (do inglês *Reference System*) de um sistema de referência geodésico envolve a escolha de um elipsoide de revolução (semi-eixos, achatamento e excentricidades), aliado a propriedades como origem geocêntrica, orientação dos eixos, escala e modelos físicos convencionados, garantindo consistência e comparabilidade global (HOFMANN-WELLENHOF *et al.*, 2008; MONICO, 2008).

As soluções para definição de um referencial são denominadas de TRS (*Terrestrial Reference System* – Sistema de Referência Terrestre), para o caso terrestre, e CRS (*Celestial Reference System* – Sistema de Referência Celeste), para o caso celeste. Em situações práticas, são estabelecidos referenciais convencionais que proporcionam a origem, escala e orientação do sistema de referência, além de sua evolução temporal. Dentre os sistemas de referência convencionais define-se o CTRS (*Conventional Terrestrial Reference System* – Sistema de Referência Terrestre Convencional), para o caso terrestre, e o CCRS (*Conventional Celestial Reference System* – Sistema de Referência Celeste Convencional), para o caso celeste (MONICO, 2008).

Após a adoção de um sistema de referência deve-se realizar a realização/materialização deste sistema (do inglês *Reference Frame*), onde se materializa o ponto (ou vários pontos – denominado de rede) e coleta-se as observações de diferentes técnicas, como GNSS, VLBI (*Very Long Baseline Interferometry*), SLR (*Satellite Laser Ranging*) e DORIS (*Doppler Orbitography and Radiopositioning Integrated by Satellite*). A partir desses pontos sobre a superfície terrestre, realiza-se análise e a divulgação dos resultados. No caso terrestre, compreende um conjunto de estações de referência com suas respectivas coordenadas e velocidades e precisões, em uma determinada época. No celeste, constitui um conjunto de coordenadas equatoriais, ascensão reta e declinação, de objetos extragalácticos (MONICO, 2008; SEEGER, 2003).

Os sistemas de referência adotados no GNSS são globais e geocêntricos (onde o centro de massa é definido considerando a atmosfera e os oceanos), pois os satélites orbitam ao redor do centro de massa da Terra. Devido a isso, a melhor descrição das órbitas é no sistema de referência celeste, já as estações de referência terrestres são representadas em um sistema fixo à Terra e que rotaciona junto a ela, sendo o sistema terrestre (MONICO, 2008; SEEGER, 2003).

No método clássico, a transformação de um referencial celeste para o terrestre, e vice-versa, leva em conta os sistemas de tempo envolvidos, a partir de uma sequência de rotações, considerando os efeitos de precessão, nutação, rotação e orientação da Terra (incluindo movimento do polo) (MONICO, 2008). Essa transformação pode ser realizada seguindo as resoluções da IAU (*International Astronomical Union* – União Astronômica Internacional), denominada IAU2000/2006.

A IAU disponibiliza na internet uma biblioteca de rotinas, em linguagem C e FORTRAN, a fim de auxiliar o usuário na transformação entre os referenciais utilizando as recomendações citadas pela União, denominado de SOFA (*Standards Of Fundamental Astronomy*) (localizado em: <<https://www.iausofa.org/>>). Dentre os parâmetros iniciais adotados nas funções, destaca-se os EOP (*Earth Orientation Parameters* – Parâmetros de Orientação da Terra) e os elementos sobre o movimento do polo, disponibilizados nos boletins do IERS (*International Earth Rotation and Reference System Service* – Serviço Internacional de Orientação da Terra e Sistema de Referência).

Este trabalho visa realizar uma revisão teórica detalhada sobre as resoluções atuais da IAU, além de apresentar uma abordagem prática para a conversão entre os sistemas de coordenadas de referência. Serão conduzidos experimentos para demonstrar os procedimentos de conversão, bem como calcular a magnitude dos erros associados a essas transformações.

## SISTEMAS DE REFERÊNCIA CELESTE E TERRESTRE

O IERS foi estabelecido em 1987 pela IAU e IUGG (*International Union of Geodesy and Geophysics* – União Internacional de Geodésia e Geofísica), este, é responsável pela definição e manutenção dos sistemas de referência terrestre e celeste convencionais, além da determinação dos EOP utilizados para a transformação entre os dois sistemas. Entre as técnicas de observações utilizadas pelo IERS incluem o VLBI (*Very Long Baseline Interferometry*), LLR (*Lunar Laser Ranging*), GNSS, SLR (*Satellite Laser Ranging*) e o DORIS (*Doppler Orbitography and Radiopositioning by Satellite*).

Um sistema de referência contém um conjunto de coordenadas tetradiimensionais (X, Y, Z e variação no tempo) nas quais se torna possível a localização de um ponto no espaço. A componente tempo é importante devido ao movimento entre a Terra e os outros corpos celestes, causado por diversos fatores como mudança na velocidade e na orientação dos eixos de rotação (movimento do polo), precessão e nutação (alteração na orientação do corpo terrestre) (BRUM, 2009).

Em 1991 ocorreu a Assembleia Geral da IAU e através da resolução A4, foi adotada a teoria da relatividade como sendo base da definição e realização de referenciais. Se tratando de referencial celeste, foi inserido o BRS (*Barycentric Reference System* – Sistema de Referência Baricêntrico) e o GRS (*Geocentric Reference System* – Sistema de Referência Geocêntrico), com origens no baricentro do sistema solar e no geocentro, respectivamente, com direções dos eixos coordenados fixos em relação aos objetos no universo. Desta forma, o sistema não irá apresentar rotação em relação aos objetos extragalácticos. Com as convenções do IERS 2000 aprovadas, as siglas BRS e GRS foram renomeadas como sendo BCRS

(*Barycentric Celestial Reference System*) e GCRS (*Geocentric Celestial Reference System*) respectivamente (JEKELI & MONTENBRUCK, 2017; MCCARTHY, 2003; MONICO, 2008).

Em 1997, na Assembleia Geral da IAU, foi adotado o sistema denominado de ICRS (*International Celestial Reference System* – Sistema de Referência Celeste Internacional), sendo estabelecido que o plano principal, a linha do Equador (origem da declinação), e sua origem, o ponto vernal (origem da ascensão reta), deveriam estar o mais próximo possível do equador médio e do equinócio dinâmico na época J2000 (Tempo Juliano - correspondendo ao dia 01/01/2000 às 12h TDB (*Barycentric Dynamical Time* – Tempo Dinâmico Baricêntrico)). Neste sistema, as direções permanecem fixas no espaço independente de sua origem (baricentro ou geocentro). Assim, o eixo  $X^c$  (origem da ascensão reta) aponta muito próximo ao equinócio dinâmico às 12h TDB na época J2000, o  $Z^c$  para a direção do polo de referência convencional para a mesma época, e por fim, o eixo  $Y^c$  torna o sistema dextrogiro (JEKELI & MONTENBRUCK, 2017; MCCARTHY, 2003; MONICO, 2008).

Para a continuidade das realizações do sistema celeste, as orientações de seus eixos devem estar consistentes com o equador e equinócio na época J2000, como considerado no FK5. Pode-se considerar que as novas realizações do ICRS são um refinamento do catálogo fundamental FK5, pois possui uma melhor qualidade. Em 2019 ocorreu a terceira realização do ICRS, o ICRF3, com significativo aumento na qualidade dos dados.

O sistema ICRS possui materialização por uma série de coordenadas equatoriais de fontes de rádio extragaláctico quasars, determinadas pela técnica VLBI e sendo denominado de ICRF. A vinculação desta realização celeste com um referencial prático utilizado no posicionamento por satélite é concretizada através do ITRF (*IERS Terrestrial Reference Frame*) (JEKELI & MONTENBRUCK, 2017; MONICO, 2008).

O ITRS (*International Terrestrial Reference System* – Sistema de Referência Terrestre Internacional) rotaciona seguindo o movimento da Terra no espaço. Teoricamente tem origem no centro de massa da Terra (sistema geocêntrico) e sua orientação é equatorial, com o eixo  $Z^T$  apontando em direção ao polo. De acordo com a IUGG, em sua resolução nº 2 adotada em 1991 em Viena, foi recomendado que este sistema deve atender algumas definições, sendo elas (JEKELI & MONTENBRUCK, 2017; MCCARTHY, 2003; MONICO, 2008):

- Ser geocêntrico, com o centro de massa definido como a Terra toda (incluindo oceanos e atmosfera);
- Ter a escala consistente com o TCG (*Time Coordinate Geocentric* - Tempo Coordenado Geocêntrico), para um referencial geocêntrico;
- Ter a orientação dada pelo BIH (*Bureau International de L'Heure*) na época 1984,0;
- Manter orientação constante ao longo do tempo, sem se ajustar ao movimento tectônico horizontal da Terra.

Na prática, o ITRS é baseado no sistema convencional CTRS, sendo fixo à Terra e rotacionando em conjunto. As realizações do CTRS são produzidas pelo IERS ITRS-PC (ITRS – *Product Center*), contendo um catálogo de coordenadas e velocidades

de um grupo de estações do IERS. Estas estações são levantadas por meio de técnicas como o VLBI, SLR, GNSS e DORIS. Cada realização é denominada por ITRF-yy, onde o elemento “yy” corresponde aos últimos dois dígitos do ano cujo dados foram utilizados para a determinada realização (JEKELI & MONTENBRUCK, 2017; MONICO, 2008).

Em posicionamento pelo GNSS, em termos de referenciais terrestre e celeste, os mais importantes são dados pelo ITRS e GCRS, respectivamente (JEKELI & MONTENBRUCK, 2017; MONICO, 2008).

## EFEMÉRIDES TRANSMITIDAS

As efemérides são vitais para o rastreamento de satélites, planejamento de missões espaciais e monitoramento de objetos próximos à Terra. As características das efemérides transmitidas para satélites GNSS são dadas na Tabela 1.

Tabela 1 – Características das efemérides transmitidas

Sistema	Tipo	Inicia em	Até
GPS	LNAV	$T_{o_E} - 120min$	$T_{o_E}$
	CNAV/CNV2	$T_{o_E} - 90min$	$T_{o_E} + 30min$
Galileo	INAV/FNAV	$\approx T_{o_E} + 10min$	$\approx T_{o_E} + 180min$
GLONASS	FDMA	$T_{o_E} - 15min$	$T_{o_E} + 15min$
BeiDou	D1/D2, CNV1, CNV2, CNV3	$T_{o_E} - 30min$	$T_{o_E} + 30min$

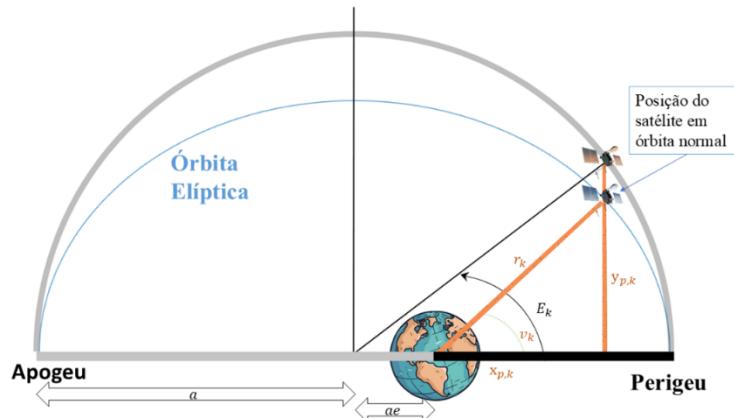
Fonte: Adaptado de Hugentobler e Montenbruck (2017).

## ÓRBITAS KEPLERIANAS

As efemérides transmitidas são obtidas a partir de um conjunto de parâmetros orbitais que descrevem a posição e velocidade de um satélite em órbita. Esses parâmetros são determinados pelo segmento de controle de um sistema global de navegação usando medições precisas de observações GNSS, como aquelas coletadas por receptores terrestres. A Terra Normal é um conceito utilizado na Geodésia e na descrição da forma da Terra, considerando-a como um elipsoide de revolução de massa homogênea (HUGENTOBLER & MONTENBRUCK, 2017). Uma órbita normal, também conhecida como órbita kepleriana, é uma trajetória que um objeto em movimento segue ao redor de um corpo central devido à influência da força gravitacional (Figura 1).

Na Figura 1,  $a$  e  $a_e$  são o semieixo maior e seu produto em relação a excentricidade do elipsoide de revolução, respectivamente. Os índices  $E_k$  e  $v_k$  denotam a anomalia excêntrica e verdadeira, respectivamente. Os elementos  $x_{p,k}$ ,  $y_{p,k}$  e  $r_k$  representam a posição no plano orbital e o raio da órbita do satélite em uma determinada época  $k$ .

Figura 1 – Geometria de uma órbita normal



Fonte: Autoria própria (2025).

O Tabela 2 descreve os elementos presentes (em ordem) em um arquivo de efeméride transmitida para sistemas GPS, Galileo e BeiDou. Esses arquivos podem ser obtidos em: <https://cddis.nasa.gov/>.

Tabela 2 – Elementos advindos de um arquivo RINEX de navegação

Parâmetros Temporais		Elementos Keplorianos		Parâmetros Perturbadores	
1	<i>Pseudo Random Noise (PRN)</i>	10	$\bar{M}_0$ (Anomalia Média em Tempo de Referência) (rad)	8	Crs (Parâmetro de Correção da Órbita - Seno do Raio) (rad)
2	DD MM YYYY (Dia Mês e Ano)			9	$\Delta n$ (Diferença de Movimento Médio) (rad/s)
3	<i>Epoch</i> (Época - HH MM SS.S)	12	e (Excentricidade)	11	Cuc (Coeficiente de Correção da Órbita - Cosseno do Argumento) (rad)
4	<i>Clock Correction <math>a_0</math></i> (Correção de Relógio) (s)	14	$\sqrt{a}$ (Raiz Quadrada do Semieixo Maior) ( $m^{1/2}$ )		Cus (Coeficiente de Correção da Órbita - Seno do Argumento) (rad)
5	<i>Clock Drift <math>a_1</math></i> (Deriva de Relógio) (s/s)		$a_{ref} + \Delta a$ (CNAV)	13	
6	<i>Clock Drift Rate <math>a_2</math></i> (Taxa de Deriva de Relógio) ( $s/s^2$ )	17	$\Omega_0$ (Longitude do Nodo Ascendente no Tempo de Referência) (rad)	16	Cic (Coeficiente de Correção da Órbita - Cosseno da Inclinação) (rad)
7	<i>IODE (Issue Of Data Ephemeris)</i>			18	Cis (Coeficiente de Correção da Órbita - Seno da Inclinação) (rad)
15	(Tempo de Referência de Órbita) (s)	19	$i_0$ (Ângulo de Inclinação no Tempo de Referência) (rad)	20	Crc (Coeficiente de Correção da Órbita - Seno do Raio)
29	<i>TGD (Group Delay)</i> (s)			22	$\dot{\Omega}$ (Taxa de Mudança do Nodo Ascendente) (rad/s)
30	<i>IODC (Issue of Data Clock)</i>	21	$\omega$ (Argumento do Perigeu) (rad)	23	$i$ (Taxa de Mudança da Inclinação) (rad/s)
31	<i>Trans Time</i> (Tempo de Transmissão) (s)				

Fonte: Adaptado de Monico (2008).

Com os parâmetros temporais, elementos keplerianos e parâmetros perturbadores obtidos através das efemérides transmitidas, calcula-se diversos parâmetros. Com o tempo das efemérides dado em segundos da semana e o tempo de referência do relógio, calculado com base na Equação 1, pode-se através da Equação 2, calcular o erro do relógio do satélite (HUGENTOBLER & MONTENBRUCK, 2017).

$$T_{o_C} = GNSS_{week}^{N^o} * 604800 + GNSS_{seconds}, \quad (1)$$

$$\Delta t_{GNSS} = a_0 + a_1(T_{o_E} - T_{o_C}) + a_2(T_{o_E} - T_{o_C})^2, \quad (2)$$

sendo  $GNSS_{week}^{N^o}$  o número da semana GNSS, 604800 o número de segundos que tem um dia e  $GNSS_{seconds}$  o horário em segundos dado na efeméride. Considerando um intervalo amostral  $t$ , o tempo de interesse para o cálculo da órbita é dado por (SEEBER, 2003):

$$t_k = T_{o_E} - T_{o_C} + t + \Delta t_{GNSS}. \quad (3)$$

Vale ressaltar que os elementos fornecidos têm validade de acordo com a Tabela 1. O movimento médio corrigido pode ser calculado através do produto escalar da constante gravitacional ( $G$ ) e a massa da Terra ( $M$ ), dividido pelo semieixo maior, conforme a Equação 4.

$$n = n_0 + \begin{cases} \Delta n [Demais\ formatos] \\ \Delta n + \Delta n(t_k) [CNAV] \end{cases} \rightarrow n_0 = \sqrt{\frac{GM}{a^3}}, \quad (4)$$

assim permitindo o cálculo da anomalia média, de acordo com a Equação 5.

$$\bar{M}_k = \bar{M}_0 + nt_k. \quad (5)$$

A equação de Kepler para a anomalia excêntrica é resolvida por meio de iterações ( $I$ ). O processo iterativo converge rapidamente para encontrar o valor da anomalia excêntrica ( $E_k$ ). Dada pela Equação 6 (HUGENTOBLER & MONTENBRUCK, 2017).

$$E_k^I = E_k^{I-1} - \frac{E_k^{I-1} - e * \operatorname{sen}(E_k^{I-1}) - \bar{M}_k}{1 - e * \operatorname{cos}(E_k^{I-1})}, \quad (6)$$

assim, é possível calcular a anomalia verdadeira, pela Equação 7.

$$v_k = \operatorname{atg} \left\{ \frac{\sqrt{1-e^2} \operatorname{sen}(E_k)}{|\operatorname{cos}(E_k)-e|} \right\}, \quad (7)$$

e o argumento da latitude, pela Equação 8.

$$\Phi_k = v_k + \omega. \quad (8)$$

Embora as órbitas normais sejam baseadas nas leis de Kepler, o universo físico está sujeito a perturbações. Forças gravitacionais de outros corpos, efeitos atmosféricos, não esfericidade da Terra, radiação solar e outras influências podem causar desvios nas órbitas, tornando-as "perturbadas". Necessita-se então realizar correções de perturbações de um objeto em movimento em uma órbita elíptica.

Os índices  $\delta u_k$ ,  $\delta r_k$  e  $\delta i_k$  apresentam as correções na anomalia do argumento, no raio e na inclinação, pelas Equações 9, 10 e 11 (SEEBER, 2003).

$$\delta u_k = Cuc \cdot \cos 2\Phi_k + Cus \cdot \sin 2\Phi_k, \quad (9)$$

$$\delta r_k = Crc \cdot \cos 2\Phi_k + Crs \cdot \sin 2\Phi_k, \quad (10)$$

$$\delta i_k = Cic \cdot \cos 2\Phi_k + Cis \cdot \sin 2\Phi_k, \quad (11)$$

para então corrigir as observações presentes nas Equações 12, 13 e 14.

$$u_k = \Phi_k + \delta u_k, \quad (12)$$

$$r_k = A(1 - e \cos E_k) + \delta r_k, \quad (13)$$

$$i_k = i_0 + i_{t_k} + \delta i_k. \quad (14)$$

Deve-se converter as coordenadas polares (argumento da latitude, raio e inclinação) para coordenadas cartesianas no plano orbital, dados pelas Equações 15 e 16.

$$x_{p,k} = r_k \cos(u_k), \quad (15)$$

$$y_{p,k} = r_k \sin(u_k). \quad (16)$$

Calcula-se a Longitude Corrigida do Nodo Ascendente ( $\Omega_k$ ), que é um parâmetro importante utilizado na mecânica orbital para descrever a posição de um objeto no espaço. Dado uma constante de rotação da Terra ( $\omega_e$ ) do ITRF2020 igual a  $7,292115 \times 10^{-5}$  rad/s, têm-se o calculado pela Equação 17.

$$\Omega_k = \Omega_0 + (\dot{\Omega} - \omega_e)t_k - \omega_e T_{o_E}. \quad (17)$$

Assim, pode-se obter a posição do satélite em coordenadas geocêntricas:

$$X_k = x_{p,k} \cos \Omega_k - y_{p,k} \sin \Omega_k \cos i_k, \quad (18)$$

$$Y_k = x_{p,k} \sin \Omega_k - y_{p,k} \cos \Omega_k \cos i_k, \quad (19)$$

$$Z_k = y_{p,k} \sin \Omega_k. \quad (20)$$

A determinação precisa da velocidade de um satélite no sistema de coordenadas ECEF (*Earth Centered Earth Fixed*) é crucial para a navegação e o rastreamento precisos. O método aqui discutido envolve equações que relacionam as componentes de velocidade ( $\dot{x}$ ,  $\dot{y}$ ,  $\dot{z}$ ) em relação às coordenadas de posição, ângulo de inclinação, anomalia verdadeira, excentricidade e suas taxas de variação. O cálculo da velocidade e ao TRS é dado pelas Equações 21, 22 e 23 (THOMPSON et al, 2019).

$$\dot{x} = -x_{p,k} \dot{\Omega}_k \sin \Omega_k - y_{p,k} (\dot{\Omega}_k \cos \Omega_k \cos i_k - i_k \sin \Omega_k \sin i_k) + \dot{x}' \cos \Omega_k - \dot{y}' \sin \Omega_k \cos i_k \quad (21)$$

$$\dot{y} = x_{p,k} \dot{\Omega}_k \cos \Omega_k - y_{p,k} (\dot{\Omega}_k \sin \Omega_k \cos i_k + i_k \cos \Omega_k \sin i_k) + \dot{x}' \sin \Omega_k - \dot{y}' \cos \Omega_k \cos i_k, \quad (22)$$

$$\dot{z} = y_{p,k} i_k \cos i_k + \dot{y}' \sin i_k. \quad (23)$$

A posição inicial no plano orbital, os parâmetros orbitais como a taxa da longitude corrigida do nó ascendente ( $\dot{\Omega}_k$ ) e a taxa de inclinação corrigida ( $i'_k$ ) são considerados para calcular as componentes da velocidade. As equações também incorporam derivadas temporais da anomalia excêntrica ( $\dot{E}_k$ ) e da anomalia verdadeira ( $\dot{v}_k$ ), além de termos como a taxa de variação do argumento da latitude ( $\dot{u}_k$ ) e a taxa de variação da distância radial ( $\dot{r}_k$ ). Estes elementos são previamente calculados de acordo com as Equações 24-31.

$$\dot{E}_k = n/(1 - e \cos E_k), \quad (24)$$

$$\dot{v}_k = \frac{\dot{E}_k \sqrt{1-e^2}}{1 - e \cos E_k}, \quad (25)$$

$$i'_k = i + 2\dot{v}_k(Cis \cdot \cos(2u_k) - Cic \cdot \sin(2u_k)), \quad (26)$$

$$u_k = \dot{v}_k + 2\dot{v}_k(Cus \cdot \cos(2u_k) - Cuc \cdot \sin(2u_k)), \quad (27)$$

$$\dot{r}_k = ea\dot{E}_k + 2\dot{v}_k(Crs \cdot \cos(2u_k) - Crc \cdot \sin(2u_k)), \quad (28)$$

$$\dot{\Omega}_k = \dot{\Omega} - \omega_e, \quad (29)$$

$$\dot{x}' = \dot{r}_k \cos(u_k) - \dot{r}_k u_k \sin(u_k), \quad (30)$$

$$\dot{y}' = \dot{r}_k \sin(u_k) + \dot{r}_k u_k \cos(u_k). \quad (31)$$

## ÓRBITAS EM COORDENADAS CARTESIANAS

Em vez de fornecer o conjunto de elementos keplerianos, o GLONASS fornece aos usuários um vetor de estado cartesiano, que inclui as componentes de posição e velocidade em relação a uma determinada época de referência. O Tabela 3 apresenta a estrutura das efemérides transmitidas do GLONASS.

Tabela 3 – Elementos advindos de um arquivo RINEX de navegação (GLONASS)

1ª Linha		2ª Linha		3ª Linha		4ª Linha	
1	PRN/Ano/Mês/Dia	1	Posição X (Km)	1	Posição Y (Km)	1	Posição Z (Km)
2	Época (Hora, minuto e segundo)	2	Velocidade em X (Km/s)	2	Velocidade em Y (Km/s)	2	Velocidade em Z (Km/s)
3	Erro de Relógio (s)	3	Aceleração em X (Km/s <sup>2</sup> )	3	Aceleração em Y (Km/s <sup>2</sup> )	3	Aceleração em Z (Km/s <sup>2</sup> )
4	Erro de Frequência	4	Saúde (0: Saudável; 1: Não Saudável)	4	Identificador (k = -7...+13) ou (k = -7...+6)	4	Idade das informações operacionais (dias)
5	tempo do quadro da mensagem (tk + nd * 86400)						

Fonte: Adaptado de GLONASS (2008).

As condições iniciais transmitidas na mensagem de navegação estão no sistema de coordenadas ECEF de Greenwich, referente ao sistema de coordenadas PZ-90. Para integração de órbitas, é necessário transformá-las para um sistema de coordenadas absoluto (inercial) para um instante  $t_e$ , conforme as Equações 32-37 (GLONASS ICD, 2008).

$$x_a(t_e) = x(t_e)\cos\theta_{G_e} - y(t_e)\sin\theta_{G_e}, \quad (32)$$

$$y_a(t_e) = x(t_e)\sin\theta_{G_e} + y(t_e)\cos\theta_{G_e}, \quad (33)$$

$$z_a(t_e) = z(t_e), \quad (34)$$

$$\dot{x}_a(t_e) = \dot{x}(t_e)\cos\theta_{G_e} - \dot{y}(t_e)\sin\theta_{G_e} - \omega_e y_a(t_e), \quad (35)$$

$$\dot{y}_a(t_e) = \dot{x}(t_e)\sin\theta_{G_e} + \dot{y}(t_e)\cos\theta_{G_e} - \omega_e x_a(t_e), \quad (36)$$

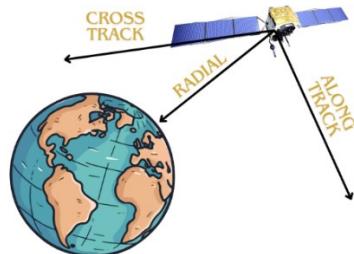
$$\dot{z}_a(t_e) = \dot{z}(t_e) \quad \theta_{G_0} = \theta_{G_0} + \omega_e(t_e + 3h), \quad (37)$$

sendo  $\theta_{G_0}$  o tempo sideral em Greenwich à meia-noite (GMT) de uma data na qual o instante  $t_e$  está referenciado.

### SISTEMA DE REFERÊNCIA CENTRADO NO SATÉLITE (*Body-Fixed*)

Uma forma interessante de representar o movimento do satélite é utilizando um sistema *Body-Fixed*. Tal sistema pode ser definido de várias maneiras; a mais comum é considerando como origem o centro de massa do satélite, com o eixo radial (*Radial*) apontando para o centro de massa da Terra, o eixo longitudinal (*Along-Track*) tangente à trajetória do satélite e o terceiro eixo (*Cross-Track*) perpendicular aos demais, formando um sistema dextrogiro, conforme visualizado na Figura 2 (SANTOS, 1995).

Figura 2 – Sistema de Coordenadas Centrado no Satélite



Fonte: Autoria própria (2025).

As componentes deste sistema podem ser calculadas de acordo com as Equações 38-42 (SANTOS, 1995). Esse sistema permite calcular as discrepâncias entre duas órbitas para um mesmo satélite, como por exemplo, a diferença entre as órbitas calculadas por uma efemeride transmitida e precisa, em termo de seus elementos, a exemplo de um sistema geodésico local, facilitando as interpretações das discrepâncias.

$$cross-track = \hat{n} = \frac{\mathbf{r} \times \dot{\mathbf{r}}}{\|\mathbf{r} \times \dot{\mathbf{r}}\|} = [\hat{X}_n \hat{Y}_n \hat{Z}_n], \quad (38)$$

$$along-track = \hat{t} = \frac{\hat{n} \times \mathbf{r}}{\|\hat{n} \times \mathbf{r}\|} = [\hat{X}_t \hat{Y}_t \hat{Z}_t], \quad (39)$$

$$radial = \hat{r} = \frac{\mathbf{r}}{\|\mathbf{r}\|} = [\hat{X}_r \hat{Y}_r \hat{Z}_r], \quad (40)$$

$$\delta = [x^{\text{transmitida}} - x^{\text{precisa}} \ y^{\text{transmitida}} - y^{\text{precisa}} \ z^{\text{transmitida}} - z^{\text{precisa}}], \quad (41)$$

$$[\text{cross-track along-track radial}] = [\hat{n}^T \ \hat{t}^T \ \hat{r}^T] \delta. \quad (42)$$

Nestas equações,  $r$  é o vetor das coordenadas do satélite e  $\dot{r}$  suas respectivas velocidades, em relação ao ECEF.

## EFEMÉRIDES PRECISAS

As efemérides precisas, ou pós-processadas, tem por objetivo atender usuários que necessitam de um posicionamento com uma melhor precisão, melhor do que a proporcionada pelas efemérides transmitidas. Estes produtos são disponibilizados pelo IGS (*International GNSS Service*), que compreende uma rede global de mais que quatrocentas estações distribuídas pelo mundo. Na estrutura do IGS existem centros de análise (ACC – *Analyze Center Coordinator*) responsáveis pela produção das efemérides precisas. Os centros de análises existentes são: CODE (*Center for Orbit Determination for Europe*, em Berna (Suiça)), NRCan (*National Resources Canada*, em Ottawa (Canadá)), ESA/ESOC (*European Space Operation Center*, em Darmstadt (Alemanha)), GFZ (*Geodätisches Forschungszentrum*, em Potsdam (Alemanha)), JPL (*Jet Propulsion Laboratory*, Pasadena (EUA)), NOAA/NGS (*National Ocean Atmospheric Administration/NGS*, (EUA)), SIO (*Scripps Institution of Oceanography*, La Jolla (EUA)), MIT (*Massachusetts Institute of Technology*, Cambridge (EUA)), GOP (*Geodetic Observatory Pecny*, República Tcheca), IAC (*Information and Analysis Center of Navigation*, Rússia), JGX (*Geospacial Information Authority of Japan and Japan Aerospace Exploration Agency*, Japão), GRG (*Space geodesy team of the CNES*, França), WHU (*Wuhan University*, China), e por fim, USNO (*U. S. Naval Observatory*, Washington (EUA)) (MONICO, 2008; IGS, 2024).

As efemérides precisas são identificadas com base na sigla do centro que a produz, seguido da semana GPS e pelo dia da semana (se iniciando ao domingo, dia 0, até sábado), cada arquivo corresponde a 24 horas. A extensão utilizada por estes arquivos é a sp3 (*Standard Product 3*), resultante de um estudo para padronizar os formatos das órbitas dos satélites (HILLA, 2010; IGS, 2024; NGA, 2020).

Com as efemérides produzidas pelos diferentes centros, são realizadas combinações resultando em efemérides identificadas por IGS (finais), IGR (IGS Rápidas), IGU (IGS Ultrarrápidas) e RTS (IGS *Real Time Service*), conforme a descrição está presente na Tabela 4.

A qualidade destas efemérides vem sendo melhorada ao decorrer do desenvolvimento de modelos mais adequados e maior quantidade de estações de coleta de dados. A acurácia das posições dos satélites das efemérides IGS, IGR e IGU observada é de 2,5 cm, 2,5 cm, 3 cm, respectivamente, já a IGU predita é da ordem de 5 cm. Já para o erro do relógio do satélite, a acurácia obtida para IGS e IGR é da ordem de 0,1 ns (nanosegundo), já para IGU observada e predita é de 3 e 5 ns, respectivamente (HILLA, 2010; IGS, 2024; NGA, 2020).

Tabela 4 – Combinações de efemérides de vários centros de análises

Tipo		Acurácia	Latência	Updates	Intervalo Amostral
<b>Transmitida</b>	Órbita	~100 cm	Tempo Real	—	Diário
	Relógio do Sat.	~5 ns RMS ~2.5 ns SDev			
<b>Ultra-Rápidas (Preditas)</b>	Órbita	~5 cm	Tempo Real	Às 03, 09, 15, 21 UTC	15 min
	Relógio do Sat.	~3 ns RMS ~1.5 ns SDev			
<b>Ultra-Rápidas (Observadas)</b>	Órbita	~3 cm	3 – 9 horas	Às 03, 09, 15, 21 UTC	15 min
	Relógio do Sat.	~150 ps RMS ~50 ps SDev			
<b>Rápidas</b>	Órbita	~2.5 cm	17 – 41 horas	Às 17 UTC	15 min
	Relógio do Sat.	~75 ps RMS ~25 ps SDev			
<b>Final</b>	Órbita	~2.5 cm	12 – 19 dias	Toda Sexta-Feira	15 min
	Relógio do Sat.	~75 ps RMS ~20 ps SDev			
<b>RTS</b>	Órbita	~5 cm	25s	-	5-60s
	Relógio do Sat.	~300 ps RMS ~120 ps SDev			
<b>Final (GLONASS)</b>	Órbita	~3 cm	12 – 19 dias	Toda Sexta-Feira	Diário

Fonte: Adaptado de IGS (2025).

Atualmente, tem-se as efemérides precisas em tempo real, ou RTS. Fornece dados e produtos GNSS em tempo real com latência de segundos, suportando aplicações como monitoramento de constelações e previsão meteorológica. Lançado em 2013, é um serviço colaborativo, padronizado em RTCM e distribuído via NTRIP, integrando-se ao sistema GGOS (*Global Geodetic Observing System*). Operando com uma rede de mais de 200 estações globais, o serviço entrega órbitas e correções de relógio processadas por ACC. Enquanto o RTS atende aplicações em tempo real, os produtos Ultrarrápidos, criados em 2000, oferecem uma solução com latência de 3 horas, ideal para usuários como a comunidade meteorológica e missões em órbita baixa (LEO) (DVW, 2017; KOUBA, 2015).

A composição das efemérides precisas é de coordenadas X, Y e Z dos satélites em quilômetros, referenciadas em um sistema de referência terrestre (ITRF), além das correções dos relógios dos satélites, em microssegundos, nas quais são disponibilizadas a cada 15 minutos (MONICO, 2008; HILLA, 2010; IGS, 2024; NGA, 2020).

### TRANSFORMAÇÃO ENTRE REFERENCIAIS CELESTE E TERRESTRE

A transformação entre o GCRS para o ITRS é realizada de acordo com uma sequência de rotações, levando em consideração a precessão (*P*), nutação (*N*), rotação e a orientação do planeta Terra (*S*) (incluindo movimento do polo) (MONICO, 2008). Trata-se de um conceito antigo, ou seja:

$$\vec{X}^T = SNP\vec{X}^C, \quad (43)$$

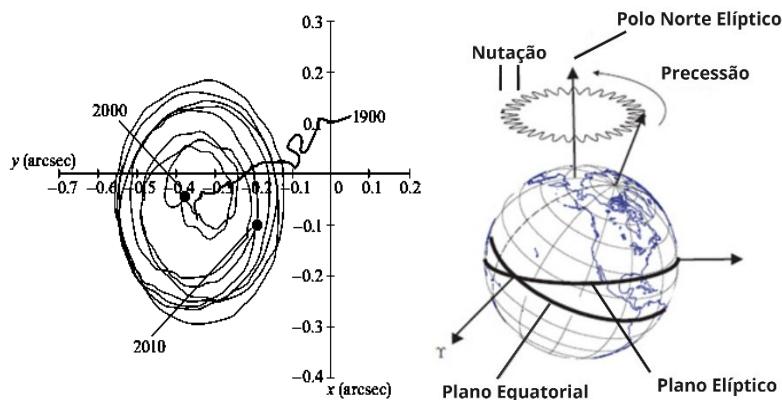
onde  $\vec{X}^T$  e  $\vec{X}^C$  são os vetores posicionais, dos satélites, nos sistemas terrestre e celeste, respectivamente

Além dos efeitos previamente citados, deve-se levar em consideração a mudança dos sistemas de tempo, a paralaxe anual e a curvatura da luz ao realizar a transformação de BCRS para GCRS (MONICO, 2008).

## PRECESSÃO E NUTAÇÃO

O eixo de rotação da Terra e seu plano equatorial não estão fixos no espaço, no entanto eles rotacionam seguindo um sistema inercial (como o GCRS). Isso pode ser justificado devido à atração gravitacional exercida pela Lua e o Sol sobre a protuberância equatorial do planeta Terra e a atração gravitacional de outros planetas. O movimento total resultante desta rotação é separado entre uma componente principal secular (precessão, duração de 26000 anos) e secundária periódica (nutação, duração de 18,6 anos) (MONICO, 2008; SEEGER, 2003). Na Figura 3 encontram-se as ilustrações de movimento do polo, precessão e nutação.

Figura 3 – Movimento do polo, precessão e nutação



Fonte: Teunissen e Montenbruck (2017) e GMAT-NASA.

Quando apenas o efeito de precessão é considerado, tem-se o equador e o ponto vernal ( $\gamma$ ) médios, com isso, trata-se como um sistema de referência Celeste Médio. Quando a nutação também é considerada, tem-se o equador e o ponto vernal verdadeiros, e assim trata-se como um sistema de referência Celeste Verdadeiro (MONICO, 2008).

Assim, as coordenadas na época de referência J2000 ( $t_0$ ) podem ser alteradas para uma época de interesse a partir da matriz precessão visualizado na Equação 44 (MONICO, 2008).

$$P = R_3(-z)R_2(\theta)R_3(-\zeta), \quad (44)$$

onde:

- $\zeta = 2306,2181''t + 0,30188''t^2 + 0,017998''t^3;$
- $z = 2306,2181''t + 1,09468''t^2 + 0,018203''t^3;$
- $\theta = 2004,3109''t - 0,42665''t^2 - 0,041833''t^3.$

O elemento  $t$  representa o intervalo (em séculos Julianos de 36,525 dias solares médios) entre a época padrão (J2000) e a época de interesse (Equação 45) (MONICO, 2008).

$$t = \frac{TT - 2451545,0}{36525,0}, \quad (45)$$

onde  $TT$  é o Tempo Terrestre (em dia Juliano) da época de interesse, sendo  $TT = TAI + 32,184s = T_{GPS} + 19s + 32,184s$ . Onde  $TAI$  é o Tempo Atômico Internacional e  $T_{GPS}$  é o tempo do sistema GPS.

Ao aplicar a transformação de precessão o sistema se encontrará no referencial Celeste Médio. Assim, para transformar para o sistema celeste instantâneo, deve-se aplicar a matriz de nutação, conforme a Equação 46 (MONICO, 2008).

$$N = R_1(-\varepsilon - \Delta\varepsilon)R_3(-\Delta\Psi)R_1(\varepsilon), \quad (46)$$

onde:

- $\varepsilon$  é a obliquidade da eclíptica;

$$N = 23^{\circ}26'21,448'' - 46,815''t - 0,00059''t^2 + 0,001813''t^3 \quad (47)$$

- $\Delta\varepsilon$  é a nutação em obliquidade;
- $\Delta\Psi$  é a nutação em longitude.

Os elementos  $\Delta\varepsilon$  e  $\Delta\Psi$  são baseados na teoria de nutação, modelo elástico da Terra que substituiu o modelo da Terra rígida, de responsabilidade da IAU. Estes elementos são obtidos a partir de uma expansão em série envolvendo respectivamente, 106 e 64 coeficientes (MONICO, 2008).

Os modelos citados foram substituídos ao decorrer da 24ª Assembleia Geral da IAU pelos modelos de Precessão e Nutação da IAU2000 (iniciando em 01/01/2003) (IERS, 2010).

Mais detalhes os parâmetros de Precessão e Nutação são apresentados em Capitaine (2012); Capitaine *et al.*, (2003) e Capitaine & Soffel, (2015).

## MOVIMENTO DO POLO E ÂNGULO DE ROTAÇÃO DA TERRA

O movimento do polo é a rotação do polo celeste verdadeiro (eixo de rotação instantâneo) em relação ao polo de um sistema de referência convencional fixo à Terra, sendo chamado de CIO (*Conventional International Origin* – Origem Convencional Internacional) ou CTP (*Conventional Terrestrial Pole* – Polo Convencional Terrestre). Este efeito acontece em decorrência a variações na distribuição de massa da Terra e em sua atmosfera, podendo acontecer devido ao movimento da atmosfera e dos oceanos, mudanças na distribuição da massa da superfície (por exemplo erosão), mudanças na crosta e nos fluidos (por exemplo erupções vulcânicas e/ou terremotos), além do movimento entre a crosta terrestre e seu interior (MONICO, 2008; ALVES, 2008).

A fim de realizar a transformação do sistema de referência Celeste Verdadeiro para o Terrestre Convencional necessita-se de parâmetros adicionais presentes nos EOP, sendo o tempo sideral verdadeiro de Greenwich (GST – *Greenwich Sideral Time*) e as coordenadas do polo em relação ao CIO ( $x_p$  e  $y_p$ ). O sistema de coordenadas do movimento do polo possui origem no CIO, o eixo  $x_p$  direcionando

ao meridiano origem (Greenwich) e o  $y_p$  é positivo apontando para o meridiano  $270^\circ$  (MONICO, 2008).

Os valores para as coordenadas do polo não são obtidos com base nas observações, são fornecidos a partir de boletins disponibilizados pelo IERS. Com isso, a matriz de rotação da Terra e movimento do polo se encontram na Equação 48 (MONICO, 2008).

$$S = R_2(-x_p)R_1(-y_p)R_3(GST), \quad (48)$$

onde o elemento GST pode ser obtido pelas Equações 49-52.

$$GST = GMST + \Delta\Psi \cos \cos(\varepsilon) + 0,00264''\sin(\Omega) + 0,000063''\sin(2\Omega), \quad (49)$$

$$GMST = GMST_{0HSUT1} + r[(UT1 - UTC) + UTC], \quad (50)$$

$$GMST_{0HSUT1} = 6h41'50,54841'' + 8640184,812866''t + 0,093104t^2 - 6,2'' * 10^{-6}t^3, \quad (51)$$

$$r = 1,002737909350795 + 5,9006 * 10^{-11}t - 5,9 * 10^{-15}t^2, \quad (52)$$

onde  $\Omega$  é a longitude média do nodo ascendente do plano orbital da Lua.

Os ângulos  $x_p$ ,  $y_p$  e GST formam um sistema cartesiano dextrogiro, com rotação no sentido horário. Quando estes ângulos forem significativamente pequenos capazes de realizar aproximações do tipo  $\cos(a) = 1$  e  $\sin(a) = a$ , em radianos, as matrizes de rotação presentes no cálculo do movimento do polo, podem ser reduzidas conforme as Equações 53 e 54.

$$R_2(-x_p)R_1(-y_p) = [1 \ 0 \ x_p \ 0 \ 1 \ 0 \ -x_p \ 0 \ 1] [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ -y_p \ 0 \ y_p \ 1] = [1 \ 0 \ x_p \ 0 \ 1 \ -y_p \ -x_p \ y_p \ 1], \quad (53)$$

$$R_3(GST) = [1 \ GST \ 0 \ -GST \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1]. \quad (54)$$

## RESOLUÇÃO IAU2000

Em janeiro de 2003 entrou em vigência a resolução IAU2000 com modificações nos modelos de precessão e nutação, em decorrência da melhoria na qualidade das observações. Os modelos preditos nas resoluções IAU1976 e IAU1980 sobre a precessão e nutação, respectivamente, foram substituídos pela IAU2000A, utilizando as mesmas expressões baseadas nos modelos anteriores e contendo uma precisão de 0,2 mas (milionésimo do arco de segundo), e pela IAU2000B, com precisão da ordem de 1,0 mas (MCCARTHY & PETIT, 2004 *apud* MONICO, 2008).

A transformação entre as coordenadas dos referenciais celeste (GCRS) e terrestre (ITRS), de acordo com a resolução IAU2000, é calculada a partir de três matrizes de rotação provenientes do movimento do polo ( $W(t)$ ), do ângulo de rotação da Terra ( $R(t)$ ) e do movimento do polo celeste no sistema celeste (precessão e nutação) ( $Q(t)$ ), na Equação 55. Visualiza-se o cálculo inverso para a transformação de terrestre para celeste, na Equação 56.

$$\vec{X}^T = W(t)R(t)Q(t)\vec{X}^C, \quad (55)$$

$$\vec{X}^C = (W(t)R(t)Q(t))^{-1}\vec{X}^T. \quad (56)$$

A matriz  $W(t)$  pode ser obtida conforme a Equação 57.

$$W(t) = R_3(s')R_2(-x_p)R_1(-y_p), \quad (57)$$

onde  $s'$  corresponde a uma quantidade que proporciona a posição do TEO (*Terrestrial Ephemeris Origin* – Origem Terrestre das Efemérides) no ITRS. Esta quantidade é sensível a grandes mudanças no movimento do polo e geralmente é menor que 0,4 mas no próximo século, podendo ser calculada pela Equação 58.

$$s' = -47uas * t, \text{ com } uas \text{ (micro arcos de segundos).} \quad (58)$$

A matriz  $R(t)$  é calculada a partir do ângulo de rotação da Terra ( $\theta(t)$ ), na qual é medido sobre o equador do CIP (*Celestial Intermediate Pole* – Polo Celeste Intermediário), entre o CEO (*Celestial Ephemeris Origin* – Origem das Efemérides Celestes) e o TEO. Também está relacionada com o tempo UT1 (Tempo Universal). Na Equação 59 é visualizado o cálculo desta matriz, e na Equação 60 visualiza-se o cálculo do ângulo de rotação da Terra.

$$R(t) = R_3(-\theta(t)), \quad (59)$$

$$\theta(T_u) = 2\pi(0,7790572732640 + 1,00273781191135448 * T_u), \quad (60)$$

onde  $T_u = (\text{Data Juliana em UT1} - 2451545,0)$ . Ressalta-se que o termo UT1 pode ser calculado fazendo o uso do UTC (*Universal Time Coordinate* – Tempo Coordenado Universal) e do DUT1 (fornecido pelo IERS), conforme a Equação 61.

$$UT1 = UTC + DUT1, \quad (61)$$

onde  $UTC = TAI - N^\circ$  de saltos de segundos (37s atualmente (agosto/2023)).

A matriz  $Q(t)$  é obtida pela Equação 62.

$$Q(t) = [1 - ax^2 - axy \ x - axy \ 1 - ay^2 \ y - x - y \ 1 - a(x^2 + y^2)]R_3(s), \quad (62)$$

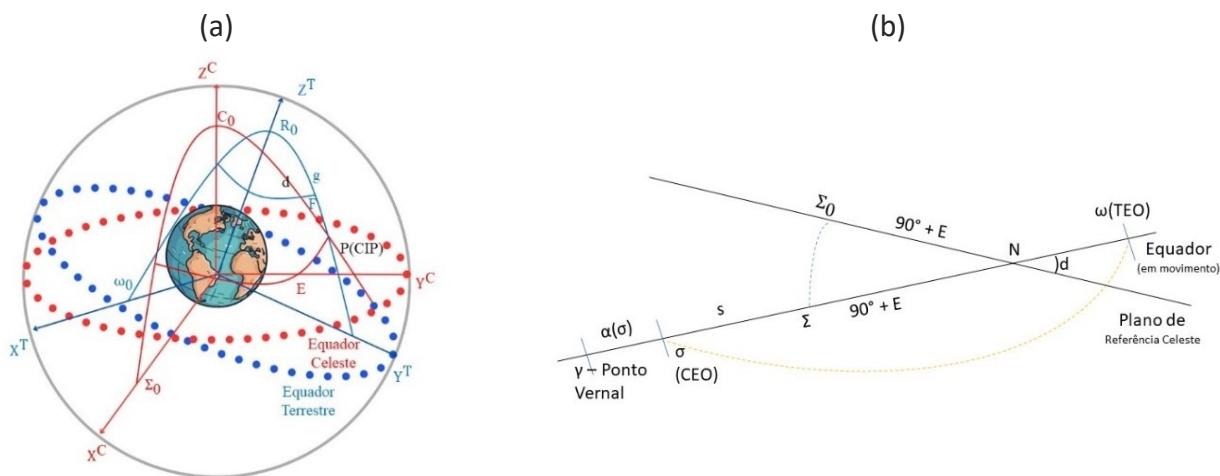
$$\text{onde } a = \frac{1}{2} + \frac{1}{8}(x^2 + y^2).$$

As coordenadas x e y proporcionam a posição do CIP no GCRS, baseado nas resoluções IAU2000A e IAU2000B. A quantidade s é utilizada para a posição do CEO no equador do CIP, conforme mostrado na Figura 4.

Desde janeiro de 2003, o IERS está publicando em seus boletins os valores de  $\delta_x$  e  $\delta_y$ , denominadas de correções do polo celeste (*celestial pole offset*) a serem aplicados nas coordenadas x e y, respectivamente, com respeito aos modelos de precessão e nutação.

A fim de implementar a resolução IAU2000, o IERS disponibiliza rotinas em linguagem C e Fortran, denominado de SOFA. Além disto, há também disponibilizado por Mahooti (2024) as rotinas em linguagem MATLAB.

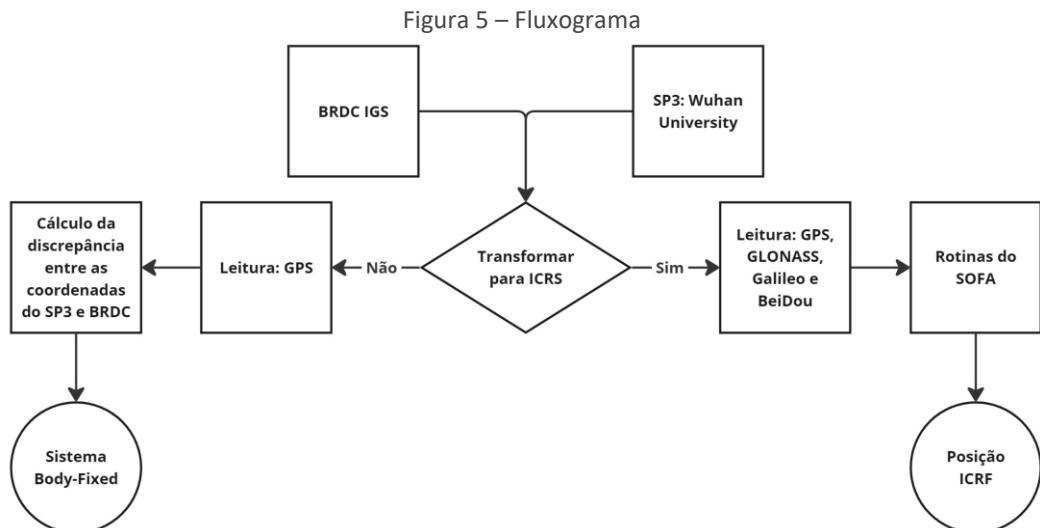
Figura 4 – Referenciais Terrestre (em azul) e celeste (em vermelho), em (a), definição do CEO, TEO e ângulo de rotação da Terra ( $\theta(t)$ ), em (b).



Fonte: Autoria própria (2025).

## METODOLOGIA APLICADA

Foram realizados dois experimentos para este trabalho. O primeiro sendo a transformação de coordenadas ITRS para ICRS utilizando as constelações do GPS, GLONASS, GALILEO e BeiDou. O segundo sendo a representação de satélite no sistema *Body-Fixed*, onde foi demonstrado apenas para o satélite GPS PRN 14. De forma sintetizada, a metodologia segue como o fluxograma demostrado na Figura 5.



Fonte: Autoria própria (2025).

## EXPERIMENTO 1: TRANSFORMAÇÃO DE COORDENADAS ITRS PARA ICRS

Para a transformação de coordenadas ITRS para ICRS, obteve-se as coordenadas por meio de cálculo a partir das informações advindas das efemérides transmitidas, bem como as coordenadas do arquivo de efemérides precisas.

Para coordenadas a partir das efemérides transmitidas, deve-se realizar os cálculos dispostos nas seções Orbitas Keplerianas e Orbitas Cartesianas, sendo este último o caso do GLONASS. No MATLAB, a leitura das efemérides transmitidas, a obtenção dos parâmetros e cálculo das coordenadas em ITRS foram realizados com auxílio da biblioteca GNSS-toolbox (SPANIK, 2021). Com as coordenadas ITRS obtidas, segue-se com a transformação para ICRS segundo a resolução IAU2000, conforme descrito na seção Resolução IAU2000.

Para aplicação da resolução, se utiliza as rotinas disponibilizadas pelo SOFA, sendo utilizadas as rotinas descritas na Tabela 5.

Tabela 5 – Rotinas disponibilizadas pelo SOFA

iauCal2jd	Calendário Gregoriano para Data Juliana
iauSp00	Localizador TIO $s'$ , posicionando a Origem Intermediária Terrestre no equador do Polo Intermediário Celestial
iauPom00	Forma a matriz de movimento polar
iauXys06a	Calcula as coordenadas $x, y$ do CIP e o localizador CIO $s$ , usando os modelos IAU 2006/2000A de precessão e nutação
iauC2ixys	Converte GCRS para CIRS considerando as coordenadas do CIP e localizador do CIO.
iauEra00	Ângulo de rotação da Terra (modelo IAU 2000)
iaulr	Inicializa uma matriz como identidade
iauRz	Rotaciona uma matriz em torno do eixo z
iauRxr	Multiplica duas matrizes
iauTr	Transpõe uma matriz

Fonte: <http://www.iausofa.org>.

Obtendo as matrizes de rotações que consideram o movimento do polo ( $W(t)$ ), do ângulo de rotação da Terra ( $R(t)$ ) e do movimento do polo celeste no sistema celeste (precessão e nutação) ( $Q(t)$ ), aplica-se esta sequência de rotações que realiza a transformação conforme a Equação 56.

## EXPERIMENTO 2: REPRESENTAÇÃO DE SATÉLITE NO SISTEMA *BODY-FIXED*

O segundo experimento foi realizado apenas para GPS PRN 14 no dia 07 de junho de 2023, consistindo na representação das coordenadas no sistema *Body-Fixed*.

Após obtenção das coordenadas pelo Experimento 1 e respectivas velocidades calculadas através das Equações 21-23, são obtidas as componentes deste sistema, *radial*, *cross-track* e *along-track* conforme Equações 38-40 descritas na Seção “SISTEMA DE REFERÊNCIA CENTRADO NO SATÉLITE (*BODY-FIXED*)”. Como este sistema permite boa percepção das discrepâncias em uma órbita, foi obtido também estes valores para as órbitas obtidas pelas efemérides precisas, onde similarmente ao Experimento 1, as coordenadas celestes foram calculadas através das rotinas do SOFA, possibilitando a representação dessas discrepâncias aplicando a equação 41 e obtendo o vetor da equação 42.

## RESULTADOS E DISCUSSÕES

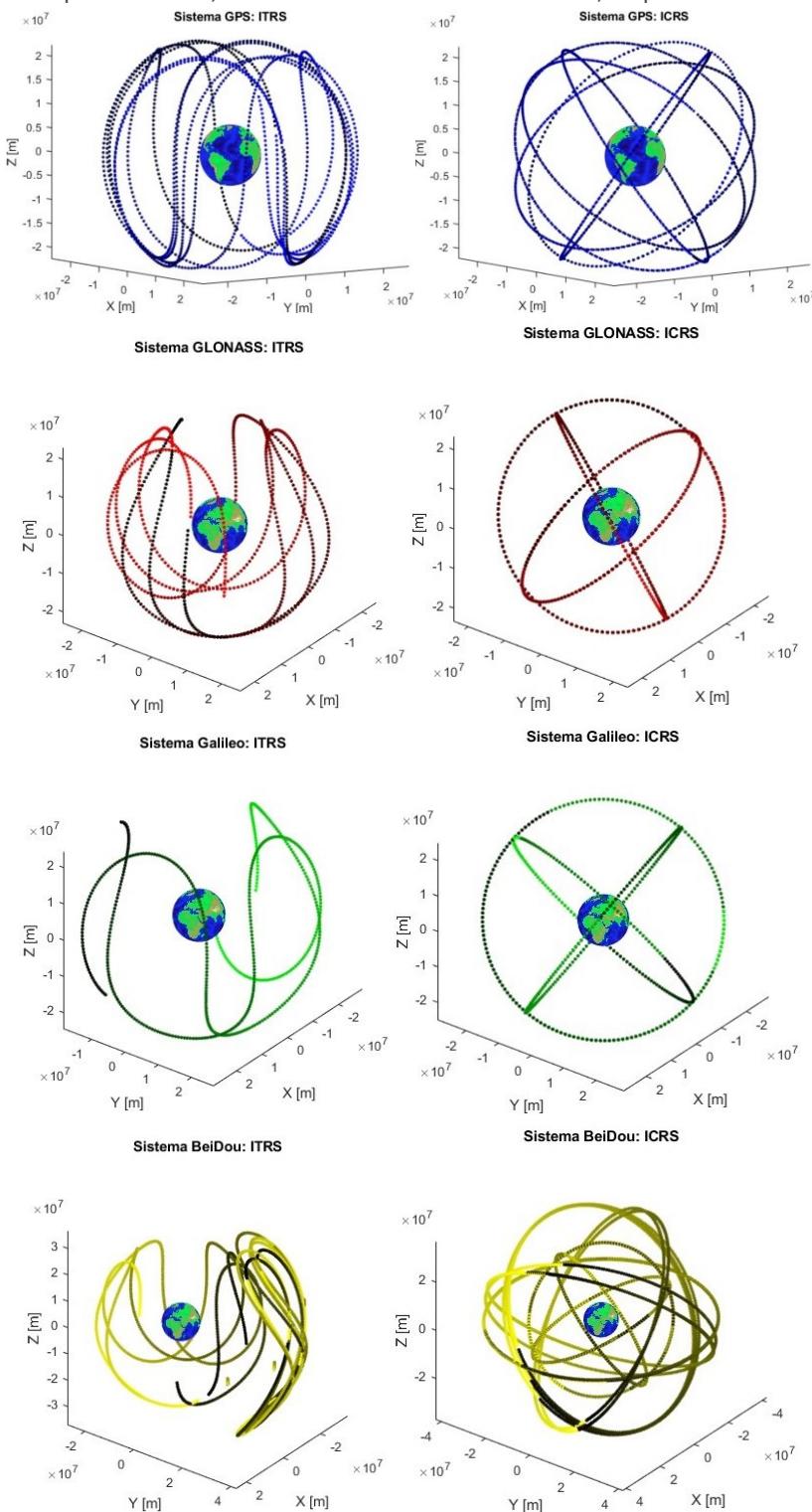
Esta seção apresenta os resultados visuais e análises das órbitas representadas nos diferentes sistemas como resultado dos dois experimentos realizados.

### REPRESENTAÇÃO DE ÓRBITAS NOS SISTEMAS CELESTE E TERRESTRE

A partir das equações e rotinas do SOFA mencionadas anteriormente, foi calculado a posição dos satélites das constelações GPS, GLONASS, GALILEO e BeiDou no referencial terrestre (ITRS) IGS20 e transformado para o referencial celeste (ICRS). O cálculo no referencial celeste foi realizado com origem no geocentro (GCRS), sendo utilizadas as coordenadas do CIP fornecidas pelo IERS através do Bulletin B, com  $X_p = 114,187$  mas,  $Y_p = 511,330$  mas e  $DUT1 = -44,476$  ms para o dia 07 de junho de 2023 no referencial. A representação das órbitas resultantes do Experimento 1 é apresentada na Figura 6.

Observa-se que as órbitas possuem comportamentos diferentes nas duas representações, tendo melhor ilustração de suas órbitas representadas no referencial celeste. Isso se deve ao fato de o sistema celeste não estar fixado a Terra e assim não ter relação com sua rotação, facilitando a interpretação. Como resultado, os cálculos orbitais tornam-se mais simples tornando melhor a solução das acelerações dos satélites, já que não há aceleração no referencial. Em decorrência disso, as efemérides precisas são calculadas no sistema celeste e depois transformada para o terrestre (BLITZKOW et. al., 2011).

Figura 6 – Posições dos satélites das constelações GPS, GLONASS, Galileo e BeiDou, respectivamente, nos referenciais celeste e terrestre, respectivamente

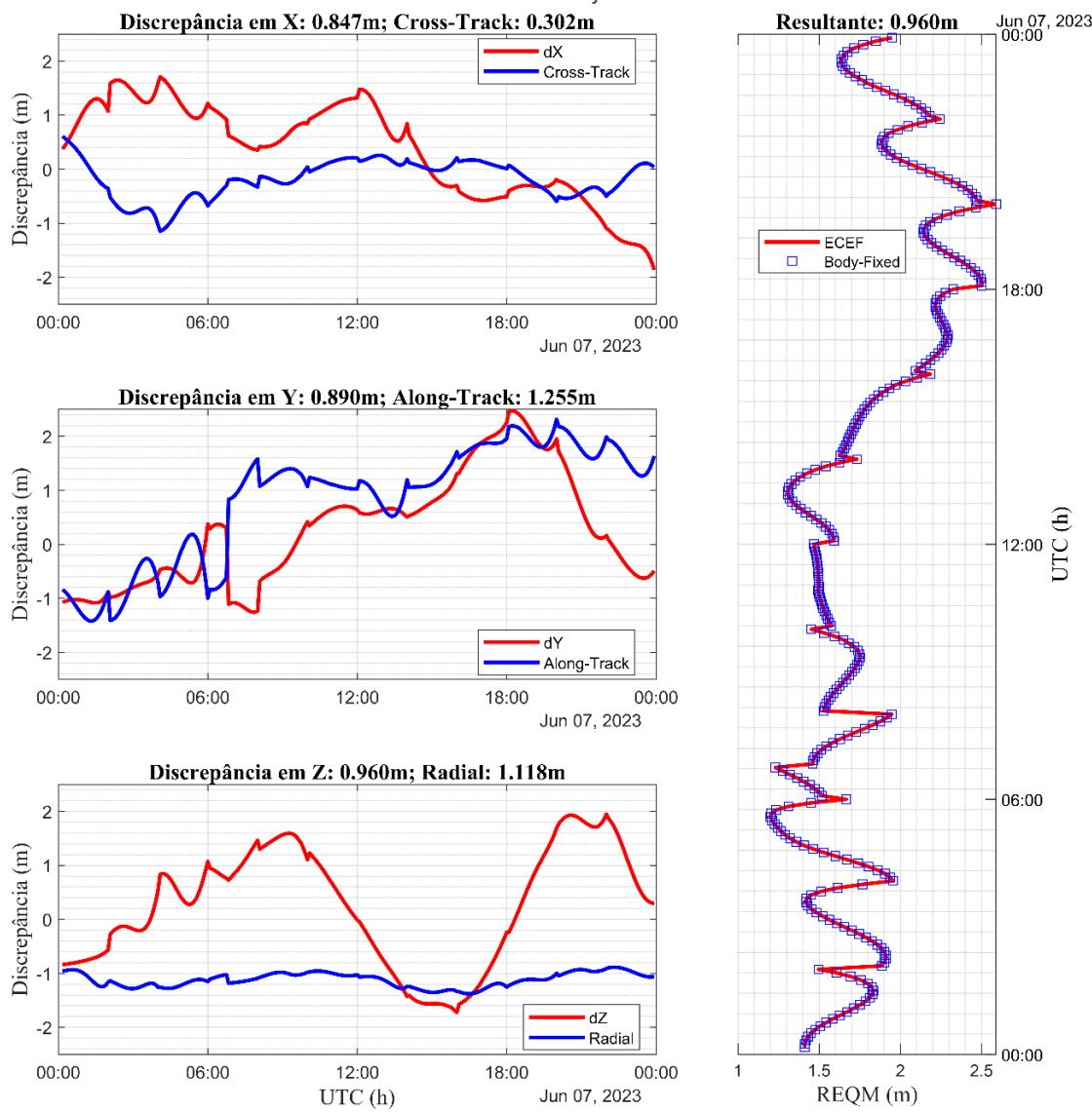


Fonte: Autoria própria (2025).

## ERRO DE ÓRBITA NO SISTEMA BODY-FIXED

Vale destacar, conforme já citado, a importância do uso das efemérides precisas em aplicações que demandem alta precisão. Para análise do Experimento 2, a Figura 7 mostra as discrepâncias entre as coordenadas calculadas a partir das efemérides transmitidas e precisas, representada pelo sistema terrestre ( $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ ) e *Body-Fixed* (*Cross-Track*, *Along-Track*, *Radial*) para o satélite GPS PRN 14.

Figura 7 – Discrepância entre as coordenadas calculadas e sua resultante a partir das efemérides transmitidas e precisas representada pelo sistema terrestre e *Body-Fixed* para o satélite GPS PRN 14 no dia 07 de junho de 2023



Fonte: Autoria própria (2025).

A comparação entre estes sistemas de referência terrestre e *Body-Fixed* revela como as discrepâncias se manifestam de maneira distinta, podendo auxiliar na escolha do sistema mais adequado as diferentes aplicações. Em estudos geodinâmicos e no posicionamento de alta precisão, utilizam-se sistemas globais como o ITRF ou o SIRGAS. Já em tarefas de navegação em tempo real e cartografia operacional, sistemas *Body-Fixed* são mais adequados para uso. A Figura 7

apresenta as discrepâncias para cada componente ao longo do dia 07 de junho de 2023. No sistema terrestre as discrepâncias médias para X, Y e Z são 0,847 m, 0,890 m e 0,960 m respectivamente. No sistema *Body-Fixed*, as discrepâncias em *Cross-Track*, *Along-Track* e *Radial* são 0,302 m, 1,255 m e 1,118 m respectivamente. Importante notar que em ambos os casos as resultantes são iguais, uma indicação de que os cálculos foram realizados de forma correta, haja vista que ocorrem apenas rotações. Nota-se que há alguns nós em que se observa a mudança brusca na direção, isto ocorre devido a mudança da efeméride do TOE no GPS, que ocorre a cada duas horas. As diferenças nas magnitudes refletem a natureza de cada sistema, diferente do sistema terrestre que mensura a posição do satélite a um referencial fixo a Terra, enquanto o sistema *Body-Fixed* avalia o movimento relativo ao próprio satélite, resultando em maiores variações na componente Radial.

## CONCLUSÕES

Neste estudo foram detalhadas as transformações entre os referenciais celeste (ICRS) e terrestre (ITRS) conforme as resoluções da IAU2000/2006 e os padrões dado pelo IERS, utilizando as rotinas do SOFA no MATLAB. Estas transformações desempenham um papel fundamental ao permitir a integração de dados e cálculos com precisão entre estes diferentes sistemas de referência, facilitando e simplificando os cálculos orbitais, trazendo uma melhor compreensão e precisão ao posicionamento e movimento de veículos espaciais, como é o caso dos satélites artificiais empregados no GNSS.

Os resultados evidenciam que a escolha de um referencial adequado é essencial para a representação precisa dos erros no controle orbital de satélites de comunicação e imageamento terrestre. Nesse contexto, destaca-se a utilização de um sistema de coordenadas fixo ao satélite, que está diretamente vinculado à sua estrutura física. Esse sistema permite uma representação mais coerente dos desvios na posição do objeto espacial e facilita a especificação da localização de componentes críticos, como antenas e retrorefletores a laser, em relação ao centro de massa do satélite.

Adicionalmente, a análise das discrepâncias entre as efemérides transmitidas e as precisas reforça a relevância do uso de dados orbitais de alta precisão. Essas efemérides mitigam erros e aumentam significativamente a confiabilidade em aplicações que demandam elevada acurácia, como as de posicionamento, comunicação e sensoriamento remoto.

# Reference systems for space vehicles: a case study for GNSS

## ABSTRACT

Nowadays, determining the three-dimensional position of an object or feature of interest with high accuracy is of great importance in various activities, such as navigation, using GNSS (Global Navigation Satellite System) technology. For this, it is essential to use geodetic references that are suitable for each activity. Satellite positioning uses terrestrial and celestial reference systems, which provide coordinates that are crucial for accurately estimating positions on Earth and in space. While the terrestrial reference system is dynamic, with its coordinate axes related to the Earth's rotation and movements, the celestial reference system is an inertial system, with fixed axes in relation to distant objects, the quasars (Quasi Stellar Rádio Source). Both the definition of these systems and the procedures associated with carrying them out are established based on resolutions approved by the General Assembly of the International Astronomical Union (IAU). This paper will therefore present a detailed theoretical review of the status of the IAU resolutions, as well as an approach to converting between the references. In addition, experiments will be carried out to demonstrate the procedures for converting between the references, and the magnitude of the errors associated with this transformation will also be calculated.

**KEYWORDS:** Reference Systems. GNSS. Orbit.

## REFERÊNCIAS

ALVES, D. B. M. Movimento do Pólo Terrestre: Aspectos Físicos, Modelagem Matemática e Análises. **TEMA Tend. Mat. Apl. Comput.**, 9, No. 1 (2008). DOI: <https://doi.org/10.5540/tema.2008.09.01.0001>.

BLITZKOW, D.; MATOS, A. C. O. C.; GUIMARÃES, G. N.; COSTA, S. M. A. O conceito atual dos referenciais usados em Geodésia. **Revista Brasileira de Cartografia**, v. 63, n. 5, p.633-648, 2011.

BRUM, E. V. P. Geodésia Sistemas de Referência e Tempo. Alta Floresta, 2009.

CAPITAIN, N.; WALLACE, P.T.; CHAPRONT, J. Expressions for IAU 2000 precession quantities, **Astron. Astrophys.** v. 412, p.567-586, 2003.

CAPITAIN, N. Micro-arcsecond Celestial Reference Frames: definition and realization — Impact of the recent IAU Resolutions. **Research in Astron. Astrophys.** v. 12, n. 8, p. 1162-1184, 2012.

CAPITAIN, N.; SOFFEL, M. On The Definition And Use Of The Ecliptic In Modern Astronomy. Proceedings of the Journees Systemes de reference spatio-temporels, 2015.

DVW – Gesellschaft für Geodäsie, Geoinformation und Landmanagement e. V. GNSS 2017 – Kompetenz für die Zukunft: Beiträge zum 157. DVW-Seminar am 21. und 22. Februar 2017 in Potsdam. Michael Mayer, Alexander Born (Ed.). Schriftenreihe des DVW, Band 87/2017. Wißner-Verlag, 2017.

GLONASS - GLObal NAVigation Satellite System. Interface Control Document, (Edition 5.1), 2008.

HILLA, S. The Extended Standard Product 3 Orbit Format (SP3-c). Silver Spring, MD: National Geodetic Survey, National Ocean Service, NOAA, 17 aug. 2010. Disponível em: <https://epnccb.oma.be/ftp/data/format/sp3c.txt>. Acesso em: 19 nov. 2024.

HOFMANN-WELLENHOF, B.; LICHTENEGGER, H.; WASLE, E. **GNSS – Global navigation satellite systems, GPS, GLONASS, Galileo and more**. Spring-Verlage Wien, 501p., 2008.

HUGENTOBLER, U.; MONTENBRUCK, O. Satellite Orbits and Attitude. In: TEUNISSEN, P. J. G.; MONTENBRUCK, O. (eds) **Springer Handbook of Global Navigation Satellite Systems**. Springer, Berlin, 2017.

IAU. Software Routines from the IAU SOFA Collection. Copyright © International Astronomical Union Standards of Fundamental Astronomy (<http://www.iausofa.org>).

IERS. IERS Conventions (2010). IERS Technical Note, No. 36, Frankfurt am Main, Germany: Verlag des Bundesamtes für Kartographie und Geodäsie, 2010.

INTERNATIONAL GNSS SERVICE (IGS). IGS Analysis Centers (ACs). Disponível em: <https://igs.org/acc/>. Acesso em: 24 out. 2024.

INTERNATIONAL GNSS SERVICE (IGS). Precise Orbit and Clock Products. Disponível em: <https://igs.org/acc/>. Acesso em: 13 jan. 2025.

JEKELI, C.; MONTENBRUCK, O. Time and reference systems. In: TEUNISSEN, P. J. G.; MONTENBRUCK, O. (eds) **Springer Handbook of Global Navigation Satellite Systems**. Springer, Berlin, 2017.

KOUBA, Jan. A Guide to Using International GNSS Service (IGS) Products. Ottawa: Geodetic Survey Division, Natural Resources Canada, set. 2015.

MAHOOTI, M. (2024). ECI2ECEF & ECEF2ECI Transformations (<https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/61957-eci2ecef-ecf2ecf-transformations>), MATLAB Central File Exchange. Retrieved November 19, 2024.

McCARTHY, D. D. IERS Standards (2000). IERS Technical Note 23, Central Bureau of IERS-Observatoire de Paris, 2003, 138 p.

MONICO, J. F. G. **Posicionamento pelo GNSS: Descrição, Fundamentos e Aplicações**. 2 ed. São Paulo: Unesp, 2008. 476p.

MONTENBRUCK, O.; GILL, E. **Satellite orbits: Models, Methods and Applications**. Berlin, New York: Springer, 2005. 369p.

MONTENBRUCK, O.; SCHMID, R.; MERCIER, F.; STEIGENBERGER, P.; NOLL, C.; FATKULIN, R.; KOGURE, S.; GANESHAN, A. GNSS satellite geometry and attitude models. *Adv. Space Res.* 2015, 56, 1015–1029. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.asr.2015.06.019>.

NATIONAL GEOSPATIAL-INTELLIGENCE AGENCY. NGA GNSS SP3 Format. 20 fev. 2020. Disponível em: <https://earth-info.nga.mil/php/download.php?file=gnss->

sp3. Acesso em: 19 nov. 2024. Documento aprovado para divulgação pública, nº 17-808.

ODIJK, D. Positioning Model. In: TEUNISSEN, P. J. G.; MONTENBRUCK, O. (eds) **Springer Handbook of Global Navigation Satellite Systems**. Springer, Berlin, 2017.

SANTOS, M. C. Real-Time Orbit Improvement for GPS Satellites. GGE-UNB, 1995.

SEEBER, G. **Satellite geodesy**. 2. ed. Berlin, New York: Walter de Gruyter, 2003. 589 p.

SPANIK, P. Carrier phase multipath modelling in short-term positioning. 2021, Resumo de tese <https://www.svf.stuba.sk/buxus/docs/autoreferaty/2020-21/spanik.pdf>

THOMPSON, B. F. *et al.* Computing GPS Satellite Velocity and Acceleration from the Broadcast Navigation Message. p. 769–779, 2019.

**Recebido:** 19 mar. 2025

**Aprovado:** 29 set. 2025

**DOI:** 10.3895/rbgeo.v13n2.20086

**Como citar:** PATEZ, D. C.; SOUZA, F. T. L.; ZAUPA, J. P.; MONICO, J. F. G.; ALVES, D. B. M.. Sistemas de referência para veículos espaciais: estudo de caso para o GNSS. **R. bras. Geom.**, Curitiba, v. 13, n. 2, p. 240-265, jul./dez. 2025. Disponível em: <<https://periodicos.utfpr.edu.br/rbgeo>>. Acesso em: XXX.

**Correspondência:**

Daniel Climaco Patez

Rua Roberto Simonsen, 305, CEP 19060-900, Presidente Prudente, São Paulo, Brasil.

**Direito autoral:** Este artigo está licenciado sob os termos da Licença Creative Commons-Atribuição 4.0 Internacional.

