

Estimando o coeficiente de atrito cinético entre duas superfícies por meio da videoanálise

Erick dos Santos Silva

ssf.erick@gmail.com

orcid.org/0000-0002-5009-2914

Instituto Federal de Educação Ciência e tecnologia de Mato Grosso (IFMT), Mato Grosso, Brasil.

André Rubens Lima

andre.lima@ina.ifmt.edu.br

orcid.org/0000-0001-6521-4454

Instituto Federal de Educação Ciência e tecnologia de Mato Grosso (IFMT), Mato Grosso, Brasil.

RESUMO

O trabalho propõe um experimento de baixo custo para a determinação do coeficiente de atrito cinético entre duas superfícies em movimento relativo, permitindo discutir, com base em uma atividade investigativa, se esse coeficiente depende da massa do deslizante ou da superfície efetiva de contato deste objeto com o plano sobre o qual desliza. A análise experimental de diferentes configurações é realizada, buscando discutir um mecanismo de teste para o modelo dinâmico usual. A proposta visa preencher uma lacuna existente na descrição das forças de resistência em livros didáticos clássicos, de nível médio e superior, onde ideias fenomenológicas estruturantes do conceito de atrito e seus coeficientes são apresentadas de forma predominantemente teórica.

PALAVRAS-CHAVE: Videoanálise; Coeficiente de atrito; Física experimental.

INTRODUÇÃO

Nos cursos de física básica, de nível médio e superior, o conceito de atrito costuma ser trabalhado após a apresentação das leis de Newton. A caracterização dessas forças dissipativas é realizada com base em considerações experimentais. Contudo, as justificativas fenomenológicas, diretamente associadas à proposição dos coeficientes de atrito estático ou cinético, não costumam ser abordadas nas aulas ou livros didáticos (DE JESUS e SASAKI, 2014; MONTEIRO; MONTEIRO e GASPAR, 2012; MATUO e MARINELLI, 2007; MOSSMANN *et al.*, 2002).

Com uma abordagem predominantemente teórica sobre as forças de resistência, as principais obras didáticas propõem coeficientes de atrito como sendo independentes das áreas de contato entre as superfícies ou massa do deslizantes, sem a apresentação detalhada de experimentos (HALLIDAY; RESNICK e WALKER, 2008; RAMALHO; FERRARO e SOARES, 2007). Essa ausência de discussões experimentais sobre o atrito tem sido apontada na literatura (DE JESUS; SASAKI, 2014; MONTEIRO; MONTEIRO e GASPAR, 2012; MATUO e MARINELLI, 2007; MOSSMANN *et al.*, 2002).

Assim, apresenta-se, neste trabalho, uma proposta de baixo custo para a realização de estimativas do coeficiente de atrito cinético por meio da videoanálise, além de propor uma técnica que permite testar a proposição de independência desse coeficiente: (1) em relação à massa do objeto deslizando e (2) em relação à superfície de contato entre o deslizando e o plano sobre o qual ele desliza. Essa técnica ajuda a preencher uma lacuna existente no ensino de física, pois ideias experimentais sutis (e nada triviais) relativas à modelagem do atrito costumam ser apresentadas aos iniciantes de física sob uma perspectiva puramente teórica (DE JESUS e SASAKI, 2014). Como garantir a independência da massa no processo? Ou a independência do coeficiente de atrito em relação às superfícies de contato? Basta apresentar uma equação?

MODELAGEM DO ATRITO CINÉTICO UTILIZANDO A VIDEOANÁLISE

COEFICIENTE DE ATRITO CINÉTICO

Seja um bloco de massa m deslizando para a direita sobre uma superfície horizontal, em uma situação onde existe atrito entre as superfícies de contato, **Figura 1**. Supondo tal força constante, pode-se modelar a existência de um coeficiente de atrito cinético (μ), também constante. De fato, aplicando a segunda lei de Newton ao centro de massa do bloco em translação, temos:

$$\sum_{i=1}^N \vec{F}_i = m\vec{a} \quad (1)$$

e, como a única força modelada na direção horizontal é o atrito, para a esquerda, segue que:

$$\vec{f} = m\vec{a}. \quad (2)$$

Admitindo-se um atrito proporcional à intensidade da força normal (\vec{N}), pode-se escrever a seguinte relação para a direção de movimento estudada:

$$\mu N = ma \quad (3)$$

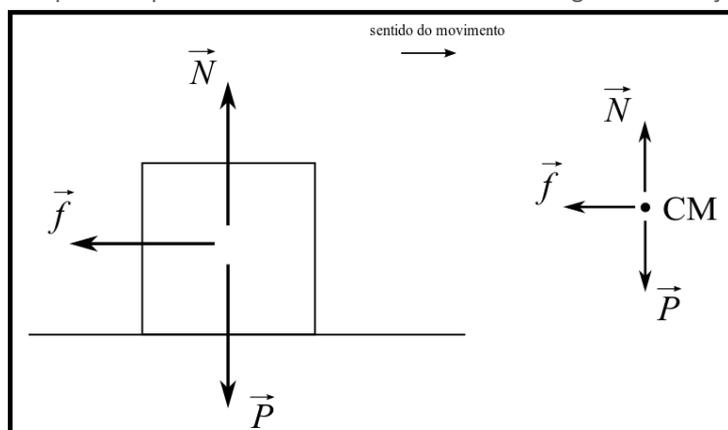
na qual (μ) representa o coeficiente de atrito cinético, ou seja, a constante de proporcionalidade, sendo (N) e (a), os módulos da força normal e do vetor aceleração, respectivamente. Vale destacar que a força normal, na situação acima (**Figura 1**), pode ser descrita pelo produto entre massa e o módulo da aceleração gravitacional. Isso nos permite expressar o coeficiente (μ) na forma:

$$\mu = \frac{a}{g}. \quad (4)$$

Contudo, qual seria o domínio de validade do modelo acima? A massa ou área de contato não influenciam no coeficiente de atrito cinético entre as duas superfícies? Na busca de esclarecer essas perguntas, que podem levar os alunos a confusões conceituais, estruturou-se a investigação detalhada na sequência. Vale destacar que o processo de deslizamento de uma superfície sobre outra apresenta um mecanismo mais complexo em nível microscópico: a formação e rompimento de ligações microscópicas. Dito em outras palavras, existem pontos de contato, entre as saliências das superfícies – uma vez que estas não são perfeitamente lisas e limpas, em geral – que interagem a partir de um processo contínuo de aderências e rupturas, em comportamento não determinístico, fazendo o corpo apresentar um deslizamento “aos trancos”. Esse comportamento pode desviar o sistema do modelo apresentado acima. Contudo, não poderíamos investigar esse limite experimental? Mais ainda, na média, o quanto esse desvio nos impede/permite modelar o fenômeno da forma relatada? A discussão subsequente pode trazer algum auxílio sobre essas questões.

Observa-se também que uma problematização histórica a respeito das ideias relativas ao atrito, discutidas nessa seção, pode ser encontrada em Sinatora e Tanaka (2007). O texto discute essa força de resistência por meio de uma lente investigativa menos usual, envolvendo nomes como Leonardo da Vinci (1452-1519), Guillaume Amontons (1663-1705) e Charles Augustin de Coulomb (1736-1806) (SINATORA e TANAKA, 2007).

Figura 1 – Esquema representando o bloco deslizando e o diagrama de forças associado



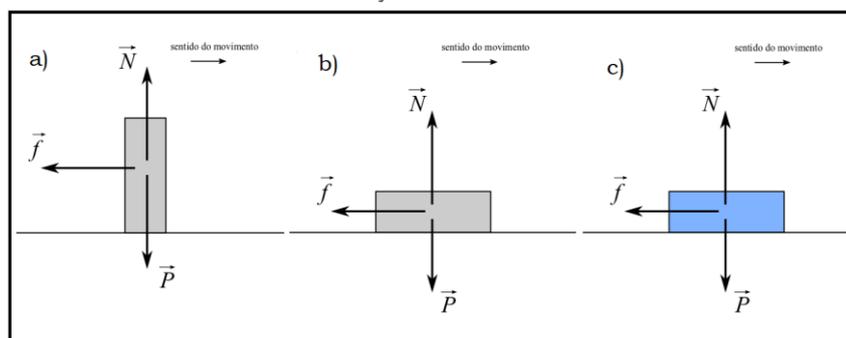
Fonte: Autoria própria.

DETERMINAÇÃO DO COEFICIENTE DE ATRITO CINÉTICO POR MEIO DA VIDEOANÁLISE

O modelo discutido na seção anterior indica que o coeficiente de atrito cinético não depende da massa do bloco, nem da área de contato efetiva entre as superfícies em movimento relativo. Isso seria razoável? Implementou-se um conjunto de videoanálises que pode ser utilizado para corroborar ou refutar a proposta teórica acima, por meio da experiência. De fato, se for colocado um corpo rígido para deslizar sobre uma superfície plana, e, se alterar-se a área de contato ou massa do objeto, pode-se verificar a relação (4)?

Para responder a esse questionamento, foram realizadas três filmagens, correspondentes a três configurações experimentais distintas: (C1), (C2) e (C3), observadas na **Figura 2**. Na primeira configuração (C1), registrou-se o deslizamento de um paralelepípedo de acrílico, em pé, sobre uma mesa horizontal de madeira, **Figura 2a**. Já na segunda configuração (C2), o mesmo paralelepípedo desliza sobre a mesa de madeira, mas agora deitado, **Figura 2b**. Por fim, colocou-se o paralelepípedo em uma terceira configuração (C3), semelhante à anterior, mas preenchido com água em seu interior, **Figura 2c**. Com essa sequência objetivou-se registrar a evolução das posições e velocidades do paralelepípedo enquanto desliza, obtendo a desaceleração associada a cada caso.

Figura 2 – Esquema das configurações (C1), (C2) e (C3), juntamente com o diagrama de forças associado



Fonte: Autoria própria.

Nota-se que em um movimento de aceleração constante, deve-se observar uma variação temporal linear da velocidade, expressa na forma:

$$v(t) = v_0 + at, \quad (5)$$

Sendo que (v_0) e (a) representam, respectivamente, a intensidade da velocidade inicial do objeto e o módulo da aceleração associada. Vale destacar que a aceleração é definida como a taxa de variação temporal da velocidade, o que permite escrever a relação (5). No conjunto de videoanálises estruturado, obtém-se a posição do objeto quadro a quadro, o que está associado a uma evolução temporal da posição. Dessa forma, se a posição percorrida ao longo de um tempo fixo (t_q) aumentar ou diminuir, tem-se uma variação positiva ou negativa de velocidade. Se essa variação da velocidade ocorrer linearmente, é possível ajustar os pontos experimentais (t, v) por meio de uma relação na forma:

$$v(t) = At + B, \quad (6)$$

em que os coeficientes (A) e (B) devem ser identificados, respectivamente, com a aceleração e a velocidade inicial de nosso modelo. No cenário de desaceleração investigado, o tempo (t_q) é o intervalo entre cada quadro, de 0,03 s, e, o coeficiente angular (A) é negativo. O Tracker fornece uma lista de pontos experimentais (t, x), que permitem obter os pontos associados (t, v), por meio da expressão:

$$v_x(t_n) = \frac{x_{n+1} - x_{n-1}}{t_{n+1} - t_{n-1}}, \quad (7)$$

que aproxima os valores das velocidades instantâneas nos tempos t_n , pela média entre os instantes t_{n-1} e t_{n+1} . Esse procedimento encontra-se exemplificado em De Jesus (2014, p.74). Observe que, uma vez obtida a lista de valores (t, v), basta ajustarmos esses pontos considerando um gráfico da velocidade em função do tempo, por meio da expressão (6). Em outras palavras, o experimento fornece o coeficiente angular (A), que deve ser compatível com o produto μg , na hipótese de validade do modelo teórico sintetizado pela equação (4).

ARRANJO EXPERIMENTAL E VIDEOANÁLISE

O PARÂMETRO OFERECIDO PELO EXPERIMENTO

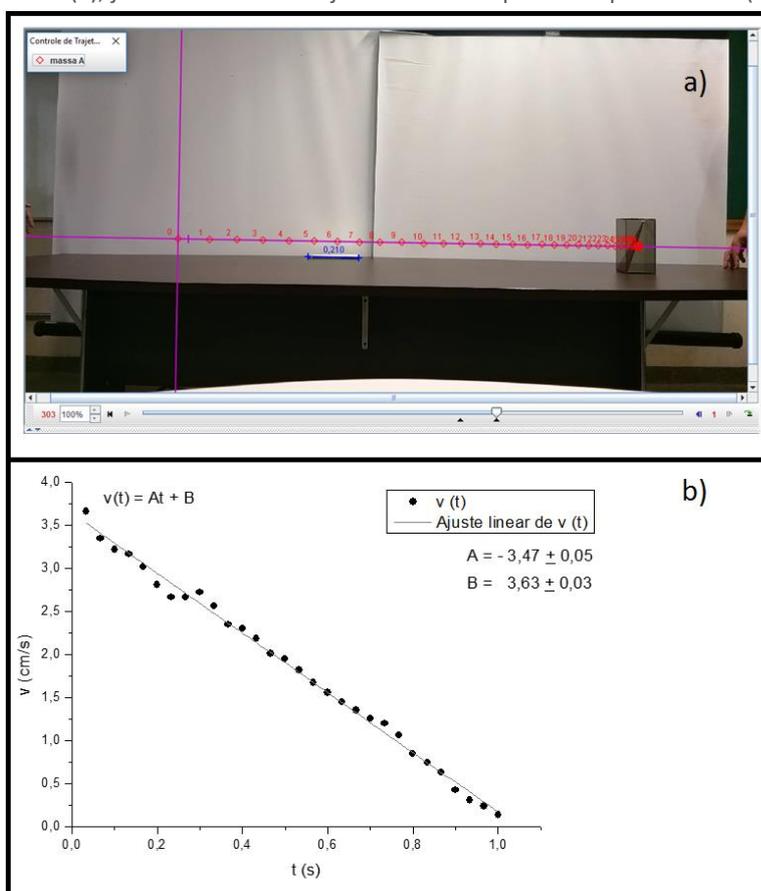
O arranjo experimental consistiu em fazer um paralelepípedo de acrílico deslizar sobre uma mesa horizontal de madeira, em três configurações distintas, registradas em formato de vídeo por uma câmera. As três configurações foram estruturadas para investigar a suposta independência do coeficiente de atrito cinético em relação à massa do paralelepípedo ou superfície de contato durante o deslizamento. Nessas condições, uma vez obtidos os registros em formato de vídeo, procedeu-se com a videoanálise. A referida técnica permite estudar os fenômenos filmados cientificamente, por meio do tratamento das informações contidas no vídeo investigado, ou seja, na sequência ordenada dos seus quadros componentes. No caso em específico, para cada quadro, obteve-se uma posição diferente registrada para o paralelepípedo. Isso permite observar a evolução temporal das posições $x(t)$ do objeto na direção de movimento considerada. A variação dessas posições no tempo fornece as velocidades associadas, e, consecutivamente, as acelerações experimentais para cada uma das configurações (C1), (C2) e (C3). Do ponto de vista prático, os três arranjos consideram um objeto em trajetória retilínea, que reduz sua velocidade de um valor inicial não nulo ($v_0 \neq 0$) até um valor final nulo ($v = 0$) quase que linearmente. Isso permite descrever os pontos experimentais obtidos nos três movimentos por meio de um ajuste linear do tipo $v(t) = At + B$, uma vez que a taxa de desaceleração é aproximadamente constante. No arranjo experimental executado, as configurações (C1) e (C2) diferiram uma da outra em relação à superfície de contato efetivo entre o paralelepípedo deslizante e a mesa de madeira plana. Já a configuração (C3) diferiu dos arranjos anteriores por possuir água no interior do paralelepípedo, à uma temperatura ambiente de aproximadamente 25°C. Dessa forma, os coeficientes angulares (A), obtidos nas configurações (C1), (C2) e (C3), seriam compatíveis, dentro do limite experimental? Esse é o parâmetro fornecido pelo arranjo, cuja comparação responde à pergunta inicial, sobre a validade do modelo proposto e sintetizado

pela equação (4). Para obter as posições do paralelepípedo ao longo do tempo e proceder com a videoanálise, a partir dos vídeos registrados, foi utilizado o *software Tracker*, que se encontra disponível para *download* gratuito em: <http://physlets.org/tracker> (TRACKER, 2018). Desenvolvido por Douglas Brown, o *software* oferece diversas ferramentas para análise dos arquivos registrados em formato de vídeo. A literatura dedicada ao tema tem destacado a utilização do programa em atividades diversas de ensino (BEICHNER, 1996; LAWS e PFISTER, 1998; BROWN e COX, 2009; BEZERRA *et al.*, 2012; DE JESUS, 2014; BEZERRA, LENZ e FILHO, 2016; SILVA, 2018).

VIDEOANÁLISE 1: PARALELEPÍPEDO DESLIZANDO EM PÉ

Na primeira configuração (C1), o paralelepípedo de acrílico foi colocado para deslizar em trajetória retilínea sobre uma mesa de madeira horizontal. O lançamento em todas as configurações foi realizado sempre da mesma maneira, com um experimentador imprimindo uma velocidade inicial (v_0). Vale destacar que o interesse está na variação da velocidade no tempo, não importando o valor desse parâmetro no instante inicial. Contudo, na configuração (C1), a lateral de menor área foi voltada para baixo, representando uma superfície efetiva de contato (S_1) com a mesa, **Figura 2a**.

Figura 3 – Tela do *Tracker* revelando a trajetória do objeto que se movimenta sobre a mesa (a), juntamente com o ajuste linear dos pontos experimentais (b)

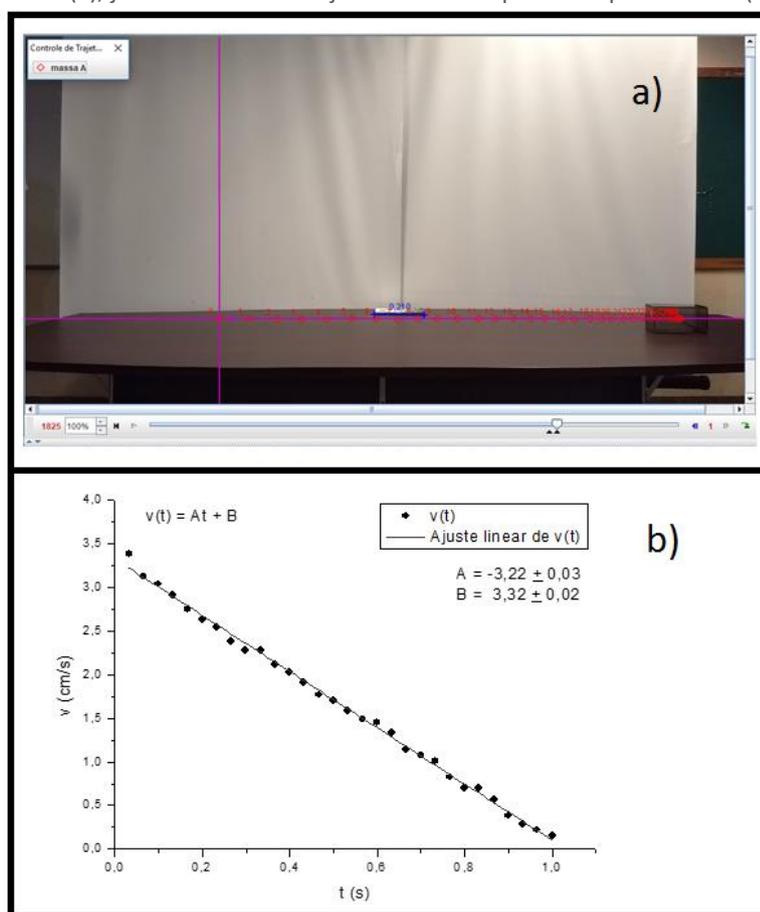


A **Figura 3a** revela a trajetória do paralelepípedo no tempo, obtida pelo tratamento via *Tracker*. A análise consistiu em obter a variação temporal da velocidade para essa configuração C1. A **Figura 3b** revela os pontos experimentais de tempo e velocidade associados a cada quadro (t, v), juntamente com o ajuste linear implementado. Conforme apontam as equações (5) e (6), o coeficiente angular (A) da reta ajustada associa-se com a desaceleração do processo.

VIDEOANÁLISE 2: PARALELEPÍPEDO DESLIZANDO DEITADO

Já na segunda configuração (C2), o paralelepípedo de acrílico também foi colocado para deslizar em uma trajetória retilínea sobre a mesa de madeira, mas com a lateral de maior área voltada para baixo, representando uma superfície efetiva (S_2) de contato, diferente da configuração (C1), conforme mostra a **Figura 2b**. A **Figura 4a** revela a trajetória do paralelepípedo no tempo, obtida via *Tracker*. Novamente, a análise consistiu em obter a variação temporal da velocidade para essa segunda configuração (C2). A **Figura 4b** revela os pontos experimentais de tempo e velocidade associados a cada quadro (t, v), juntamente com o ajuste linear implementado, cujo coeficiente angular (A) fornece a desaceleração do paralelepípedo na configuração (C2).

Figura 4 – Tela do Tracker revelando a trajetória do objeto que se movimenta sobre a mesa (a), juntamente com o ajuste linear dos pontos experimentais (b)

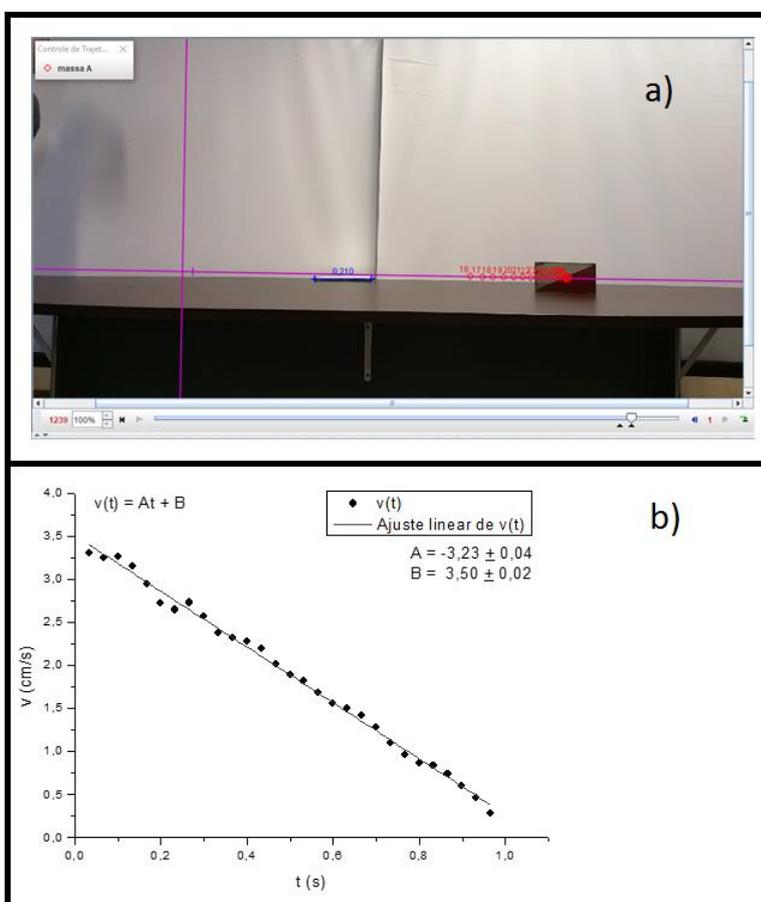


Fonte: Autoria própria.

VIDEOANÁLISE 3: PARALELEPÍPEDO DESLIZANDO DEITADO E CONTENDO ÁGUA EM SEU INTERIOR

Finalmente, na terceira configuração (C3), o paralelepípedo de acrílico foi colocado para deslizar nas mesmas condições da configuração (C2), exceto pelo fato dele conter água em seu interior (**Figura 2c**). A **Figura 5a** revela a trajetória do paralelepípedo no tempo, obtida pelo *Tracker*. A **Figura 5b** revela os pontos experimentais de tempo e velocidade associados a cada quadro (t, v) do vídeo, juntamente com o ajuste linear implementado. De forma análoga, o coeficiente angular (A) fornece a desaceleração do paralelepípedo relativo à configuração (C3).

Figura 5 – Tela do *Tracker* revelando a trajetória do objeto que se movimenta sobre a mesa (a), juntamente com o ajuste linear dos pontos experimentais (b)



Fonte: Autoria própria.

RESULTADOS E DISCUSSÕES

Para fins de comparação, foram reunidos na **Tabela 1** os coeficientes ajustados em cada uma das configurações experimentais investigadas, sintetizadas nas **Figuras 3, 4 e 5**.

Tabela 1 – Coeficientes angulares e lineares obtidos para cada configuração experimental, associados a relação $v(t) = At + B$

Configuração	Coeficiente angular	Coeficiente linear
C1	-3,47 ± 0,05	3,63 ± 0,03
C2	-3,22 ± 0,03	3,32 ± 0,02
C3	-3,24 ± 0,04	3,51 ± 0,02

Fonte: autores.

A **Tabela 2** apresenta o coeficiente de atrito cinético experimental obtido em cada configuração, considerando a identificação entre (A) e o produto μg . No caso, o coeficiente experimental é associado ao parâmetro (A), por meio da expressão:

$$\mu = \frac{A}{g}, \quad (8)$$

em que a incerteza padrão (σ_μ) é obtida considerando a propagação de erros na forma:

$$\sigma_\mu = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1} \sigma_1\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2} \sigma_2\right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_n} \sigma_n\right)^2}, \quad (9)$$

admitindo-se que a incerteza de (μ) é afetada pelas respectivas incertezas de (A) e (g), ou seja, $\mu = f(A, g)$. De fato, as estimativas obtidas e apresentadas na **Tabela 2**, são compatíveis entre si, uma vez que para todas elas, a discrepância é menor do que (2σ), em que (σ) representa a incerteza experimental padrão. Dito em outras palavras, as estimativas obtidas nas configurações (C1), (C2) e (C3) são equivalentes, dentro do limite experimental. Vale destacar que os erros relativos do experimento são da ordem de 3%, dentro dos valores usualmente aceitáveis para laboratórios de ensino (VUOLO, 1996; OGURI, 2017).

Tabela 2 – Coeficiente de atrito cinético para cada um dos arranjos experimentais

Configuração	μ
C1	0,35 ± 0,01
C2	0,33 ± 0,01
C3	0,33 ± 0,01

Fonte: autores.

Este resultado indica que o coeficiente experimental, de fato, revela-se independente da área de contato entre o paralelepípedo e a mesa, uma vez que as configurações experimentais (C1) e (C2) fornecem estimativas compatíveis entre si. Observe que a discrepância é dada numericamente por:

$$|\mu_1 - \mu_2| = 0,01, \quad (10)$$

menor do que (2σ), onde (σ) representa a incerteza padrão $\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}$. É possível dizer, então, que a discrepância não é significativa. Isto, para um nível de confiança de 68,3% (VUOLO, 1996; OGURI, 2017).

Por outro lado, a variação de massa também não afeta o coeficiente obtido, pois a configuração (C3) fornece um valor de (μ) compatível com os valores obtidos em (C1) e (C2), basta observar que:

$$|\mu_3 - \mu_1| < 0,03, \quad (11)$$

e

$$|\mu_3 - \mu_2| < 0,03, \quad (12)$$

o que permite concluir que as discrepâncias também não são significativas (VUOLO, 1996; OGURI, 2017).

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O trabalho apresenta uma investigação por videoanálise que permite obter uma estimativa precisa do coeficiente de atrito cinético entre duas superfícies, revelando por meio de considerações experimentais, a independência deste coeficiente com a área de contato (S), entre as superfícies em movimento relativo, e, com a massa m do corpo deslizando.

De fato, a independência teórica admitida na área (S) ou massa (m) não é nada trivial para iniciantes em análises envolvendo atrito. No entanto, conclui-se que a investigação realizada permite testar por meio de experimentos a validade do modelo teórico proposto, fornecendo um enfoque mais fenomenológico da dissipação delineada.

Observa-se que, para tanto, basta um filme do corpo deslizando e um pouco de tratamento estatístico. Por fim, entende-se que a atividade proposta neste trabalho leva os estudantes de ciências a realizar atividades experimentais que prestam um importante subsídio às discussões teóricas realizadas em sala de aula.

Estimating the Coefficient of Kinetic Friction Between two Surfaces by Means of Video Analysis

ABSTRACT

The work proposes a low-cost experiment to determine the coefficient of kinetic friction between two surfaces in relative motion, allowing to discuss whether this coefficient depends on the mass of the slider or the effective surface of contact of this object with the plane on which it slides. The experimental analysis of different configurations is performed, aiming to discuss a test mechanism for the usual dynamic model. The proposal aims at filling a gap in the description of resistive forces in classical textbooks, where phenomenological ideas structuring the concept of friction and its coefficients are presented in a predominantly theoretical way.

KEYWORDS: Video Analysis; Friction Coefficient; Experimental Physics.

Estimando el coeficiente de fricción cinética entre dos superficies por medio del videoanálisis

RESUMEN

El trabajo propone un experimento de bajo costo para la determinación del coeficiente de fricción cinética entre dos superficies en movimiento relativo, permitiendo discutir si ese coeficiente depende de la masa del deslizante o de la superficie efectiva de contacto de este objeto con el plano sobre el cual desliza. El análisis experimental de diferentes configuraciones se realiza, buscando discutir un mecanismo de prueba para el modelo dinámico usual. La propuesta pretende llenar una laguna existente en la descripción de las fuerzas de resistencia en libros didácticos clásicos, de nivel medio y superior, donde las ideas fenomenológicas estructurantes del concepto de fricción y sus coeficientes se presentan de forma predominantemente teórica.

PALABRAS CLAVE: Videoanálisis; Coeficiente de fricción; Física experimental.

REFERÊNCIAS

- BEICHNER, R. The impact of video motion analysis on kinematics graph interpretation skills. **American Journal of Physics**, v.64, p. 1272–1277, 1996.
- BEZERRA Jr, A. G.; LENZ, J. A.; FILHO, N. C. S. **Acta Scientiae**, v.18, 782, 2016.
- BEZERRA Jr, A. G. *et al.* **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**, v.29, 469, 2012.
- BROWN, D.; COX, A. J. **The Physics Teach**, v.47, 328, 2009.
- DE JESUS, V. L. B. **Experimentos e videoanálise – Dinâmica**, v.1. Livraria da Física, São Paulo, 2014.
- DE JESUS, V. L. B.; SASAKI, D. G. G. Vídeo-análise de um experimento de baixo custo sobre atrito cinético e atrito de rolamento. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v.36, n. 3, 3503, 2014.
- HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; WALKER, J. **Fundamentals of Physics**, v.2. John Wiley & Sons, 2008, p. 63.
- LAWS, P.; PFISTER, H. **The Physics Teach**, v.36, 282, 1998.
- MATUO, C.Y. e MARINELLI, J.R. **Caderno Catarinense de Ensino de Física**, v.24, 132, 2007.
- MONTEIRO, M. A. A.; MONTEIRO, I.C.C. e GASPAR, A. **Caderno Catarinense de Ensino de Física**, v.29, 1121, 2012.
- MOSSMANN, V.L.F.; *et al.* **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v.24, 146, 2002.
- OGURI, V. **Métodos estatísticos em física experimental**. Editora Livraria da Física, São Paulo, 2017.
- RAMALHO, F.; FERRARO, N. G.; SOARES, P. A. T. **Os fundamentos da Física**, v.1, 9 ed. Moderna, São Paulo, 2007, p. 144.
- SILVA, E. S. Estudo da relação entre o movimento circular uniforme e o movimento harmônico simples utilizando a videoanálise de uma roda de bicicleta. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v.40, n.2, e2301, 2018.

SINATORA, A.; TANAKA, D. K. As Leis do Atrito: da Vinci, Amontons ou Coulomb? Revista Brasileira de Ciências Mecânicas, Rio de Janeiro, v. 12, n. 1, p. 31-34, 2007.

TRACKER: **site do software Tracker**. Disponível em: <http://physlets.org/tracker>. Acesso em: 14 nov. 2018.

VUOLO, J. H. **Fundamentos da Teoria de Erros**. Edgard Blücher, São Paulo, 1996.

Recebido: 07 de fevereiro de 2019.

Aprovado: 12 de junho de 2019.

DOI:

Como citar: SILVA, E.S.; ARAÚJO, A.A.V.R. Estimando o coeficiente de atrito cinético entre duas superfícies por meio da videoanálise. **Revista Brasileira de Física Tecnológica Aplicada**, Ponta Grossa, v. 6, n.1, p. 14-27, junho. 2019.

Erick dos Santos Silva: ssf.erick@gmail.com

Direito autorial: Este artigo está licenciado sob os termos da Licença Creative Commons-Atribuição 4.0 Internacional.

