

A estrutura erigida para a relatividade de Einstein: o espaço-tempo de Minkowski

RESUMO

Jonas Jorge D. Pinheiro da Silva
jonaskurosaki@outlook.com
orcid.org/0000-0002-2924-7010
Instituto Federal de Educação Ciência e
Tecnologia (IF), Rio Grande do Norte,
Santa Cruz, Brasil.

A Teoria da Relatividade Restrita foi publicada pelo célebre Físico Albert Einstein no ano de 1905. Dez anos depois, Einstein publicou uma nova teoria, relativística e generalizada que ficou conhecida como a Teoria da Relatividade Geral. Essa nova teoria foi fundamentada nos resultados dos estudos sobre espaço e tempo, feitos pelo célebre matemático Hermann Minkowski. O que se apresenta, nesse trabalho, é uma revisão bibliográfica de cunho qualitativo, com o objetivo de esclarecer a importância da contribuição de Hermann Minkowski à Relatividade de Einstein, bem como o sentido dado a Relatividade devido ao conceito de espaço-tempo inferido por Minkowski em seus estudos.

PALAVRAS-CHAVE: Espaço-tempo de Minkowski; Relatividade de Einstein; Teoria da Relatividade e Minkowski.

INTRODUÇÃO

A Teoria da Relatividade Restrita foi publicada por Albert Einstein (1879-1955) em 1905. O artigo, a princípio, não despertou muita atenção na comunidade científica, mas, anos depois, passou a obter créditos a partir dos esforços do físico Max Planck (1858-1947), notável no meio acadêmico. Seu assistente, Max Von Laue (1879-1960), um brilhante cientista, publicou uma monografia na área da relatividade. “A relatividade de Einstein então começa a ser considerada interessante pelos cientistas de época, principalmente para os matemáticos” (MILLER, 1997, p. 46-47).

Hermann Minkowski (1864-1909), um importante professor de Einstein em Zurique ministrara uma palestra sobre espaço-tempo em 21 de Setembro de 1908 numa conferência alemã para cientistas de diversas áreas. Influenciado pelas ideias de Minkowski, a teoria da Relatividade de Einstein emergiu para um novo nível. As contribuições de Minkowski, com sua abordagem própria sobre espaço-tempo, ofereceram à Relatividade de Einstein uma nova e sólida estrutura.

Nesse contexto, objetiva-se, com esse artigo, a partir de uma pesquisa de cume bibliográfico, de caráter qualitativo, expor a então estrutura erigida por Minkowski para a relatividade de Einstein e descrever como tal contribuição consolidou a mecânica relativística elevando-a para um nível generalizado o que fez possível a obtenção de resultados importantes no âmbito da astrofísica e da cosmologia, dando solução, por exemplo, à métrica de Schwarzschild.

SISTEMA DE REFERÊNCIA

As teorias físicas referentes ao eletromagnetismo detinham, por volta do final do século XIX, um escopo erigido pelas ideias de James Clerk Maxwell (1831-1879). Ideias que viriam a ser ratificadas, experimentalmente, por Heinrich Hertz (1857-1894). O discernimento sobre a luz ser formada por ondas de uma substância conhecida como éter julgava-se pertinente; éter que viria a ser verificado pela célebre experiência de Michelson-Morley de 1887 onde seria possível detectar o movimento da Terra através do éter, o que não efetivamente ocorreu.

Decorre então que a velocidade da luz relativamente a Terra não era afetada pelo movimento desta em torno do sol, no que se esperava obter uma mudança da velocidade da luz em relação ao movimento da Terra – visto que a Terra está em órbita em torno do sol seria de acontecer que a velocidade da Terra fosse variando relativamente ao éter (identificado como sistema de referência absoluto).

Embora a existência do éter não tenha sido cientificamente “comprovada” este elemento continuou sendo importante para as Transformadas de Lorentz. Hendrik Lorentz (1853-1928) e Joseph Larmor (1857-1942) propuseram a teoria que relaciona as coordenadas espaço-temporais de um ponto, relativamente a dois referenciais, um dos quais está em movimento uniforme relativamente ao primeiro e o outro está imóvel relativamente ao éter (sistema de referência absoluto).

Para tanto, considera-se um referencial imóvel relativamente ao éter, da qual denominaremos de RIE. O sistema de coordenadas espaço-temporais de um ponto O relativamente a esse referencial o sistema é dado por três coordenadas espaciais x , y e z , e uma coordenada temporal t . Consideremos agora um segundo referencial inercial que se move a uma velocidade uniforme v em relação ao éter (denominaremos este referencial de RMU). As coordenadas do ponto O para este referencial são x' , y' , z' e t' . Suponhamos algumas considerações:

1) o ponto de origem para ambos os referenciais são os mesmos, isto é, se o ponto O tiver coordenadas nulas relativamente a RIE $(0,0,0,0)$, para o RMU também terá $(0,0,0,0)$;

2) a origem do referencial RMU move-se ao longo do eixo xx do referencial RIE com uma velocidade constante v , ou seja, os pontos cujo as coordenadas relativas ao referencial RIE são $(vt, 0, 0, t)$ tem as três primeiras coordenadas nulas relativamente ao referencial RMU.

Sob estas condições (dado o evento arbitrário), a mecânica clássica afirma que:

$$(x', t') = (x, t) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -v & 1 \end{pmatrix} \quad (1)$$
$$y' = y$$
$$z' = z$$

A notação acima descreve as transformações de Galileu entre as coordenadas referentes à RIE e RMU. Note que além de as direções serem em \mathbf{x} e \mathbf{x}' comuns, as origens espaciais coincidem no tempo $\mathbf{t} = \mathbf{t}' = 0$. Em relação ao tempo, temos que $\mathbf{t} = \mathbf{t}'$ o que expressa a menção de um tempo universal independente do movimento relativo para diferentes sistemas de referência (observadores). No entanto, Lorentz e Larmor propuseram que, de fato, dever-se-ia usar:

$$(x', t') = (x, t) \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -v\gamma & \frac{1}{c^2} \end{pmatrix} \quad (2)$$

tal que $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ e c representa a velocidade da luz propagando-se no éter.

Ressalta-se que Lorentz e Larmor objetivavam formular teorias relativas às partículas elementares e que, ao qual, de forma alguma, propuseram uma teoria relativística. Para ambos, \mathbf{x} , \mathbf{y} , \mathbf{z} e \mathbf{t} eram as verdadeiras coordenadas e que as coordenadas \mathbf{x}' , \mathbf{y}' , \mathbf{z}' e \mathbf{t}' se estendiam a ser apenas um artefato matemático para a condensação e facilitação do cálculo.

Lorentz e Larmor descreveram a transformação incluindo um terceiro sistema de coordenadas no qual explicaram como passar do referencial RIE para este sistema e como passar desse sistema para o RMU. Ainda sobre eles, perceberam que as transformadas de Lorentz não alteram o talhe das equações de Maxwell. Lorentz inferiu que (uma relevante hipótese) “uma partícula elementar em movimento relativamente ao éter sofreria, em sentido do movimento, uma contração; contração esta que seria equivalente ao valor necessário para explicar a experiência de Michelson-Morley” (LORENTZ, 1909, p. 53).

NOÇÕES DE ESPAÇO E TEMPO

Embora Lorentz tenha trabalhado com muitas hipóteses, Einstein conseguiu chegar às Transformadas de Lorentz, atribuindo-lhes um outro significado, embasando-se apenas em dois postulados:

- 1) relativamente a dois referenciais inerciais as leis da Física são as mesmas;
- 2) a velocidade da luz é constante e é a mesma para todos os observadores, o que explica os resultados da experiência de Michelson-Morley.

Assumindo estes dois postulados, Einstein provou que dados quaisquer dois referenciais inerciais \mathbf{S} e \mathbf{S}' se a origem para ambos coincidirem então seria possível passar de um sistema de coordenadas relativamente a \mathbf{S} para as coordenadas de um mesmo ponto relativamente a \mathbf{S}' . O que viria a ser contraditório em relação ao discernimento de Newton, visto que a noção de absoluto é ideia central na mecânica newtoniana.

E este resultado implicaria que $t \neq t'$. A mecânica newtoniana admite o tempo como absoluto, caracterizando-o uniforme e independente dos observadores.

Neste sentido, comenta Newton (1978, p.45):

O tempo absoluto, verdadeiro e matemático, por si mesmo e por sua própria natureza, flui uniformemente sem relação com nada externo, e também é chamado duração. O tempo relativo, aparente e comum, é uma medida sensível e externa da duração por meio do movimento.

Para Newton o espaço – diferentemente do espaço relativo – é compreendido como receptáculo e não depende da posição dos observadores, pois:

O espaço absoluto, por sua própria natureza, sem relação com algo exterior, é sempre semelhante e imóvel. O espaço relativo é a dimensão móvel ou a medida do espaço absoluto; nossos sentidos o determinam por sua posição em relação aos corpos, sendo muitas vezes confundido com o espaço imóvel (NEWTON, 1978, p.40).

Vale ressaltar que a mecânica newtoniana perde a validade apenas para velocidades próximas às da luz, o que é estritamente não casual.

ESTUDO DAS TRANSFORMAÇÕES DO ESPAÇO-TEMPO

O QUADRIMENSIONAL DE EINSTEIN

Em síntese, os postulados de Einstein mostram que há uma dependência no referencial inercial ao qual se encontra um observador e que o comprimento de um objeto e a duração de um dado evento são relativos a outro observador que esteja em outro referencial (EINSTEIN, 1999).

Se soubermos exatamente quando iriam ocorrer dois eventos iguais, dois raios chocando-se ao solo, por exemplo, e obtivéssemos geometricamente o ponto central entre estes dois eventos (o ponto médio) haveria de se observar os dois eventos de forma simultânea. Logo, percebe-se que esta simultaneidade só se faz devido à posição do observador em relação aos dois eventos, isto é, depende da posição, e que, conseqüentemente, depende do tempo, pois ocorrem em um mesmo dado momento.

Desta forma, a teoria da relatividade de Einstein instigou inúmeros discernimentos, bem como mudou radicalmente o conceito de espaço e de tempo que, passaram a ser entendidos como o espaço-tempo, uma nova coordenada para o sistema de referência Hawking e Mlodinow (2005, p.42):

[...] a teoria da relatividade nos força a mudar fundamentalmente nossas ideias de espaço e tempo. Precisamos aceitar que o tempo não está inteiramente separado e independente do espaço, e sim combinado com ele para formar um objeto chamado espaço-tempo.

Realmente, o espaço e tempo na teoria relativística de Einstein formam um contínuo quadrimensional, mesmo sentido dado pelo espaço-tempo inferido por Minkowski, devido à introdução da coordenada temporal às já bem estabelecidas coordenadas, ou melhor, sistemas de coordenadas x , y e z . Einstein e Infeld (1962, p. 170):

O nosso espaço físico, conforme considerado através de objetos e seu movimento, tem três dimensões e as posições são caracterizadas por três números. O instante de um acontecimento é o quarto número. Quatro números definidos correspondem a todo acontecimento; um acontecimento definido deve corresponder a quatro números quaisquer. Portanto: o mundo dos acontecimentos forma um contínuo quadridimensional.

TEMPO PRÓPRIO

Minkowski tem como ponto de partida para definir o seu conceito de espaço-tempo à ideia de Poincaré de que “as leis da Física devem ser invariantes à ação do grupo de Lorentz” (POINCARÉ, 1968, p. 586). Poincaré se estende ainda mais sobre as transformações do espaço-tempo, embora não tenha sido encontrada a expressão espaço-tempo em suas publicações, na qual diz que POINCARÉ (1905, p. 21-22)

Se encararmos a transformada de Lorentz não como uma função de \mathbb{R}^4 em \mathbb{R}^4 mas sim como uma função $\mathbb{R}^3 \times (i\mathbb{R})$ em $\mathbb{R}^3 \times (i\mathbb{R})$, isto é, se considerarmos as funções do tipo: $(x, y, z, ict) \mapsto (x', y', z', ict')$, com x', y', z', ict' a serem obtidos de x, y, z, ict pelas transformadas de Lorentz, para algum parâmetro v , então, estamos diante de uma rotação de $\mathbb{R}^3 \times (i\mathbb{R})$, pois trata de uma função que preserva a forma quadrática: $(\alpha, \beta, \gamma, \delta) \mapsto \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 + \delta^2$.

Entretanto, Minkowski trabalhou do ponto de vista da Geometria Diferencial, e destacou a importante preservação do elemento de linha:

$$ds^2 = cdt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 \quad (3)$$

definição bastante importante quando se trabalha com geometrias não-euclidianas (sistema axiomático), caso da Relatividade de Einstein. O espaço-tempo é curvo, se deforma.

A geometria euclidiana satisfaz apenas o plano e o tridimensional. O próprio Minkowski introduziu o conceito de tempo próprio (MINKOWSKI, 1908 p. 55), o que se assemelha ao hoje muito bem conhecido, “o paradoxo dos gêmeos” dado pela relação, definida por um parâmetro λ , no qual resulta em:

$$T = \int \sqrt{\left(\frac{dt}{d\lambda}\right)^2 - \frac{1}{c^2} \left[\left(\frac{dx}{d\lambda}\right)^2 + \left(\frac{dy}{d\lambda}\right)^2 + \left(\frac{dz}{d\lambda}\right)^2 \right]} d\lambda \quad (4)$$

A interpretação da Física diz que o tempo próprio é o tempo gasto para ir de um evento **1** a um evento **2** medido pelo relógio de um observador que segue uma determinada trajetória (seja ela qual for) do evento **1** ao evento **2**.

INVARIÂNCIA E RELATIVIDADE

“Como as transformadas de Lorentz formam um grupo de transformações lineares de \mathbb{R}^4 em \mathbb{R}^4 ” (POINCARÉ, 1924 p. 24) e que este grupo satisfaz a forma quadrática, constatou-se que as leis da física devem ser invariantes relativamente a ação deste grupo de transformações lineares. Para Minkowski, esta invariância foi o cerne para os estudos referentes à Relatividade, pois, a partir daí, ele tratou como foco o uso de quantidades invariantes na formulação da teoria o que implicou na definição de qualquer grandeza física de maneira covariante. Isto é, de modo que quando esta quantidade for medida por dois observadores em sistemas de referência distintos, fosse possível obter o valor v obtido a partir do valor v' (no outro sistema de referência) de modo que $v = hv'$, onde h é o elemento do grupo de Lorentz que corresponde ao movimento relativo entre os dois observadores.

Entretanto, Minkowski não se limitou por considerar a ação natural do grupo de Lorentz em elementos de \mathbb{R}^4 (proferido por Poincaré) no qual o designou como vetores do tipo um. Não obstante, introduziu tensores antissimétricos de ordem dois, no qual os denominou de vetores do tipo dois, o que, evidentemente estabeleceu o uso de tensores na Relatividade.

O ESPAÇO-TEMPO DE MINKOWSKI

A relatividade foi entendida como válida para qualquer tipo de fenômeno físico, após a influência de Hermann Minkowski (1864-1909) que chegou a ministrar uma palestra sobre espaço-tempo em 1908. Além deste, outros célebres matemáticos realizaram estudos acerca da Teoria da Relatividade, como David Hilbert, Henri Poincaré, Emmy Noether entre outros.

Minkowski tinha como núcleo de pesquisa a Teoria dos Números o que não veio a ser relevante nos estudos sobre a Teoria da Relatividade de Einstein, entretanto, embora a Teoria dos Números não tenha sido relevante, esta ocasionou para Minkowski uma interessante e fundamental façanha: propor conceitos geométricos, introduzir, em áreas onde, até então, não seria possível de se fazer, isto é, de ser aplicáveis.

Minkowski publicou somente um artigo sobre relatividade, artigo este que foi usado como referência principal deste trabalho. Minkowski apresentou um conjunto de três axiomas, a partir dos quais, deduz as “equações para o movimento da matéria num contexto relativístico, dando ênfase explicitando que para cada nível de seu argumento, isto é, para cada passo, só era possível por algum dos axiomas” (MINKOWSKI, 1908, p. 100).

O espaço-tempo de Minkowski é \mathbb{R}^4 , que contém uma métrica de Lorentz. Vale ressaltar que foi Minkowski quem traduziu à teoria da relatividade restrita a linguagem do espaço-tempo, em 1907, isto é, foi ele que reconheceu a real consequência da teoria: unificação do espaço e do tempo em uma só unidade. “De agora em diante, espaço por si só e tempo por si estão condenados a

desaparecer em meras sombras, e somente uma união dos dois preservará uma realidade independente” (TAYLOR e WHEELER, 1992, p.15).

Embora Einstein tenha inicialmente relutado à ideia de Minkowski – o próprio Minkowski inicialmente achava que a ideia de estender o espaço para a quarta dimensão não passava nada mais que uma teoria mística – acabou por reconhecer a importância do seu conceito de espaço-tempo, influenciando em Einstein na elaboração de sua Teoria da Relatividade Geral.

Com efeito, “o *espaçotempo* é muito mais que uma mera linguagem ou formalização contextual, diferentemente da teoria. O *espaçotempo* dá sentido à teoria da relatividade especial” (PETKOV, 2012, p. 75-76), que, em essência, resume tudo e de onde todas as consequências seguem, “trocando o espaço e o tempo absoluto da mecânica newtoniana pelo *espaçotempo* absoluto com a métrica de Lorentz, isto é, o *espaçotempo* de Minkowski” (PETKOV, 2012, p. 88).

PROPRIEDADES DO ESPAÇO-TEMPO

A teoria da relatividade, em essência, prevê que vivemos em um contínuo quadridimensional, isto é, vivemos em um espaço-tempo. A percepção de tempo e espaço está intrinsicamente relacionada ao sistema de referência em que se situam quaisquer observadores, ou seja, indivíduos que estiverem em diferentes sistemas de referência terão divergentes resultados em suas medições, pois, percepção de tempo e espaço está ligada ao sistema de referência dos observadores.

Este fenômeno pode ser visualizado utilizando o elemento de linha do espaço-tempo de Minkowski. Contudo, há conceitos vetoriais contidos no *espaçotempo* de Minkowski e tais vetores podem assumir três formas de interação com *espaçotempo* de modo que estabelecem a propriedade do sistema em questão.

São vetores v pertencentes ao *espaçotempo* de Minkowski, tais que:

$q(v) = 0$ são chamados do tipos luz.

$q(v) > 0$ são chamados do tipo espaço.

$q(v) < 0$ são chamados do tipo tempo.

De tal forma, existem apenas dois cones temporais e ambos devem ter sentidos contrários. “A escolha de qual cone temporal é cone futuro ou cone passado depende da base escolhida, o que determina uma orientação no espaço-tempo de Minkowski” (FERRARO, 2007, p. 122-123).

O espaço-tempo de Minkowski dá sentido à relatividade de Einstein e contribuiu integralmente para os avanços científicos e tecnológicos. Por exemplo, tal contribuição sequenciou uma série de resultados tal como a aplicação em regiões próximas de buracos negros, utilizando a métrica de Schwarzschild.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A partir do exposto, entende-se importante afirmar que a Teoria da Relatividade Geral de Einstein está embasada na estrutura de Minkowski, isto é, à sua definição de espaço-tempo. Essa estrutura desencadeou uma série de problemas que necessitavam de uma ferramenta matemática para a solução. Riemann havia desenvolvido tal ferramenta no final do século XIX que foi utilizada por Grossmann, especialista em geometria não-euclidiana. A partir daí Grossmann e Einstein, após assumirem a regra da covariância, chegaram a relatividade geral que foi sustentada pela estrutura erigida por Minkowski – o primeiro a reconhecer a equivalência cerimoniosa das coordenadas espaciais e temporais, o que mate na construção de sua teoria.

De fato, entende-se que a Relatividade de Einstein pode ser encarada como um trabalho coletivo entre Físicos e Matemáticos em que Einstein foi à peça angular desta teoria relativística. Embora não seja comum encarar esta teoria como um trabalho coletivo, deve-se ao menos compreendê-la como um quebra-cabeça dividido em algumas, então fundamentais, partes importantes; partes estas que se fizeram possíveis de sustentar-se, devido ao trabalho de um grande matemático, Hermann Minkowski.

Por fim, conclui-se pela não existência de dúvidas de que o espaço-tempo de Minkowski seja um importante pano de fundo para todos os estudos que buscaram e que venham buscar explicações sobre as transformações físicas perceptíveis no nosso universo. Aplicado à Teoria Relativística, o espaço-tempo de Minkowski permitiu descrever, por meio de sua geometria uma nova percepção do tempo e do espaço, pois, a dilatação do tempo e espaço passaram a ser vistos como ordinárias consequências da geometria do espaço-tempo.

The Structure Established for Einstein's Relativity: the Minkowski space-time

ABSTRACT

The Theory of Restricted Relativity was published in 1905 by the celebrated Physicist Albert Einstein. Ten years later, Einstein published a new, relativistic, generalized theory known as the General Relativity Theory. This new theory was based on the results of the studies on space and time, made by the famous mathematician Hermann Minkowski. What is presented in this work is a qualitative bibliographical review aiming to clarify the importance of Hermann Minkowski's contribution to Einstein's Relativity, as well as the sense given to Relativity due to the concept of space-time inferred by Minkowski in their studies.

KEYWORDS: *Minkowski Space-time; Einstein's Relativity; Theory of Relativity and Minkowski.*

La estructura erigida para la relatividad de Einstein: el espacio-tiempo de Minkowski

RESUMEN

La Teoría de la Relatividad Restringida fue publicada en 1905 por el célebre Físico Albert Einstein. Diez años después, Einstein publicó una nueva teoría, relativista y generalizada que se conoció como la Teoría de la Relatividad General. Esta nueva teoría fue fundamentada en los resultados de los estudios sobre espacio y tiempo, hechos por el célebre matemático Hermann Minkowski. Lo que se presenta, en este trabajo, es una revisión bibliográfica de cuño cualitativo, con el objetivo de esclarecer la importancia de la contribución de Hermann Minkowski a la Relatividad de Einstein, así como el sentido dado a la Relatividad debido al concepto de espacio-tiempo inferido por Minkowski en sus estudios.

PALABRAS CLAVE: Espacio-tiempo de Minkowski; Relatividad de Einstein; Teoría de la Relatividad y Minkowski.

REFERÊNCIAS

EINSTEIN, A.; INFELD, L. **Evolução da Física**. Rio de Janeiro, Jorge Zahar, 1962.

EINSTEIN, A. **A Teoria da Relatividade Especial e Geral**. Rio de Janeiro: Contraponto, 1999.

FERRARO, R. **Einstein's Space-Time: An Introduction to Special and General relativity**. Springer, 2007.

HAWKING, S.; MLODINOW, L. **Uma nova história do tempo**. Rio de Janeiro: Ediouro, 2005.

LORENTZ, H.A. **The theory of electrons**. Brill, 1909.

MINKOWSKI, H. **Die grundgleichungen für die elektromagnetischen Vorgänge in bewegten körpern**. Gött. Nach., S. 53–111, 1908. http://gdz.sub.uni-goettingen.de/no_cache/en/dms/load/img/?IDDOC=62931 Acesso em: 2 de Setembro de 2017.

MILLER, A.I. **Albert Einstein's Special Theory of Relativity: Emergence (1905) and early interpretation (1905–1911)**. Springer-Verlag, 1997.

NEWTON, I. **Mathematical principles of natural philosophy**. Chicago: Britannica Great Books; 1978.

PETKOV, V. **Inertia and Gravitation: From Aristotle's Natural Motion to Geodesics Worldlines in Curved Spacetime**. Minkowski Institute Press, 2012.

POINCARÉ, H. **La Mécanique nouvelle : Conférence, mémoire et note sur la Théorie de la Relativité**. Gauthier-Villars, 1924.

POINCARÉ, H. **La Science et l'hypothèse**. Flammarion, 1968.

POINCARÉ, H. **Sur la dynamique de l'électron**. Dans *La Mécanique nouvelle: Conférence, mémoire et note sur la Théorie de la Relativité*. p. 18–76. <http://www.soso.ch/wissen/hist/SRT/P-1905.pdf>. Acesso em: 10 de Setembro de 2017.

TAYLOR, E.; WHEELER, J. A. *Spacetime Physics: Introduction to Special Relativity*. 2nd. Edition, Freeman, 1992.

Recebido: 06 de outubro de 2017.

Aprovado: 11 de dezembro de 2017.

DOI:

Como citar: SILVA, J.J.D. P da, A estrutura erigida para a relatividade de Einstein: o espaço-tempo de Minkowski, *Revista Brasileira de Física Tecnológica Aplicada*, Ponta Grossa, v. 4, n.2, p. 63-75, dezembro. 2017.

Contato: Jonas Jorge Diogo Pinheiro da Silva jonaskurosaki@outlook.com

Direito autoral: Este artigo está licenciado sob os termos da Licença Creative Commons-Atribuição 4.0 Internacional.

