

Efeito do impulso angular na rotação plana de um corpo rígido em um sistema conservativo: um ensaio no laboratório.

Efecto del momento angular en la rotación plana de un cuerpo rígido en un sistema conservador: un ensayo en laboratorio

Effect of the Angular Momentum on the Flat Spin of a Rigid Body on a Conservative System: Test in Laboratory

¹Vinicius Machado; Vitor Otávio Ochoski Machado

Resumo: O presente artigo apresenta relato do ensaio de uma atividade experimental desenvolvida no laboratório de Física. Desenvolveu-se um sistema contendo um disco rígido que, partindo do repouso, sofreu rotação plana, acelerada e sem atrito em torno de um eixo, devido ao impulso provocado pela ação de uma força externa. Por meio de instrumentos de medidas, entre eles, sensores de tempo, cronômetro digital, régua e dinamômetro obtiveram-se dados que permitiram comprovar experimentalmente a relação entre o impulso angular e a variação do momento angular de um corpo rígido.

Palavras-chave: física, ensino experimental, movimento de rotação.

Resumen: En este artículo se presenta el informe de la prueba de una actividad experimental llevado a cabo en el laboratorio de física. Se desarrolló un sistema que contiene un disco duro, partiendo del reposo, sufrió barrena plana, rápido y sin fricción alrededor de un eje, debido al empuje causado por la acción de una fuerza externa. A través de los instrumentos de medición, entre ellos sensores de tiempo, cronómetro digital, regla y dinamómetro se obtuvieron datos que permitieron demostrar experimentalmente la relación entre el momento angular y el cambio en el momento angular de un cuerpo rígido.

Palabras clave: la física, la enseñanza experimental, movimiento de rotación.

Abstract: *The present article reports the trial of an experimental activity developed in the physics laboratory. Was developed a system containing a rigid body that, starting from rest, suffered accelerated and frictionless flat rotation around an axis due to the momentum caused by the action of an external force. Through measurement instruments, including sensors of time, digital stopwatch, ruler and dynamometer was obtained data that allowed experimentally prove the relationship between the angular momentum and the variation in angular momentum of a rigid body.*

Keywords: *Physics, Experimental Teaching, Rotation Movement.*

¹Mestre em Ensino de Ciência e Tecnologia, membro do Grupo de Estudos em Física Aplicada, docente no Departamento Acadêmico de Física da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Câmpus Ponta Grossa, e-mail: vinmac@utfpr.edu.br.

1. Introdução

Entre as disciplinas básicas da grade curricular dos cursos de Engenharia encontra-se a Física 1, cujo conteúdo abrange os movimentos de translação e de rotação. A disciplina de Física 1 é trabalhada, dependendo do curso, no primeiro ou no segundo semestre, com carga horária de cinco aulas semanais sendo três aulas teóricas e duas aulas experimentais, no laboratório.

Ao trabalhar no laboratório, desenvolvendo as atividades da disciplina de Física 1, têm-se encontrado dificuldades em realizar atividades relacionadas ao movimento de rotação. Ora pela dificuldade em comprar os materiais didáticos existentes devido ao alto custo e ora por não encontrar instrumentos, equipamentos ou outros que apresentem as características e funcionalidades entendidas como necessárias para o ensino desse tipo de movimento. Nesse contexto, deparou-se com a necessidade de elaborar, construir e testar o funcionamento de dispositivos que permitissem o seu uso nas aulas experimentais de Física 1 nos cursos de Engenharia. Dessa forma, tem-se por objetivo, nesse trabalho, apresentar um dispositivo desenvolvido para o trabalho experimental abrangendo o tema rotação - Impulso e Momento angular - e apresentar também o relato de um ensaio para verificar a eficácia do seu funcionamento.

2. Fundamentação teórica

Alterações na rotação plana de um corpo rígido em torno de um eixo podem ocorrer em um sistema isolado, sem atuações de forças externas, devido à troca de quantidades de movimento angular entre corpos (Beer e Johnston, 2006), mas, também podem ocorrer em um sistema não-isolado em que, pela ação de uma força externa, gera-se um torque capaz de provocar um impulso rotacional ou angular nesse corpo (Sears, Zemansky e Young, 1997).

A ação do impulso angular (J_{θ}) sobre um corpo rígido provoca uma variação no seu momento angular (ΔL), situação essa descrita pela equação: $J_{\theta} = \Delta L$ (1)

De acordo com Sears, Zemanski e Young (1997) a variação do momento angular é determinado pela diferença entre o momento angular final e o momento angular inicial ($\Delta L = L_2 - L_1$), o impulso angular obtém-se pelo produto entre o torque que o causa e o tempo de atuação desse torque ($J_{\theta} = \Gamma \cdot \Delta t$) e o momento angular de um corpo rígido em determinado instante obtém-se por meio do produto entre o momento de inércia do corpo e a sua velocidade angular no referido instante ($L_1 = I \cdot \omega_1$ e $L_2 = I \cdot \omega_2$). Dessa forma, tem-se: $\Gamma \cdot \Delta t = I \cdot \omega_2 - I \cdot \omega_1$ (2)

Para o desenvolvimento da atividade experimental/ensaio pretende-se o uso de um dispositivo semelhante ao da Figura 1.

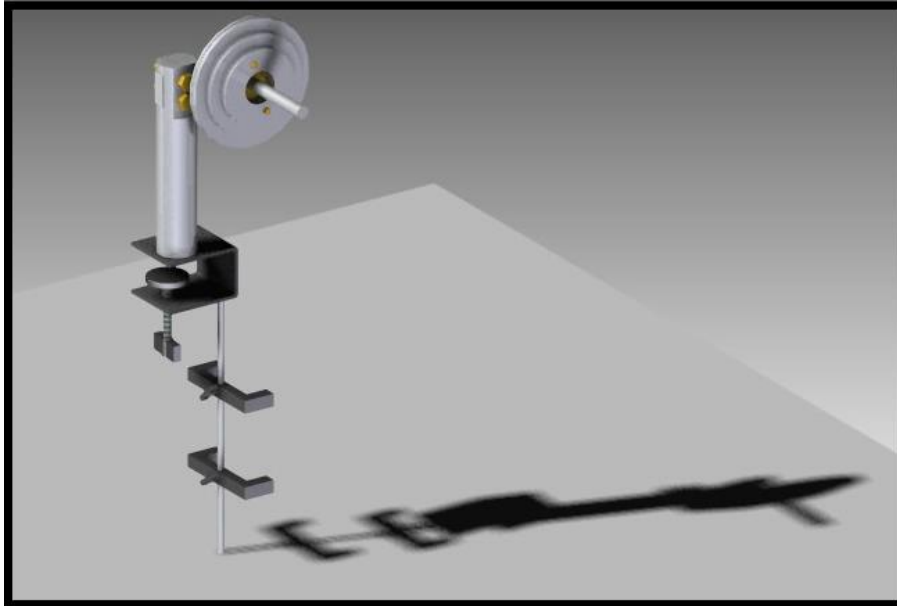


Figura 1: Modelo do dispositivo a ser construído.
Fonte: Autoria própria.

Espera-se que o uso desse dispositivo permita verificar a ação do impulso angular e o seu efeito direto, em um sistema em condições muito próximas da ocorrência de conservação de energia, na variação da quantidade de movimento angular desse sistema, ou seja, obter dados experimentais que permitam comprovar a igualdade entre os termos da equação (2).

3. O instrumento, a pesquisa e a coleta de dados

Para realizar a atividade, desenvolveu-se uma peça de MDF (Medium Density Fiberboard) constituída por um conjunto de discos cilíndricos coaxiais sobrepostos, conforme mostra a Figura 2.



Figura 2: Desenho da peça.
Fonte: Autoria própria.

Com a finalidade de buscar minimizar o atrito na rotação instalou-se em seu centro, no encaixe do eixo, um rolamento, conforme mostra a Figura 3.

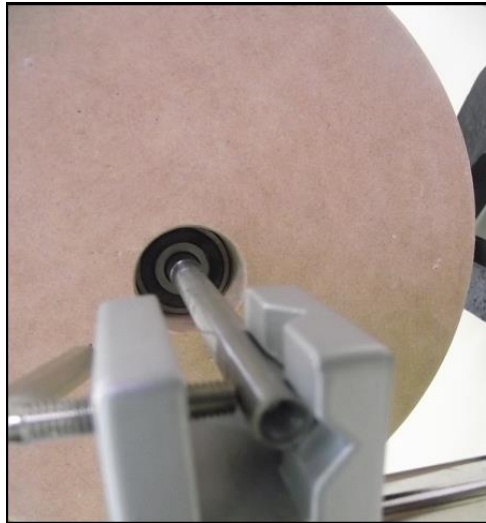


Figura 3: Rolamento instalado na peça.
Fonte: Autoria própria.

Na superfície da linha externa dos discos que compõe a peça usinou-se um pequeno sulco e no disco de maior diâmetro fixou-se em um ponto um fio fino de algodão. A massa desse fio, por ser muito inferior à massa da peça aceleradora e à massa do disco, foi desprezada nos cálculos. Na extremidade do fio prendeu-se um corpo metálico - doravante chamado de corpo acelerador. Para sustentar o sistema utilizou-se de tripés, hastes cilíndricas e mangas, conforme mostra a Figura 4. Para posicionar o eixo do sistema na direção horizontal, permitindo uma rotação plana da peça de MDF, utilizou-se de um nível apoiado nas duas mangas que o sustentam na haste.

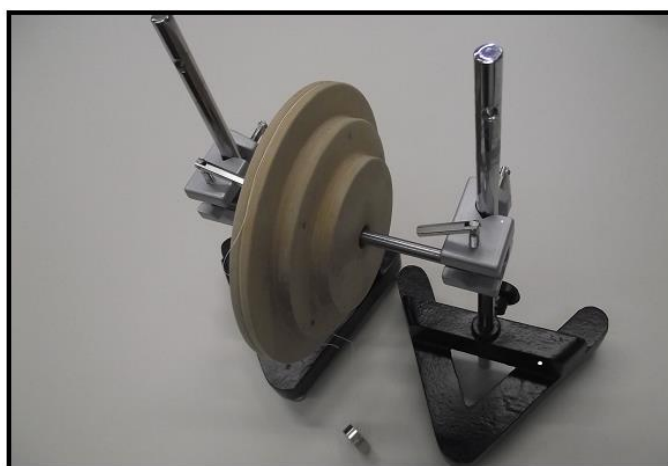


Figura 4: Suporte para a peça.
Fonte: Autoria própria.

Para a obtenção dos dados necessários para o desenvolvimento do trabalho, foram posicionados dois sensores acoplados a um cronômetro, alinhados verticalmente com a direção pela qual o corpo acelerador passa quando liberado, conforme mostra a Figura 5. Estrategicamente, optou-se por posicionar o primeiro sensor na eminência do movimento do peso acelerador.



Figura 5: Imagem do sistema montado.
Fonte: Autoria própria.

Partindo da equação (2), observou-se a necessidade de realizar algumas medições e ajustes do sistema. Com o auxílio de uma balança eletrônica, mediu-se a massa do corpo acelerador, obtendo-se o valor de 50,475g. Com o auxílio de uma trena, posicionou-se o segundo sensor a 20 cm abaixo do primeiro e determinou-se o diâmetro do cilindro da peça de MDF à qual o corpo acelerador estava preso, obtendo-se o valor de 18,34 cm. Trabalhou-se com o valor da aceleração da gravidade tabelada local em $9,78718\text{m/s}^2$, determinado pelo método da geodésica em outra atividade.

Por meio dos sensores acoplados ao cronômetro, tomou-se o tempo de aceleração do sistema devido à passagem do corpo acelerador em cinco amostras, obtendo-se os seguintes valores: $t_1=0,502$ s; $t_2=0,554$ s; $t_3=0,520$ s; $t_4=0,510$ s e $t_5=0,545$ s. Para definir o tempo de aceleração, trabalhou-se com o valor mais provável das cinco medidas, obtendo-se como referência a média dos tempos de 0,5262 segundos. Utilizou-se como critério para o tratamento dos dados, converter todas as medidas encontradas para o Sistema Internacional de Medidas e fazer o arredondamento dos algarismos significativos do resultado final das medidas indiretas limitados pela medida utilizada que apresentar menor precisão.

4. A aplicação dos dados e os resultados obtidos

Para se determinar a variação do momento angular $\Delta L = I \cdot \omega_2 - I \cdot \omega_1$, segundo termo da equação (2), é preciso obter medidas diretas ou indiretas a partir das quais se possa determinar o momento de inércia do corpo rígido do sistema e a velocidade angular desse corpo nos pontos 1 e 2 de referência. Observando-se a ausência de atrito no sistema, optou-se por determinar o momento de inércia da peça a partir da análise e aplicação da equação do balanço de energia tendo como referência os pontos 1 e 2, respectivamente posições do primeiro e segundo sensores. Sendo o sistema conservativo, observou-se que a energia mecânica nos pontos de referência não se altera, ou seja, $E_1 = E_2$. Na posição 1, eminência de movimento do corpo acelerador, tem-se o início da contagem do tempo, onde observa-se a velocidade inicial do sistema como desprezível, Figura 6.

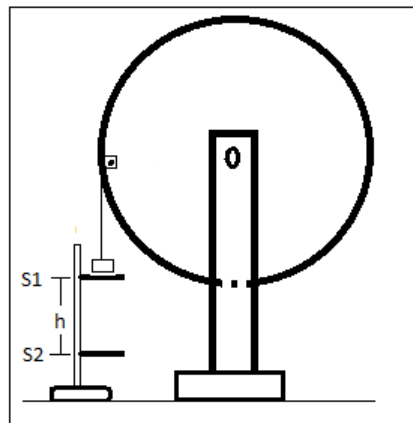


Figura 6: Corpo acelerador na eminência do movimento.
Fonte: Autoria própria.

Desconsidera-se, nesse ponto, a existência de energia mecânica na modalidade cinética e considera-se apenas a existência de energia mecânica na modalidade potencial gravitacional, já que o ponto 1 encontra-se 0,2 metros acima do ponto 2, dessa forma, $E_1 = E_{g \text{ corpo}}$, sendo $E_{g \text{ corpo}} = m \cdot g \cdot h$, onde m é a massa do corpo acelerador, g é o valor da aceleração da gravidade local e $h = \Delta y$, distância entre os sensores 1 e 2.

Na posição 2, ponto final do trecho analisado, não haverá mais energia na modalidade potencial gravitacional, mas haverá movimento, logo nessa posição observa-se a existência de energia mecânica na modalidade cinética, Figura 7.

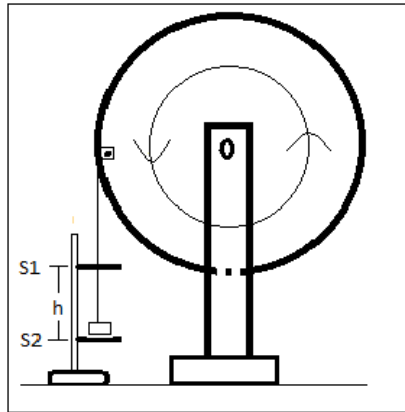


Figura 7: Corpo acelerador passando pelo segundo sensor
Fonte: Autoria própria.

Fazendo o corpo acelerador parte de um sistema, já que o mesmo está preso à peça de MDF por meio de um fio, observa-se que o movimento por ele descrito entre os dois sensores não é o de queda livre, logo, observa-se que a energia mecânica potencial gravitacional do corpo acelerador não é transformada da posição 1 para a posição 2 apenas em energia cinética desse mesmo corpo, mas, em energia mecânica cinética de um sistema. E a energia cinética do sistema é a soma entre a energia cinética do corpo acelerador com a energia cinética da peça de MDF. Por isso, $E_2 = E_{c \text{ corpo}} + E_{c \text{ peça}}$.

Como o movimento do corpo acelerador é de translação, tem-se, de acordo com Sears, Zemansky e Young (1997): $E_{c \text{ corpo}} = m.v^2/2$, onde m é a massa do corpo acelerador e v é a velocidade linear do corpo acelerador ao passar pelo segundo sensor, a ser calculada. Como o movimento da peça de MDF é de rotação, por isso, de acordo com o mesmo autor, tem-se: $E_{c \text{ peça}} = I.\omega^2 / 2$, onde I é o momento de inércia da peça de MDF, valor que se quer determinar, e ω é a velocidade angular da peça de MDF no instante em que o corpo acelerador passa pelo sensor 2, valor a ser determinado.

Dessa forma, o balanço de energia mecânica do sistema resultou na seguinte equação: $m.g.h = m.v^2/2 + I.\omega^2/2$ (3). E, para determinar o valor do momento de inércia da peça de MDF, observa-se a necessidade de calcular as velocidades linear do corpo acelerador e angular da peça de MDF no instante em que o corpo acelerador passa pelo sensor 2. No movimento de translação do corpo acelerador, observa-se a equação condizente à situação: $\Delta y = v_0.\Delta t \pm a.\Delta t^2/2$.

Considerando a velocidade inicial do corpo acelerador nula, permite-se determinar a aceleração do sistema (corpo acelerador + peça de MDF) pela equação $a = 2. \Delta y/\Delta t^2$, resultando em uma aceleração do sistema de aproximadamente $1,44463557 \text{ m/s}^2$. Calcula-se

então a velocidade do corpo acelerador na posição 2 pela equação: $v = v_0 \pm a \cdot \Delta t$, resultando no valor de 0,760167236 m/s.

Para determinar a velocidade angular da peça de MDF no instante 2, observa-se que o corpo acelerador está “acoplado em linha” à peça, por isso, no instante 2, a velocidade tangencial da peça de MDF é igual à velocidade linear do corpo acelerador. Sabendo-se que as velocidades tangencial e angular de um corpo em rotação relacionam-se por $v = \omega \cdot R$ (RESNICK e HALLIDAY, 1996, p.258) , onde R é o raio do disco sobre o qual o corpo acelerador está acoplado, D/2. Calculou-se, dessa forma, a velocidade angular do disco no instante em que o corpo acelerador passou pelo segundo sensor por $\omega = 2v/D$, obtendo-se o valor de $\omega_2 = 8,289719049$ rad/s.

Aplicando os valores encontrados na equação do balanço de energia $m \cdot g \cdot h = m \cdot v^2/2 + I \cdot \omega^2/2$, obteve-se o valor do momento de inércia da peça de MDF em 0,00245111579 kgm^2 .

Como a peça de MDF estava em repouso no início do movimento na posição 1, logo, $\omega_1 = \text{zero rad/s}$ e se no ponto 2 a velocidade angular da peça atingiu ω_2 , a variação do momento angular da peça pode ser determinado pela equação $\Delta L = I \cdot \omega_2$. Aplicados os valores encontrados, obteve-se uma variação do momento angular da peça de MDF de 0,020319061 Nms. Arredondado de acordo com o critério estabelecido para o tratamento dos dados, o valor de $I \cdot \omega_2 - I \cdot \omega_1$ ficou em aproximadamente 0,0203 Nms.

Para determinar o impulso angular $\Gamma \cdot \Delta t$, primeiro termo da equação (2), exercido pela ação do corpo acelerador no intervalo de tempo gasto na passagem desse corpo pelos sensores 1 e 2, observa-se a necessidade de determinar o torque que atua na peça de MDF.

Observando-se o esquema de forças da Figura 8, percebe-se que a ação sobre o sistema dá-se pelo peso do corpo acelerador (P_c), todavia, observa-se que corpo acelerador não movimenta-se em queda livre, pois o mesmo está preso à peça de MDF exercendo sobre a mesma uma força de tração (T) e é essa força T que provoca o impulso angular sobre a peça.

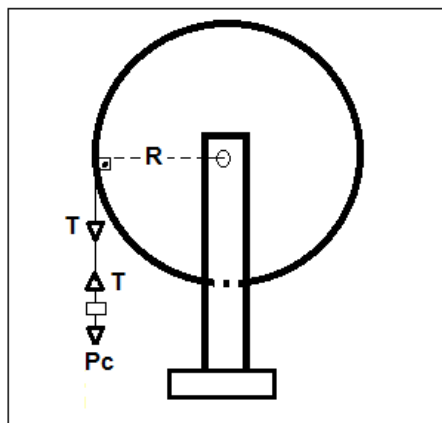


Figura 8: Esquema de forças atuantes no sistema.
Fonte: Autoria própria.

Recorrendo à Segunda Lei de Newton aplicada ao sistema de forças que atuam no corpo acelerador observa-se que $F_r = m \cdot a$, logo, $P_c - T = m \cdot a$, dessa forma, sendo a força de tração que atua sobre o corpo acelerador a mesma que provoca impulso sobre a peça de MDF, isola-se T , obtendo-se $T = P_c - m \cdot a$, contudo, se $P_c = m \cdot g$, têm-se $T = m(g - a)$, assim, o torque atuante no sistema terá seu braço no valor R , por isso será calculado por $\Gamma = m(g - a) \cdot R$. Conseqüentemente, o impulso angular será determinado por $J\theta = m(g - a)D/2 \cdot \Delta t$. Sendo a massa do corpo acelerador $0,50476\text{kg}$, a gravidade tabelada local $9,878718\text{ m/s}^2$, a aceleração linear do corpo acelerador de $1,44463557\text{ m/s}^2$, o raio do disco acoplado ao corpo acelerador $D/2$ e o tempo de atuação do torque de $0,5262\text{ s}$, obteve-se o valor do impulso angular de $0,0203190612\text{ Nms}$, arredondado, conforme os critérios estabelecidos para o tratamento dos dados, para o valor de $0,0203\text{ Nms}$.

5. Discussões e considerações finais

Os valores encontrados no ensaio descrito para o impulso angular e a variação da quantidade de momento angular por ele causada foram muito próximos, com a diferença entre eles manifestada apenas a partir da casa dos centésimos de milésimo. Dessa forma, entende-se que o resultado apresentado pelo ensaio realizado e aqui apresentado indica a viabilidade da aplicação dessa atividade nas atividades de laboratório, na disciplina de Física 1 em cursos de Engenharia.

Entende-se o desenvolvimento dessa atividade no laboratório de bastante importância na busca da construção de conhecimentos e habilidades junto aos acadêmicos de engenharia não somente pela possibilidade de permitir a visualização prática da ocorrência do fenômeno físico em questão, realizar medidas no laboratório, por permitir a realização de mais uma prática abrangendo movimento de rotação, mas, também por permitir a integração de diversos conhecimentos na busca da resolução de um problema, no caso específico, comprovação da influência do impulso sobre a variação do momento angular de um corpo rígido. Entre os conhecimentos trabalhados observam-se: leis de Newton, cinemática da translação e rotação, energia mecânica na translação e rotação, momento de inércia, momento estático (torque), momento angular e impulso angular.

Observa-se, contudo, a despeito do resultado encontrado, a necessidade de alguns ajustes. Entre esses ajustes entende-se pela necessidade de elaborar um sistema eletromagnético a fim de melhor ajustar a posição do corpo acelerador no início do seu

movimento, prestes a passar pelo sensor 1. Na atividade descrita o ajuste foi manual, por isso a variação nos valores do tempo apresentada nas medidas. Um ajuste eletromagnético, utilizando um eletroímã, provavelmente permitirá a obtenção de um resultado final ainda mais apurado.

A peça de MDF utilizada no experimento é maciça, composta por três discos concêntricos sobrepostos. Sugere-se que a peça utilizada seja composta por discos cilíndricos concêntricos e encaixados um no outro. A peça não sendo maciça, a determinação do seu momento de inércia poderá ocorrer por meio da soma dos momentos de inércia de cada um dos discos que compuserem o sistema. Trabalhou-se no ensaio descrito com o corpo acelerador preso pelo fio à superfície do disco de maior diâmetro. Os procedimentos podem ser aplicados desenvolvendo-se a verificação proposta entre o impulso e momento angulares também em relação aos outros dois discos do sistema, bastando prender o corpo acelerador à cada uma de suas respectivas superfícies.

6. Referências bibliográficas

Beer, F.P.; Johnston Jr, E.R. **Mecânica Vetorial para Engenheiros**. Editora McGraw-Hill, Rio de Janeiro, 2006.

Resnick, R.; Halliday, D. **Fundamentos de Física**. Editora LTC, Rio de Janeiro, 1996.

Sears, F.; Zemansky, M.W.; Young, H.D. **Física: mecânica da partícula e dos corpos rígidos**. Editora LTC, Rio de Janeiro, 1997.

7. Informações dos demais autores:

Vitor Otávio Ochoski Machado: técnico de nível integrado em Mecânica, acadêmico do curso de Engenharia Mecânica na Universidade Tecnológica Federal do Paraná, *Câmpus* Ponta Grossa, *e-mail:* vitorvoo@hotmail.com.

Artigo recebido para avaliação em 21/08/2015 e aceito para publicação em 16/10/2015.