

Ensino de conceitos sobre geometria fractal para estudantes cegos: do estudo de caso à instrumentalização docente

RESUMO

Lucia Virginia Mamcasz Viginheski
lmamcaszviniginheski@gmail.com
[0000-0002-6474-0927](tel:0000-0002-6474-0927)
UniGuairacá, Guarapuava, Paraná, Brasil.

Sani de Carvalho Rutz da Silva
sani@utfpr.edu.br
[0000-0002-1548-5739](tel:0000-0002-1548-5739)
Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Ponta Grossa, Paraná, Brasil.

Elsa Midori Shimazaki
emshmazaki@uem.br
[0000-0002-2225-5667](tel:0000-0002-2225-5667)
Universidade Estadual de Maringá, Maringá, Paraná, Brasil.

Marcio Pascoal Cassandre
mpcassandre@uem.br
[0000-0001-9415-4315](tel:0000-0001-9415-4315)
Universidade Estadual de Maringá, Maringá, Paraná, Brasil.

A pesquisa de intervenção aqui relatada, de natureza aplicada e abordagem qualitativa, tem como objetivo analisar as contribuições das adaptações materiais, táteis e descritivas, no processo de ensino e aprendizagem de Geometria Fractal para estudantes com deficiência visual, a fim de possibilitar-lhes acesso ao conteúdo escolar sobre esse tema. Esses sujeitos necessitam de ferramentas adequadas que lhes permitam o acesso e a apropriação dos conhecimentos científicos matemáticos. Dessa forma, desenvolveu-se um estudo prático, em um centro de atendimento educacional especializado na área da deficiência visual, em um município do Centro-Oeste do Paraná, com um grupo de cinco pessoas cegas e com baixa visão, já concluintes do Ensino Médio. A coleta de dados da intervenção pedagógica deu-se por meio de observações, registros em filmes e diário de campo, examinados por meio da análise da conversação. Os resultados indicaram lacunas na formação escolar dos estudantes em relação aos conceitos matemáticos necessários para a aprendizagem de Geometria Fractal. O estudo constatou que a utilização de materiais adaptados para o ensino de conceitos relacionados a esse conteúdo, como as imagens táteis contribuíram para a formação dos conceitos ensinados. Os resultados apontam a necessidade de promover formação para os professores de Matemática na área de Educação Inclusiva, com vistas à efetivação da inclusão e à apropriação dos conhecimentos científicos pelos estudantes com tal deficiência. Dessa forma, os resultados obtidos neste estudo corroboram com o desenvolvimento do projeto Rethinking Teacher Education: Foresting Inclusive Practices for Visually-Impaired Students in Mathematics Classes, fomentado pela Universidade de Columbia e Fundação Lemann.

PALAVRAS-CHAVE: Ensino de Matemática. Deficiência visual. Adaptações táteis. Geometria Fractal.

INTRODUÇÃO

A proposta de pesquisa “Rethinking Teacher Education: Foresting Inclusive Practices for Visually-Impaired Students in Mathematics Classes”, fomentada pela Universidade de Columbia e Fundação Lemann, por meio do Projeto Pesquisando o Ensino e a Aprendizagem: Um Imperativo para a Equidade na Formação de professores, foi idealizada a partir da premissa do direito de todas as pessoas ao acesso, à permanência e a progressão na escola e da concepção de que existem problemas no processo de inclusão das pessoas com deficiência na escola, entre eles, principalmente na disciplina de Matemática, por exemplo, a escassez de recursos que permitam o acesso ao conhecimento por meio de outros canais de recepção, diferentes da visão; predominância do ensino por meio da oralidade, entre outros.

Assim, buscou-se neste estudo investigar algumas questões relacionadas ao ensino de conceitos matemáticos para estudantes cegos, que pudessem auxiliar no planejamento de ações para a proposta supracitada.

Estudos sobre o ensino de Matemática para pessoas com deficiência visual têm sido desenvolvidos nos últimos anos (PEREIRA; BORGES, 2020; ALVARISTO; SILVA; VIGINHESKI; PILATTI, 2020; SILVEIRA; SÁ; 2019; VIGINHESKI; SILVA; SHIMAZAKI; PACHECO, 2017; PASQUARELLI; MANRIQUE, 2016; VIGINHESKI; SILVA; SHIMAZAKI; ANJOS, 2016; SGANZERLA; GUELLER, 2014; FERNANDES; HEALY, 2010; MANRIQUE; FERREIRA, 2010, FERNANDES, 2008). Apesar do crescente número dessas pesquisas e de outros avanços técnico-científicos, como o acesso de pessoas com deficiência no ensino regular, os professores ainda apresentam dificuldades para lhes ensinar. Entre essas dificuldades, consideram-se rarefeitos os materiais para o ensino dos diferentes conteúdos da disciplina às pessoas com deficiência, a demonstrar a necessidade de que instrumentos sejam elaborados para a mediação no processo de ensino e aprendizagem.

Frente a tal limitação, é possível recorrer a estudos na área da Matemática desenvolvidos com populações sem deficiência visual, a realizar adaptações conforme as necessidades dos estudantes com deficiência, entre eles, os estudos desenvolvidos por Paulino, Guilherme, Coelho Neto e Damin, 2018; Gervásio, 2017; Troian, Santos e Lima, 2017; Pereira e Oliveira, 2016; Lopes, Alves e Ferreira, 2015, Semmer, Silva, Neves e Pilatti, 2015, e outros.

Viginheski, Aires, Silva, Pilatti, Frasson e Shimazaki (2017) avaliaram a viabilidade de adaptação de algumas pesquisas desenvolvidas na área de Matemática para o ensino a estudantes com deficiência visual. Uma delas foi desenvolvida por Nascimento (2012 a, b), ao apresentar uma proposta para o ensino de Geometria Fractal, com o objetivo de propor diferentes atividades de ensino que permitiam aos estudantes perceberem a existência e as características básicas de seu conceito. Assim, Nascimento (2012b) considera que o professor, ao fazer uso de fundamentos relacionados a outras geometrias, como a fractal, recorrendo a diferentes formas de ensino, possibilita aos estudantes a participação no processo de ensino e aprendizagem. E essa participação proporciona aos estudantes com deficiência visual a apropriação de diferentes conceitos matemáticos.

Nesse sentido, para Talizina (2009), as ações e as operações pelos estudantes sobre o objeto de conhecimento representam o mecanismo psicológico dos

conceitos, porque, sem elas, o conceito não pode ser internalizado, tampouco generalizado em outras situações.

Os conceitos, ao serem elaborados pela ação, se estabelecem como um ato real e complexo do pensamento. Dessa forma, não podem ser ensinados por meio do treinamento, da repetição, ou somente por meio da oralidade e/ou lista de exercícios, como é comum nas escolas ao estudo da Matemática. Segundo Galperin (2009), para que o conhecimento seja internalizado e promova o desenvolvimento, são necessárias algumas etapas no processo de ensino. Entre elas, a formação da ação no plano material ou materializado. Entende-se, no caso dos estudantes com deficiência visual, ser necessária nesta etapa, a utilização de adaptações táteis aos materiais visuais utilizados, de forma a permitir o acesso às informações por meio de outros canais sensoriais, que não seja a visão, a possibilitar ao estudante agir sobre o objeto ou sobre sua representação.

A segunda etapa diz respeito à formação da ação no plano da linguagem externa, na qual a linguagem é a interação entre os estudantes, o professor e o objeto de estudo. A linguagem permite a transposição para o plano mental por meio da operação com signos, a caracterizar a terceira etapa. Nela, a comunicação externa se transforma em linguagem interna, permitindo ao estudante realizar a ação mentalmente com independência (GALPERIN, 2009).

O ensino, sob essa perspectiva, supera o realizado mediante a exposição oral dos conteúdos e a repetição e, muitas vezes, no caso da presença de estudantes com deficiência visual em sala de aula, constitui-se como um ensino excludente, principalmente quando os conteúdos ensinados dependem de representações visuais, como no caso da Geometria.

Entre os conhecimentos da área da Geometria, destaca-se a Geometria Fractal. James Gleick, citado por Nascimento (2012a, p. 5), considera que “para os olhos da mente, um fractal é a maneira de entrever o infinito”. A partir disso, questiona-se: como é possível entrever o infinito por meio de percepções táteis pelos estudantes cegos? Da mesma forma como acontece na representação visual dos fractais, nas quais existe um limite para a representação e a percepção visual, mas não para a mente, as representações táteis também são limitadas; daí a necessidade da mediação do professor, com o material adaptado, na apropriação desse conhecimento pelos estudantes com deficiência visual, para a elaboração do conceito no plano mental.

Viginheski, Aires, Silva, Pilatti, Frasson e Shimazaki (2017), a partir da análise da pesquisa de Nascimento (2012b), propõem algumas possibilidades de adaptações de materiais táteis para o ensino de Geometria Fractal para pessoas cegas. Entende-se ser necessário realizá-las e validá-las, utilizando-as no ensino de Matemática para estudantes com essa deficiência. Dessa forma, este estudo tem como objetivo analisar as contribuições das adaptações de materiais, táteis e descritivos, no processo de ensino e aprendizagem do conteúdo de Geometria Fractal para estudantes com deficiência visual.

Estudos sobre a Geometria dos Fractais fazem parte do núcleo comum dos currículos dos colégios do estado do Paraná (PARANÁ, 2008). Todavia, há poucos estudos sobre o tema. Assim, o presente estudo se justifica e se sustenta pela necessidade de discutir a temática, a partir do direito que os estudantes cegos têm de acesso a todos os conteúdos que são ensinados na escola, com as devidas modificações que atendam às suas necessidades e também pelo fato de o ensino

de geometria fractal contribuir para o desenvolvimento do pensamento lógico dos estudantes (KORNILOV, 2013), a ampliar os horizontes do conhecimento (NASCIMENTO, 2012b), entre outras contribuições.

MÉTODOS

A pesquisa, de natureza aplicada e abordagem qualitativa, foi desenvolvida em um centro de atendimento educacional especializado na área da deficiência visual, em um município do Centro-Oeste do estado do Paraná. No momento em que a pesquisa foi realizada a escola atendia 135 estudantes e ofertava serviços de apoio específicos para a área da deficiência visual, como, Braille, Soroban, Orientação e Mobilidade, Atividade da Vida Autônoma, Estimulação Visual, Arte, Música e Educação Física.

Participaram do estudo cinco pessoas com deficiência visual, todas do sexo masculino, cujas idades variavam entre 27 e 47 anos. Todos os estudantes já haviam concluído o Ensino Médio, e um deles tinha formação superior em Administração. Dois eram cegos desde o nascimento e três adquiriram a deficiência visual quando adultos; um perdeu totalmente a visão e para os outros dois a perda foi parcial. O Quadro 1 apresenta uma descrição dos participantes do estudo. Destaca-se que os nomes são fictícios, para preservar a sua identidade:

Quadro 1 – Participantes da pesquisa

| Nome ¹ | Idade | Formação Acadêmica | Deficiência Visual | | | |
|-------------------|-------|--------------------|--------------------|----------|-----------|-----------|
| | | | Baixa Visão | Cegueira | Congênita | Adquirida |
| Bruno | 40 | Ensino Superior | X | | | X |
| Carlos | 27 | Ensino Médio | | X | X | |
| João | 26 | Ensino Médio | | X | X | |
| Luiz | 47 | Ensino Médio | X | | | X |
| Miguel | 43 | Ensino Médio | | X | | X |

Fonte: Secretaria do CAEE-DV (2019).

A pesquisa tem a aprovação do Comitê de Ética em Pesquisa da Universidade Estadual de Maringá - UEM. No início, foi realizada uma reunião com os participantes da pesquisa, informando-lhes o objetivo, os procedimentos, assim como a necessidade de assinatura do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido – TCLE, conforme determina a ética em pesquisa.

O estudo, desenvolvido em cinco encontros com duas horas de duração cada, contemplou o ensino de: i) aspectos teóricos da Geometria Fractal; ii) fractais não-lineares (da natureza) e iii) fractais geométricos (Curva de Koch; Triângulo de Sierpinski; Tapete de Sierpinski; Curva de Peano).

Os instrumentos utilizados para a coleta de dados foram observações, registros por meio de filmes e de diário de campo. O material coletado foi armazenado em banco de dados de acesso restrito aos pesquisadores, de uso exclusivo para as análises. Os dados foram estudados por meio da análise da

conversação, com foco no contexto das ações e suas interpretações, determinando os princípios e mecanismos presentes nas ações e a sua reação, reciprocamente, entre os interlocutores (FLICK, 2009).

Para a introdução dos aspectos teóricos da Geometria Fractal discutiu-se oralmente com os estudantes a existência de elementos naturais e artificiais, no meio em que vivem, que podem ou não ser representados por formas geométricas definidas, isto é, as características e a história da Geometria Fractal.

Nesse mesmo encontro os estudantes cegos usaram do tato para explorar alguns objetos trazidos pela pesquisadora, que apresentam as características dos fractais da natureza, como vegetais, entre eles brócolis e diferentes tipos de folhas, assim como algumas espécies de flores e outros. Com os estudantes que perderam a visão ao longo de suas vidas, discutiram-se as características dos fractais presentes ou não em vários elementos da natureza, como nuvens, árvores, raios, plantas, brotos, conchas, dentre outros.

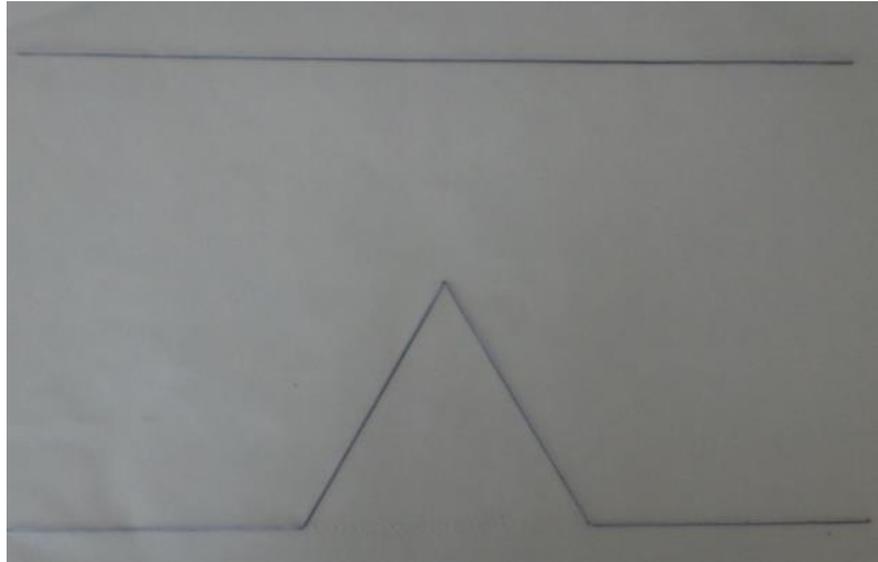
Realizou-se com os alunos o estudo sobre fractais geométricos a partir da exploração do fractal Curva de Koch, para o qual foram explorados conceitos de segmento de reta, triângulo equilátero, medida de comprimento, além de se proceder à sistematização do comprimento do fractal, por meio de medidas das sucessivas iterações. Para o fractal Triângulo de Sierpinski estudou-se os conceitos sobre ponto médio, perímetro e área de triângulos, além da representação por meio de potência da quantidade de triângulos no nível n de iterações. Para o Tapete de Sierpinski estudaram-se os conceitos de quadrado, retas paralelas, retas perpendiculares, perímetro e área. Em três níveis de interação estabeleceu-se a relação entre o lado do quadrado, seu perímetro e sua área.

Os materiais utilizados no processo de ensino e aprendizagem foram adaptados segundo os estudos de Valente (2010, 2008); Reily (2004) e Aranha (2000). Para Valente (2008), há duas formas de adaptação de imagens para pessoas com deficiência visual: a adaptação tátil e a adaptação por meio da descrição.

Nas adaptações táteis as imagens são confeccionadas com materiais que criam relevos, entre estes materiais estão, linhas, barbantes, cola em relevo, relevo em termoformagem em plástico, argila, madeira, pontos em relevo entre outros. Nas adaptações por meio da descrição, as imagens são retratadas por meio de textos, que precisam ser objetivos, breves e transmitam com eficiência os detalhes necessários para a elaboração dos conceitos, no caso da disciplina de Matemática (FIORINI; MANZINI, 2010; VALENTE, 2008).

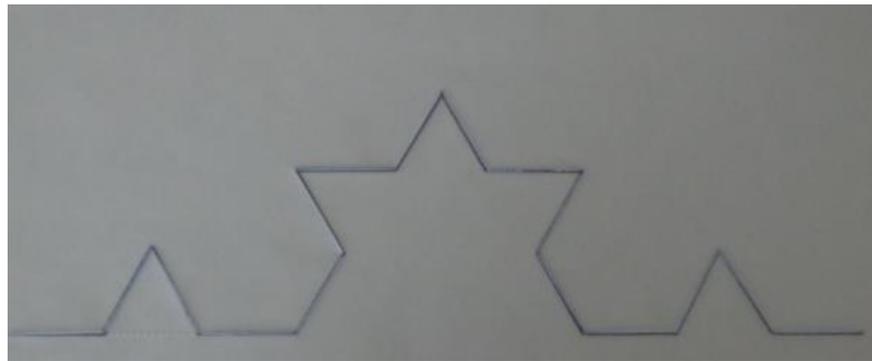
Para o presente estudo, nas adaptações táteis foram utilizados materiais que imprimissem relevo e texturas nas representações, como o papel camurça e o papel vegetal. As Figuras 1 a 6 apresentam as adaptações realizadas:

Figura 1 – Nível 0 e Nível 1 da Curva de Koch



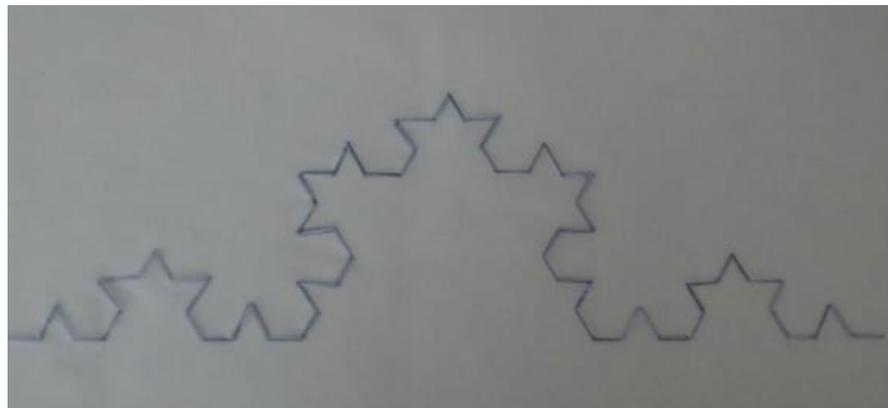
Fonte: Acervo dos pesquisadores (2019).

Figura 2 – Nível 2 da Curva de Koch



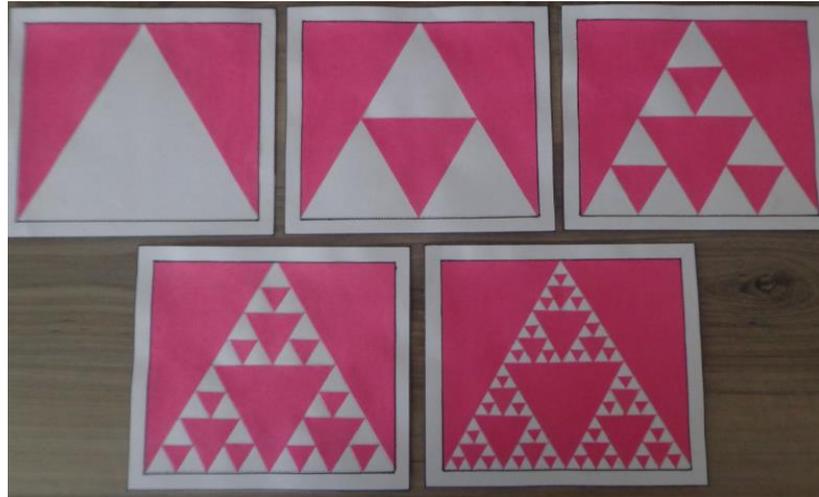
Fonte: Acervo dos pesquisadores (2019).

Figura 3 – Nível 3 da Curva de Koch



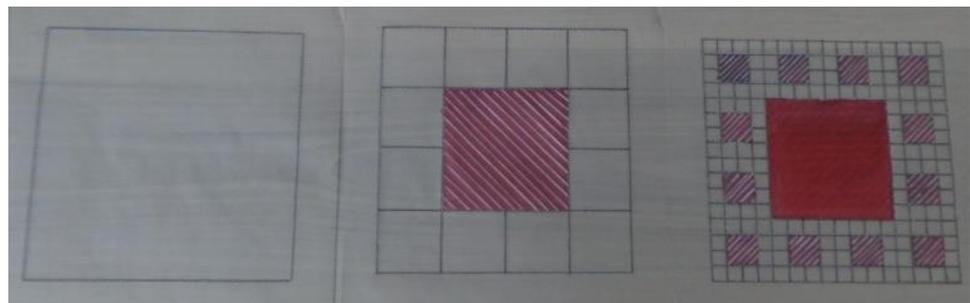
Fonte: Acervo dos pesquisadores (2019).

Figura 4 – Triângulo de Sierpinski



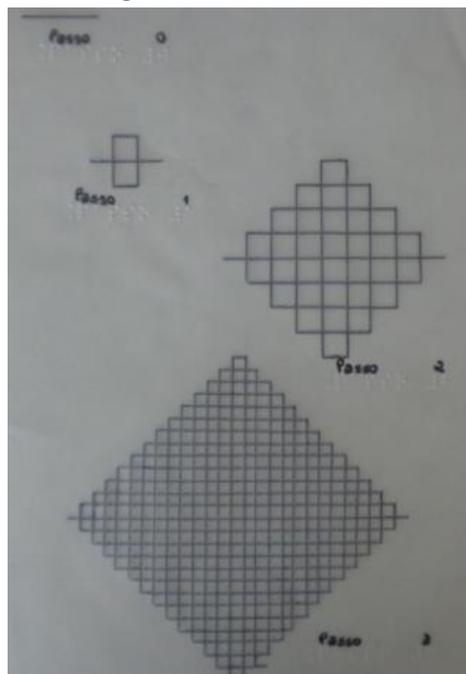
Fonte: Acervo dos pesquisadores (2019).

Figura 5 – Tapete de Sierpinski



Fonte: Acervo dos pesquisadores (2019).

Figura 6 – Curva de Peano



Fonte: Acervo dos pesquisadores (2019).

RESULTADOS E DISCUSSÕES

Segundo Vygotski (1998), a aprendizagem é uma atividade social em que o estudante apropria os conhecimentos desenvolvidos historicamente e culturalmente, a ocorrer por meio da ação e pelo uso de instrumentos mediadores. Por isso a necessidade de os estudantes participarem interativamente no processo de ensino e aprendizagem, atuando sobre o objeto de conhecimento com o professor e os colegas. Entretanto, a muitos estudantes, com ou sem deficiência, ainda não é oportunizada essa participação de modo efetivo. Isso se confirma em depoimentos dos estudantes que participaram desta pesquisa. Segundo eles, nas aulas de Matemática, o professor demonstra os conceitos de forma mecânica, seguidos de exemplos e exercícios repetitivos, descontextualizados da realidade vivida. Os estudantes Carlos e João complementam ao afirmar que, em muitas situações de ensino, ficavam à margem do processo, como se “não existissem” na sala de aula.

No caso do conteúdo tratado neste estudo, estendendo-se também para todos os outros conteúdos ensinados na escola, Fainguelernt (1999) considera que o ensino de geometria por meio do automatismo, memorização e repetição não contribui para o desenvolvimento do pensamento geométrico, necessário para a interpretação do mundo no qual o ser humano está inserido. Para os estudantes com deficiência visual, os conceitos geométricos, além de contribuir para o desenvolvimento do pensamento geométrico, são fundamentais para a compreensão do espaço, sua localização e sua locomoção com independência.

Constatou-se, a partir do depoimento dado pelos estudantes pesquisados que eles não haviam apropriado dos conceitos geométricos como polígonos regulares, retas, segmentos de retas, retas paralelas e outros necessários ao estudo da Geometria Fractal. Eles reconheciam, por exemplo, algumas formas geométricas básicas, como o quadrado, o retângulo, o triângulo e o círculo, porém, não conseguiam conceituar as figuras. Para todos, o quadrado tinha quatro lados iguais; o retângulo dois lados iguais e dois lados diferentes e o triângulo tinha três lados. Ao serem apresentados, em materiais táteis, diferentes triângulos, triângulos retângulos, equiláteros, escalenos e isósceles, conceituaram apenas como triângulos, não identificando outras características como as relações entre os lados e os ângulos internos.

Nesse bojo de descrição, Carlos, ao ser questionado sobre o que era uma reta, respondeu: “*O que não é curva!*”, demonstrando entender que os dois elementos geométricos tinham diferenças entre si, no entanto, sem conseguir defini-los. Este dado constitui-se de uma zona de desenvolvimento proximal – ZDP, que conforme os pressupostos de Vygotski (1998), é o intervalo entre o conhecimento proximal, o qual ainda não foi internalizado pelo estudante e o conhecimento real, aquilo que o estudante já tem conhecimento. A mediação é um caminho para a apropriação do conhecimento, cujo resultado é o desenvolvimento.

Esses resultados também foram constatados em outras pesquisas, tanto em populações com deficiência visual, quanto sem deficiência (VIGINHESKI; SILVA; SHIMAZAKI; PACHECO, 2017; VIGINHESKI; SILVA; SHIMAZAKI; ANJOS, 2016; VILLA ROUCO, FLORES, 2013; NASCIMENTO, 2012b). Para Nascimento (2012b), ao citar Pavanello (1993) e Lorenzato (1995), o esvaziamento dos conteúdos geométricos em função da valorização de conceitos algébricos resultantes do Movimento Matemática Moderna, assim como a formação dos professores, o currículo

proposto atual e a influência dos livros didáticos na escola são alguns fatores que contribuem à constatação descrita.

As respostas dos estudantes indicam que apresentavam alguns conceitos sobre Geometria, entretanto, não eram suficientes para definir matematicamente as formas geométricas. Dessa forma, constata-se que, por alguma razão, não houve apropriação dos conceitos escolares por esses sujeitos. É possível que, além dos fatores apontados por Nascimento (2012b), o ensino, fundamentado apenas em explicações orais, sem interações entre professor e estudante com deficiência visual, bem como sem a utilização de materiais adaptados tatilmente, tenha contribuído para o fato descrito. Desse modo, pode-se inferir que professores desses estudantes não interviam para que o objeto de estudo fosse consolidado e o resultado apresenta-se nas lacunas de sua formação acadêmica.

Neste estudo, para o ensino desses conceitos, desenvolveram-se atividades como classificação de formas geométricas, identificação das características de cada uma delas em diferentes objetos. Procedeu-se da mesma forma para o ensino de outros conceitos geométricos, como por exemplo, reta, segmento de reta, retas paralelas e retas perpendiculares. Os alunos tinham o conceito formado de que retas paralelas não se cruzam e que retas perpendiculares se cruzam. Neste estudo, tais conceitos foram abordados de forma articulada com os conhecimentos utilizados na orientação e na mobilidade cotidianas, como ruas paralelas e perpendiculares entre outros, para, na sequência, serem abordados os conceitos da Geometria Fractal.

Ao apresentar os aspectos teóricos sobre o conteúdo tratado, fez-se uso de alguns fractais da natureza, para que os estudantes explorassem com o tato, experimentando a percepção das regularidades neles presentes.

Nas discussões com os estudantes sobre esse tipo de fractal, Bruno explicou que quando enxergava, não conseguia comparar árvores com alguma forma geométrica definida, pelo fato de cada espécie apresentar um conjunto específico de características. Entretanto, no processo de perda visual, sua visão ficou reduzida a enxergar vultos, e assim passou a perceber a copa das árvores como uma “bola”, um “círculo”. Isso comprova que a falta de visão, mesmo daqueles que foram videntes, dificulta o processo de formação de conceitos. Os instrumentos e signos mediadores contribuem para compensar algumas falhas, todavia, as descrições e o uso dos mediadores nem sempre são suficientes. No caso do Bruno, a falta de visão deu-lhe a ideia de um fractal.

Perguntou-se aos estudantes o que era o infinito, sendo consenso que infinito é o que nunca se acaba. Para os estudantes que perderam a visão no decorrer da vida, foi questionado se conseguiam perceber o infinito em fenômenos da natureza, como por exemplo, em um raio propagado em um dia de tempestade, ao que responderam afirmativamente, pelo motivo de que as suas ramificações pareciam não ter fim no céu. Indagou-se, então, se o infinito poderia ser percebido por meio de uma representação tátil, ao que Carlos respondeu: *“Não tem como imaginar, dá para ver que acaba”*.

A partir da resposta de Carlos, os elementos da natureza foram trazidos para a aula e entregues aos estudantes para que os explorarem. João, da mesma forma que o colega, ao explorar os objetos por meio do tato, percebeu o que era real e o que era possível de ser explorado com as mãos. Bruno e Luís conseguiram imaginar

a continuidade do brócolis e da samambaia, extrapolando os limites da percepção tátil. Afirmaram que conseguiam fazê-lo porque, no passado, enxergaram.

Para que essa percepção fosse possível para todos os participantes do grupo, destacou-se um ramo do galho da samambaia, em seguida, um fragmento menor, conforme ilustra a Figura 7:

Figura 7 – Fragmentação da samambaia



Fonte: Acervo dos pesquisadores (2019).

A partir dessa fragmentação, Carlos e João conseguiram identificar a regularidade entre o todo e as partes, assim como entender o número ilimitado de iterações que acontecem a partir das três primeiras. A partir desse fato, constatou-se que as características comuns dos fractais percebidas pela visão não são tão facilmente percebidas pelo tato. Dessa forma, verifica-se a necessidade de buscar outras formas de ensinar, uma vez que nada se encontrou na busca em outras pesquisas.

Os conceitos sobre os fractais geométricos foram abordados a partir do triângulo de Sierpinski – Figura 4. Os estudantes, com exceção de Carlos, conseguiram identificar por meio do tato, os cinco níveis de iterações que foram adaptadas, conforme descrição da Figura 4. Carlos conseguia identificar e reconhecer um triângulo tridimensional, mas não a sua representação bidimensional. Para Villarouco e Flores (2013), o entendimento da representação pela pessoa com deficiência visual assegura sua inserção no cotidiano, sua mobilidade e o desenvolvimento de outras habilidades. Essa afirmação vale tanto para a leitura de imagens táteis como para a representação mental por meio da abstração de uma informação obtida.

Carlos, ao mostrar-se preocupado, declarou: “Eu nunca mexi com essas coisas na escola. [...] eu nunca enxerguei. Para mim é tudo novo. Eu nunca vi isso. Na escola eles só falavam”. Ainda complementou: “O professor de Física me levou para o laboratório de Física, mas não adiantou nada. Levou por levar, não mostrava nada.” Por sua vez, João conseguiu identificar as adaptações táteis propostas, porém, comentou que sua habilidade se relacionava ao fato de que, ainda criança, desenvolveu muitas atividades de estimulação tátil com os professores que atuavam na educação especial. Esta constatação mostra a importância do docente no processo de inclusão das pessoas com deficiência no ensino regular, não como responsável pelo ensino de conceitos, mas, sim na orientação para a inclusão, a

procurar juntos, educação especial e ensino regular, buscar soluções para que o estudante com deficiência tenha o seu direito garantido de acesso, de apropriação do conhecimento e de progressão na sua vida escolar.

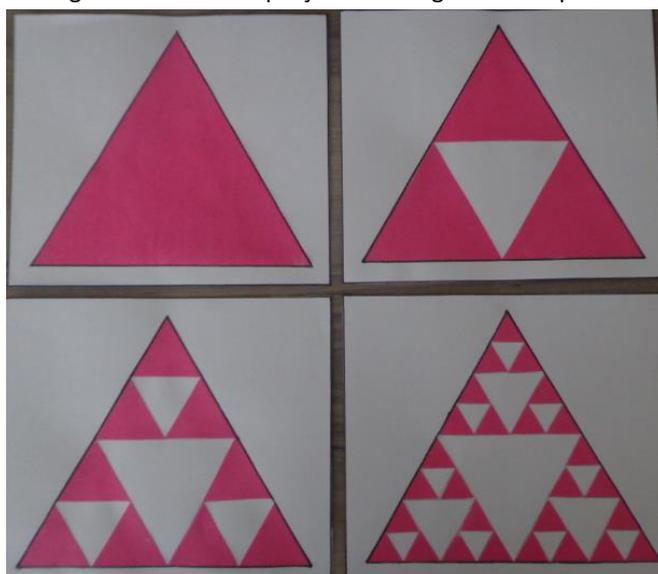
Na escola regular, assim como Carlos, João ficava muito tempo só escutando os professores, conforme relatou. Para Liberto, Ribeiro e Simões (2017) e Valente (2008), a habilidade para reconhecer desenhos táteis pela pessoa cega está relacionada às experiências vivenciadas. Liberto, Ribeiro e Simões (2017) destacam ainda a importância de ensinar às crianças cegas, por meio da exploração de objetos da natureza e do seu entorno, desde as formas mais simples e pequenas, até as formas complexas e de tamanho maior. A partir do momento em que reconhecem esses objetos no formato tridimensional, passa-se a apresentar as suas representações por meio dos objetos bidimensionais. Para Fernandes e Healy (2007), o conhecimento geométrico por essa parcela de estudantes depende, em parte, do contato tátil com os objetos.

Considera-se, a partir dos depoimentos relatados, que os participantes do estudo, de certa forma, foram excluídos do processo de aprendizagem ao frequentar a escola regular, a confirmar a discussão anterior sobre a necessidade de o professor proporcionar a participação do estudante com deficiência visual no processo de aprendizagem, com as devidas adaptações necessárias. João, ao perceber as dificuldades enfrentadas por si e por Carlos comentou: *“Se a gente não aprendeu no Ensino Médio, vamos aprender agora”*.

Entendeu-se que a dificuldade apresentada por Carlos para a identificação dos diferentes níveis de interação no triângulo de Sierpinski relacionava-se ao fato de não ter tido acesso ao estilo de material aqui descrito, no seu processo de sua escolarização.

Frente a essa dificuldade, constatou-se a necessidade de uma nova adaptação para o triângulo de Sierpinski, para que Carlos compreendesse a imagem, conforme orienta Valente (2008), apresentada na Figura 8:

Figura 8 – Nova adaptação do triângulo de Sierpinski



Fonte: Acervo dos pesquisadores (2019).

A partir da Figura 8, Carlos conseguiu identificar o triângulo no nível zero e perceber por meio do tato os triângulos que eram “retirados” a cada iteração. Assim, aprendeu que cada triângulo era retirado a partir do ponto médio de cada um dos lados do triângulo anterior, e a cada iteração, o número n de triângulos retirados era representado pela potência equivalente 3^n . O mesmo procedimento já havia acontecido com os outros estudantes na adaptação anterior, representada pela Figura 4. Destaca-se a importância de o professor realizar outras adaptações, ao entender que aquela realizada não atingiu os objetivos propostos, não deixando o estudante com deficiência visual à margem do processo de aprendizagem. Para Fernandes e Healy (2010, p. 1117), “[...] as práticas dos aprendizes em qualquer situação de aprendizagem estão intimamente ligadas aos sistemas mediadores, ferramentas, materiais e linguagem.”

Outra forma de adaptação utilizada para estudantes com deficiência visual foi a descrição da imagem. Esta forma de adaptação é utilizada em provas de Concurso Vestibular e de concursos em geral, assim como em outras avaliações como o Exame Nacional do Ensino Médio – ENEM, a Olimpíada Brasileira de Matemática – OBMEP. Na descrição, as imagens são substituídas por textos descritivos, nas modalidades escrita e oral. Aqui, recorre-se à adaptação descritiva de dois fractais, o Triângulo de Sierpinski e a Curva de Koch, como mostras explicativas do processo. Para o primeiro, emprega-se a descrição após o desenvolvimento das atividades com os materiais adaptados em relevo. Para o segundo, a descrição é utilizada na introdução do conceito, antes do uso das adaptações táteis. Os fractais são descritos por meio dos textos apresentados:

Triângulo de Sierpinski

Nível 0: Um triângulo equilátero cujos lados medem 14 cm.

Nível 1: O triângulo equilátero foi dividido em quatro triângulos equiláteros a partir do ponto médio de cada um dos lados que formavam o triângulo do nível 0. Desses quatro triângulos, foi retirado o triângulo central.

Nível 2: O processo realizado no Nível 1 é repetido para cada um dos três triângulos equiláteros; ou seja, cada um deles foi dividido em quatro triângulos equiláteros a partir do ponto médio de seus lados e retirado o triângulo central.

Nível 3: O processo foi repetido para cada um dos triângulos que sobraram.

A repetição desse processo infinitas vezes caracteriza o Triângulo de Sierpinski como um fractal.

Curva de Koch

Nível 0: Um segmento de reta AB

Nível 1: O segmento de reta AB foi dividido em três partes iguais, com a mesma medida. Na parte central foi construído um triângulo equilátero e, eliminada posteriormente a sua base.

Nível 2: Em cada um dos quatro segmentos resultantes da Figura 2, é realizado o mesmo procedimento. Divide-se cada um deles em três partes iguais. Na parte central, constrói-se um triângulo equilátero, eliminando sua base.

Nível 3: Realiza-se novamente a divisão de todos os segmentos em três partes, e constroem-se triângulos equiláteros na parte central de cada segmento. Elimina-se a base de cada um dos triângulos.

A utilização da descrição do fractal Triângulo de Sierpinski contribuiu para a consolidação dos conceitos abordados, pois os estudantes comentaram que a partir dessa experiência foi possível fazer uma imagem mental das imagens que haviam explorado por meio do tato. João comentou que conseguiu entender as iterações infinitas vezes: *“Nossa, mas esse triângulo vai acabar de tanto que vai ser dividido”*, isto é conseguiu compreender que quanto mais iterações houvesse na imagem, menores seriam os triângulos, até não serem perceptíveis ao tato.

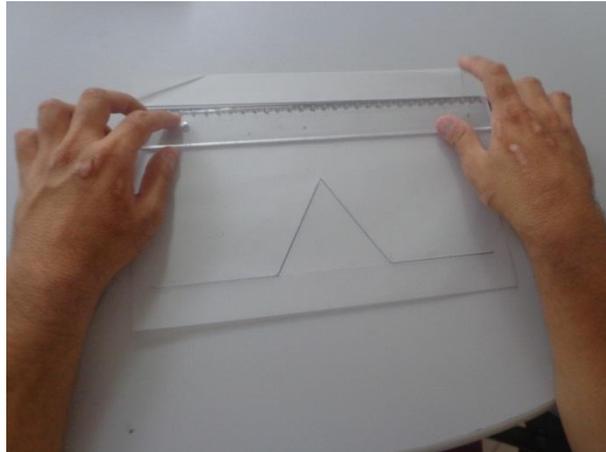
Em relação à Curva de Koch, por ter sido utilizada a descrição no primeiro momento, os estudantes disseram que não conseguiram imaginar as figuras, com exceção da imagem apresentada no Nível 0, um segmento de reta. Miguel faz o delineamento da imagem com o dedo sobre a mesa, enquanto o texto era lido. Contudo, o desenho traçado por seu dedo era uma linha contínua, sobre a qual o estudante desenhava os triângulos. É possível que tenha conseguido realizar um esboço em função das experiências visuais que teve, ainda retidas em sua memória, mas, somente a descrição apresentada não foi suficiente para que esboçasse a imagem como era realmente.

A falta de acesso à imagem tátil antes da descrição não é a única responsável pelo fato de os estudantes não conseguirem realizar uma imagem mental correspondente. Valente (2008), ao apresentar para estudantes cegos um pictograma de uma escada adaptada de maneira tátil, constatou que a sua maioria reconheceu a imagem como a representação do objeto, em função da memória motora. Para Damásio (1999), citado por Valente (2008), as imagens mentais também podem ser formadas por elementos provenientes de todos os sentidos envolvidos na interação entre a pessoa e o meio, não somente pela visão.

Quando os estudantes deste estudo tiveram acesso às imagens táteis, comentaram sobre a dificuldade em imaginar algo ao não terem acesso ao material tátil anteriormente. Para os sujeitos a dificuldade se faz presente no momento em que prestam concursos, como os vestibulares, cujas provas, na maioria das vezes, apresentam apenas a descrição das imagens por meio de texto, desacompanhadas de imagens em relevo. Segundo eles, foi muito mais fácil entender a descrição do triângulo de Sierpinski com a descrição, visto que já haviam tido uma experiência tátil sobre si.

Destaca-se, também, o fato de os estudantes Carlos e João não saberem fazer uso de instrumentos de medida, como a régua, por exemplo. Os outros três estudantes, por terem sido videntes em parte do período escolar, sabiam como utilizá-las. Algumas atividades desenvolvidas com os fractais Curva de Koch e Tapete de Sierpinski solicitaram dos estudantes a aferição de medidas, para isso utilizou-se a régua adaptada em relevo, para que os estudantes cegos realizassem a tarefa, e, a partir da coleta das medidas, calculasse o perímetro e a área das figuras. As adaptações realizadas nos materiais permitiram tais procedimentos de ações. A Figura 9 apresenta a imagem de um estudante aferindo medidas com a régua adaptada:

Figura 9 – Medida dos segmentos da Curva de Kock



Fonte: Acervo dos pesquisadores (2019).

Os resultados apontam para a apropriação dos conhecimentos abordados nesse estudo por meio do uso de ferramentas táteis, a evidenciar a importância da sua utilização para o ensino de outros conteúdos. Nascimento (2012b) também constatou a importância da utilização da representação e a utilização de materiais manipuláveis para a introdução dos conceitos com estudantes sem deficiência visual, a ir ao encontro do que propõe Galperin (2009), sobre um ensino que contemple a ação sobre os objetos ou a sua representação como um primeiro passo para a formação da ação no plano mental, a internalização dos conceitos, a garantir a apropriação do conhecimento. Para Fernandes e Healy (2009), as ferramentas táteis não apenas facilitam os processos mentais, fundamentalmente, formam e transformam tais processos.

Destaca-se, também, a necessidade de formação específica para os professores de Matemática, para a inclusão de estudantes com deficiência, tanto no período inicial, como ao longo de sua carreira, de forma continuada. Fernandes e Healy (2010) alertam que muitos professores alegam-se despreparados para a inclusão. De fato, existem lacunas em sua formação e o resultado é a exclusão dos estudantes na sala regular de ensino, mesmo de forma inconsciente pelo docente.

Apesar de as pesquisas na área terem aumentado quantitativa e qualitativamente, faz-se necessário intensificar políticas formativas pelos órgãos competentes. Às Universidades cabe desenvolver projetos de pesquisa e extensão, grupos de pesquisa e de estudo. Entre outras, ações que promovam aos docentes formação sobre o trabalho com a deficiência visual e as adaptações necessárias para o seu ensino, além, é claro, do acesso às pesquisas, visto que permitem instrumentalizá-los para o ensino inclusivo, como por exemplo, a pesquisa¹ que se relaciona a temática descrita neste estudo, que busca de forma equitativa iniciativas tangíveis para a transformação do processo de educação e desenvolvimento de professores.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa foi realizada em uma escola de Educação Especial, fora do contexto de inclusão escolar regular. É importante que também seja conduzida em turmas do ensino regular, em que os estudantes aqui investigados estão inclusos,

com o objetivo de validar as adaptações apresentadas, visto que é nesse contexto social a que os estudantes têm acesso ao conhecimento de forma oficial.

Os materiais que foram desenvolvidos para a pesquisa são simples exemplos de possibilidades de trabalhos pedagógicos e não requerem maiores investimentos financeiros, a serem confeccionados pelos próprios professores.

Dessa forma, os docentes promovem um ensino inclusivo na área de Matemática, não só para os estudantes com deficiência visual, mas para todos os estudantes de forma ampla.

Além disso, outros estudos podem ser realizados fazendo uso de adaptações para demais conteúdos matemáticos, a instrumentalizar os professores do ensino regular para o trato com os conceitos matemáticos em situação de inclusão. Essa instrumentalização pode acontecer de forma a incentivar os professores a desenvolverem novas ferramentas para o ensino para pessoas cegas, e não apenas, apresentando-lhes o que já existe. Isso vem ao encontro da proposta do projeto “Rethinking Teacher Education: Foresting Inclusive Practices for Visually-Impaired Students in Mathematics Classes”, com o objetivo é compreender o que acontece quando formas (por exemplo, materiais e práticas de ensino) de ensino de matemática que apoiam o desenvolvimento e a aprendizagem de alunos com deficiências visuais são concebidas, desenvolvidas e implementadas em colaboração entre professores e pesquisadores, reunindo prática e pesquisa propositalmente e sistematicamente, proporcionando transformações no processo de educação de professores.

Enfim, este estudo contribui para o processo de ensino e aprendizagem de estudantes com deficiência visual que frequentam o ensino regular, uma vez que oportuniza o acesso aos conceitos matemáticos e a sua participação no processo de constituição do conhecimento formal. Da mesma forma, instrumentaliza professores de Matemática para o ensino inclusivo da disciplina a contribuir para as áreas da Educação Inclusiva, Educação Especial e Educação Matemática.

TEACHING CONCEPTS ON FRACTAL GEOMETRY TO VISUALLY-IMPAIRED STUDENTS: FROM CASE OF STUDY TO TEACHING INSTRUMENTATION

ABSTRACT

The intervention research reported here, of an applied nature and a qualitative approach, aims to analyze the contributions of material, tactile and descriptive adaptations, on Fractal Geometry teaching and learning for students with visual impairment, in order to enable them access school content on this topic. These subjects need adequate tools that allow them to access and appropriate mathematical scientific knowledge. In this way, a practical study was developed, in an educational service center specialized in the area of visual impairment, in a municipality in the Midwest of Paraná state, with a group of five blind and visually-impaired people, already graduated from High School. The collection of data from the pedagogical intervention happened through observations, film records and a field diary, examined through conversation analysis. The results indicated gaps in the students' education in relation to the mathematical concepts necessary for Fractal Geometry learning. The study found that the use of adapted materials for teaching concepts related to this content, such as tactile images, contributed to the formation of the concepts taught. The results point to the need to promote training for Mathematics teachers in the area of Inclusive Education, with a view to effective inclusion and appropriation of scientific knowledge by students with such a disability. Thus, the results obtained in this study corroborate the development of the project Rethinking Teacher Education: Foresting Inclusive Practices for Visually-Impaired Students in Mathematics Classes, sponsored by Columbia University of CO and Lemann Foundation.

KEYWORDS: Mathematics teaching. Visual impairment. Tactile adaptation. Fractal Geometry.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à Teachers College, Columbia University e a Fundação Lemann pelos recursos disponibilizados para esta pesquisa.

NOTAS

1 Rethinking Teacher Education: Foresting Inclusive Practices for Visually-Impaired Students in Mathematics Classes.

REFERÊNCIAS

ALVARISTO, E. F.; SILVA, S. C. R.; VIGINHESKI, L. V. M., PILATTI, L. A. (2020). The use of manipulative didact material to teach concepts related to the treatment of information for visually impaired students. **Acta Sci**, v. 22, n. 2, p. 105-121.

ARANHA, M. S. F. (2000). **Projeto escola viva**: garantindo o acesso e permanência de todos os alunos na escola – alunos com necessidades educacionais especiais. Adaptações curriculares de pequeno porte. Brasília: MEC/SEESP.

BRASIL. Ministério da Educação. (2016). **Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior**. Documento de área: ensino. Avaliação Trienal 2016. Brasília: MEC/CAPEL. Disponível em: <http://www.capes.gov.br/component/content/article/44-avaliacao/4670-ensino>. Acesso em: 24 nov. 2017.

DAMÁSIO, A. (1999). **Le sentimento même de soi**: corps, emotions, conscience. Trad. Claire Larssonneur e Claudine Tiercelen. Paris: Odile Jacob.

FAINGUELERNT, E. K. (1999). **Educação matemática**: representação e construção em geometria. Porto Alegre: Artmed.

FERNANDES, S. H. A. A.; HEALY, L. (2010). A Inclusão de Alunos Cegos nas Aulas de Matemática: explorando Área, Perímetro e Volume através do tato. **Revista Bolema**, Rio Claro: v. 23, n37, pp 1111 a 1135, dez.

FERNANDES, S. H. A. A.; HEALY, L. (2007). Transição entre o intra e interfigural na construção de conhecimento geométrico por alunos cegos. **Revista Educação Matemática Pesquisa**, v. 9. n. 1, p. 121-153.

FERNANDES, S. H. A. A. (2008). **Das experiências sensoriais aos conhecimentos matemáticos**: uma análise das práticas associadas ao ensino e aprendizagem de alunos cegos e com visão subnormal numa escola inclusiva. (Tese de doutorado. São Paulo).

FIORINI, M. L.; MANZINI, E. J. (2010). Procedimentos para descrição de figuras em texto impresso visando a acessibilidade para pessoas cegas: um estudo a partir de um livro de Educação Física adaptada. **Revista Educação em Questão**, v. 38, n. 24, p. 164-183.

FLICK, U. (2009). **Introdução à pesquisa qualitativa**. 3 ed. Porto Alegre: Artmed.

GALPERIN, P. Y. (2009). **La formación de las imágenes sensoriales y los conceptos**. In: Rojas, L. Q.; Solovieva, Y. Las funciones psicológicas en el desarrollo del niño. México: Trillas.

GERVÁSIO, S. N. (2017). Materiais concretos e manipulativos: uma alternativa para simplificar o processo de ensino/aprendizagem da matemática e incentivar a pesquisa. **Revista Eletrônica Paulista de Matemática**, v. 9, p. 42-55.

KORNILOV, V. S. (2013). General questions of methods of teaching fractal geometry to universit students in conditions of fundamentalization of educacion. Vestnik Rossijskogo Universiteta Družby Narodov. **Seriâ: Informatizaciâ Obrazovaniâ**, 01 December, i. 4, p.54-58. Disponível em: <https://doaj.org/article/02396af63f2f4e3c8f7a3009862aa4ab>. Acesso em: 24 nov. 2017.

LIBERTO, A.; RIBEIRO, C.; SIMÕES, C. (2017). As representações de imagens grafo-táteis para o aluno cego no contexto educativo inclusivo. **Revista Educação Especial**, v. 30, n. 57, p. 9-26.

LOPES, L. S.; ALVES, G. L. P.; FERREIRA, A. L. A. (2015). A simetria nas aulas de matemática: uma proposta investigativa. **Educação e Realidade**, v. 40, n. 2, p. 549-572.

LORENZATO, S. (1995). Por que não ensinar Geometria? **Educação Matemática em Revista**, v.4, p. 1-11.

LURIA, A. R. (1981). **Fundamentos de neuropsicologia**. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo.

MANRIQUE, A. L.; FERREIRA, G. L. (2010). Mediadores e mediação: a inclusão em aulas de matemática. **Revista Contrapontos**, v. 10, n. 1, p. 7-13.

NASCIMENTO, M. (2012a). **Caderno pedagógico para aplicação da oficina conhecendo geometria fractal**. (Mestrado em Ensino de Ciência e Tecnologia). Universidade Tecnológica do Paraná. Ponta Grossa.

NASCIMENTO, M. (2012b). **Uma proposta metodológica para o ensino de geometria fractal em sala de aula na educação básica**. Dissertação. (Mestrado em Ensino de Ciência e Tecnologia. Universidade Tecnológica do Paraná. Ponta Grossa.

PARANÁ. Secretaria de Estado de Educação. (2008). **Diretrizes curriculares da Educação Básica: Matemática**. Curitiba: SEED.

PASQUARELLI, R. C. C.; MANRIQUE, A. L. (2016). A inclusão de estudantes com deficiência visual no ensino e aprendizagem de estatísticas medidas de tendência central. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 18, n. 1, p. 309-329.

PAULINO, C. L.; GUILHERME, E. C. G.; NETO, J. C. DAMIN, W. (2018). Jogo memória das equações: atividades de ensino. **Revista Conhecimento Online**, v. 2, p. 119-134.

PAVANELLO, R. M. (1993). **O abandono do ensino de geometria no Brasil: causas e consequências**. Zetetiké, Campinas, n. 1, p. 19-49.

PEREIRA, J. S.; OLIVEIRA, A. M. P. (2016). Materiais manipuláveis e engajamento de estudantes nas aulas de matemática envolvendo tópicos de geometria. **Ciência e Educação**, v. 22, n. 1, p. 99-115.

PEREIRA, T.; BORGES, F. (2020). O diálogo com estudantes com deficiência visual como instrumento formativo para um ensino de matemática inclusivo. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 22, n. 2, p. 281-311.

REILY, L. (2004). **Escola inclusiva: linguagem e mediação**. Campinas, Papirus.

SEMMER, S.; SILVA, S. C. R.; NEVES, M. C. D; PILATTI, L. A. (2015). Fractais: contextualização de matemática e arte. **Espacios**, v. 36, n. 8, p. 1-10.

SGANZERLA, M. A. R; GUELLER, M. (2014). Contátil: (re)adaptação do material dourado para deficientes visuais. **Cintid-Novas Tecnologias na Educação**, v. 12, n. 2, p. 1-10.

SILVEIRA, E. S.; SÁ, A. V. M. (2019). A deficiência visual em foco: estratégias didáticas na educação matemática inclusiva. **Revista Educação Especial**, v. 32, n. 1, p. 1-26.

TALIZINA, N. (2009). **La teoria de la actividad aplicada a la enseñanza**. Puebla.

TROIAN, T. V. S.; SANTOS, E. V.; LIMA, S. R. (2017). Proposta didática para o ensino de geometria espacial reutilizando materiais: uma ação do projeto observatório da educação. **Revista Realização**, v. 2, n. 4, p. 52-60

VALENTE, D. (2008). **Imagens que comunicam aos dedos**: a fabricação de desenhos táteis para pessoas cegas. Encontro Nacional da Associação Nacional de Pesquisadores em Artes Plásticas, 17, 2008. Anais: Panorama da Pesquisa em Artes Visuais, p. 1013-1024. Florianópolis. Disponível em: www.anpap.org.br/anais/2008/artigos/094.pdf. Acesso em: 14 dez. 2017.

VALENTE, D. (2010). Os diferentes dispositivos de fabricação de imagens e ilustrações táteis e as possibilidades de produção de sentido no conhecimento perceptivo dos cegos. **Revista Educação, Arte e Inclusão**, v. 2, p. 59-82.

VIGINHESKI, L. V. M.; SILVA, S. C. R.; SHIMAZAKI, E. M.; ANJOS, C. S. (2016). An approach for the teaching of notable products in an inclusive class: the case of a student with visual disabilities. **European Journal of Special Education Research**, v. 1, i. 2, p. 24-40.

VIGINHESKI, L. V. M.; AIRES, J. P.; SILVA, S. C. R.; PILATTI, L. A.; FRASSON, A. C.; SHIMAZAKI, E. M. (2017a) Análise de produtos desenvolvidos no mestrado profissional na área de matemática: possibilidades de adaptações para o uso com estudantes cegos. **Revista Diálogo Educacional**, v. 17, n. 51, p. 223-250. Disponível em: <http://www2.pucpr.br/reol/pb/index.php/dialogo?dd99=issue&dd0=742> Acesso em: 24 nov. 2017.

VIGINHESKI, L. V. M.; SILVA, S. C. R.; SHIMAZAKI, E. M.; PACHECO, E. R. (2017b). Formação de conceitos em geometria e álgebra por estudante com deficiência visual. **Revista Ciência e Educação**, v. 23, n.4, p. 867-879.

VILLAROUCO, V.; FLORES, A. R. B. (2013). Desenhando na escuridão. **Revista Brasileira de Design da Informação**, v. 10, n. 2, p. 157-175.

VYGOTSKI, L. S. (1998). **A formação social da mente**. 6 ed. São Paulo: Martins Fontes.

VIGOTSKI, L. S. (1991). **Pensamento e Linguagem**. 3 ed. São Paulo: Martins Fontes.

Recebido: 09 out. 2021.

Aprovado: 10 nov. 2021.

DOI: 10.3895/rbect.v15n1.14797

Como citar: VIGINHESKI, L. V. M.; SILVA, S. C. R.; SHIMAZAKI, E. M.; CASSANDRE, M. P. Ensino de conceitos sobre geometria fractal para estudantes cegos: do estudo de caso à instrumentalização docente. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**, Ponta Grossa, Edição Especial, p. 79-99, mar. 2022. Disponível em: <<https://periodicos.utfpr.edu.br/rbect/article/view/14797>>. Acesso em: XXX.

Correspondência: Lucia Virginia Mamcasz Viginheski - lmamcaszviginheski@gmail.com

Direito autorial: Este artigo está licenciado sob os termos da Licença Creative Commons-Atribuição 4.0 Internacional.

