Ensino e Tecnologia em Revista

ISSN: 2594-3901

http://periodicos.utfpr.edu.br/etr

Raciocínio funcional mobilizado em atividades de modelagem matemática: um encaminhamento envolvendo a experimentação investigativa

Paulo Henrique Hideki Araki
phh.araki@gmail.com
orcid.org/0000-0003-1076-7670
Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), Londrina, Paraná, Brasil

Kawana Fernando Rogoski
kawana_rogoski@hotmail.com
orcid.org/0000-0002-0066-2528
Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), Londrina, Paraná, Brasil

Karina Alessandra Pessoa da Silva
karinasilva@utfpr.edu.br
orcid.org/0000-0002-1766-137X
Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), Londrina, Paraná, Brasil

RESUMO

Neste artigo apresentamos o desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática cujo objetivo principal consiste na evidenciação do raciocínio funcional a partir de dados provenientes de atividades experimentais investigativas. Nessa pesquisa, evidenciamos estratégias e tipos de pensamento funcional mobilizados por alunos do 9º ano do Ensino Fundamental quando relacionam o tempo de reação de um comprimido efervescente com a manipulação de algumas variáveis. Separados em quatro grupos, os alunos buscaram analisar a influência referente à variação do volume de água, da temperatura da água, da massa de comprimido e das dimensões do recipiente sobre o tempo de reação. A investigação aqui apresentada se restringe a discutir as análises realizadas com o Grupo 1, responsável por investigar os efeitos da variação de volume de água, evidenciando a mobilização do raciocínio funcional ao longo das fases de uma atividade de modelagem matemática. Por meio das atividades, foi possível observar que os alunos puderam mobilizar o raciocínio funcional no decorrer de uma atividade de modelagem matemática, inclusive em situações que requerem conhecimento matemático ainda não contemplado em aulas anteriores.

PALAVRAS-CHAVE: Anos finais do Ensino Fundamental. Atividades experimentais investigativas. Modelagem Matemática. Raciocínio funcional.

INTRODUÇÃO

Alvo de desinteresse ou rejeição, dadas às dificuldades que sentem ao longo do processo de aprendizagem, a álgebra parece ser um desafio, tanto para o aluno que a aprende, quanto para o professor que a ensina. O nível de abstração requerido parece contribuir para tal aversão.

Ainda assim, o estudo de Álgebra é um aspecto fundamental na formação do aluno ao longo de sua vida escolar. Para Matos (2007), a compreensão da linguagem algébrica é um aspecto essencial para o desenvolvimento cognitivo do aluno, sendo elemento fundamental em diversos processos matemáticos, a constar: a resolução de problemas; raciocínio e demonstração; comunicação, conexão e representação.

O objetivo por trás do ensino de Álgebra vem a ser o desenvolvimento do pensamento algébrico. Ponte (2006) afirma que esse tipo de pensamento diz respeito à compreensão de padrões e relações, à representação e análise de situações matemáticas, à análise da mudança em diversas situações e ao uso de modelos matemáticos para representar e compreender situações.

Diante disso, Galbraith (2012) defende que a Modelagem Matemática pode ser utilizada enquanto veículo, uma vez que permite o aprimoramento da aprendizagem de conceitos matemáticos, presentes no currículo da disciplina.

Nesse contexto, a utilização de atividades de modelagem para a conceituação e ensino de funções vem sendo tema de discussão entre os pesquisadores da área (CARLSON et al, 2002, BRITO; ALMEIDA, 2005, NISAWA; MORIYA, 2011, JACOBSON, 2014).

Levando em consideração as contribuições da Modelagem Matemática no processo de ensino e aprendizagem de Matemática, o objetivo que nos propusemos a investigar diz respeito à forma como o pensamento funcional é mobilizado por alunos do 9º ano do Ensino Fundamental, mediante a realização de uma atividade de modelagem matemática em contexto experimental investigativo. Para isso, norteamos nossas evidências em duas questões:

1. De que forma uma atividade de modelagem matemática pode auxiliar na mobilização, por parte do aluno, do raciocínio funcional?

2. Como os alunos relacionam o raciocínio funcional diante de situações que requerem conhecimento matemático ainda não contemplado em aulas posteriores?

Para tanto, apresentamos a seguir uma caracterização a respeito da Modelagem Matemática na Educação Matemática, explicitando a dinâmica presente em uma atividade no contexto de experimentação investigativa.

MODELAGEM MATEMÁTICA E ATIVIDADES EXPERIMENTAIS INVESTIGATIVAS

Historicamente, a Modelagem Matemática é uma tendência da Educação Matemática que surgiu no âmbito da Matemática Aplicada. Consiste em uma atividade que pode ser expressa em termos de uma situação inicial problemática, uma situação final e um conjunto de procedimentos e conceitos necessários para

Ens. Tecnol. R., Londrina, v. 3, n. 1, p. 76-92, jan./jun. 2019.

se passar da situação inicial para a situação final (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012).

A conversão da situação inicial problemática à solução final requer o uso de um modelo matemático. Para Biembegut (2016, p. 66):

> Modelo que nos permite processar informações, estimular novas ideias e compreensões, prover de uma visão estruturada e global o que inclui relações abstratas. Capacita-nos ainda a observar e a refletir sobre um propósito, um fenômeno e, mais, a comunicar as ideias a outrem, oralmente ou por meio de artefatos visíveis dotados de autonomia e propriedades especiais.

Uma atividade de Modelagem Matemática, segundo Almeida, Silva e Vertuan (2012) consiste de um conjunto de procedimentos sistematizados na configuração, estruturação e resolução de uma situação-problema, a constar: (1) inteiração, representando a identificação e estruturação de uma situação-problema; (2) matematização, processo de transformação da linguagem natural para a linguagem matemática; (3) resolução, consistindo na construção de um modelo matemático capaz de descrever a situação; (4) interpretação de resultados e (5) validação, processo avaliativo da resposta obtida a partir do modelo matemático encontrado.

Uma atividade de modelagem matemática pode, então, explorar problemas oriundos do mundo real, que versam diretamente sobre a aplicação da Matemática de maneira contextualizada. Nesse aspecto, Galbraith (2012) explica que a modelagem pode ser utilizada enquanto veículo, no qual partes de um processo de modelagem ou aspectos relacionados à modelagem são utilizados na construção de conhecimentos matemáticos por meio de situações não essencialmente matemáticas.

De modo a salientar articulação entre Matemática e outras áreas do conhecimento, Carreira e Baioa (2011) defendem uma aproximação entre a Modelagem Matemática e os métodos experimentais científicos, permitindo a explicação de fenômenos do mundo real utilizando-se objetos de natureza matemática. Isso se deve a três fatores:

> (1) Estudantes têm a oportunidade de aprender fazendo (enquanto executam a manipulação e experimentação e engajados na conjectura e validação). (2) Trabalhar com materiais concretos e físicos é uma forma de investigar as propriedades matemáticas dos objetos. (3) Investigar por meio da experimentação reflete nas ações mentais e sobre a aprendizagem subsequente das ideias matemáticas e se torna uma forma de desenvolver a compreensão sobre modelos matemáticos (CARREIRA; BAIOA, 2011, p. 214).

Em um contexto de experimentação investigativa, a modelagem matemática pode servir enquanto uma ponte entre os conhecimentos matemáticos e conhecimentos científicos, permitindo uma visão integrada de seus currículos e permitindo aos alunos contemplarem a matemática em um contexto de investigação científica de um problema do mundo real (CARREIRA; BAIOA, 2018).

Assim, é necessário compreender os significados atribuídos aos conhecimentos matemáticos mobilizados em uma atividade de modelagem matemática. Um desses conhecimentos atribuídos à atividade de modelagem vem a ser o conceito de função e o raciocínio funcional emergente de situações de modelagem.

RACIOCÍNIO FUNCIONAL NO ENSINO DE MATEMÁTICA

Um dos principais papéis do ensino de Matemática vem a ser a promoção do desenvolvimento do raciocínio dos alunos, uma vez que tal capacidade está diretamente relacionada com a forma como os alunos mobilizam os pensamentos necessários para se alcançar um novo conhecimento (PONTE; MATA-PEREIRA; HENRIQUES, 2012).

Assim, o ensino da Matemática encontra-se fundamentado em uma multiplicidade de tipos de raciocínio, dentre eles o raciocínio algébrico. Segundo Blanton e Kaput (2005), o raciocínio algébrico consiste em um processo de generalização de ideias matemáticas a partir de um conjunto de casos particulares.

O raciocínio algébrico não se limita à observação de procedimentos que envolvem símbolos e letras. Para Kieran (2007), o pensamento algébrico proporciona ferramentas capazes de representar a generalidade das relações matemáticas, destacando a existência de padrões e regras em situações matemática.

O pensamento algébrico pode ser caracterizado pelo aspecto representacional, na generalização e expressão em sistemas de símbolos convencionais, e pelo aspecto simbólico, relacionado ao raciocínio sobre as generalizações expressas em sistemas simbólicos (KAPUT, 2008).

Um dos principais eixos do pensamento algébrico vem a ser o raciocínio funcional. Blanton e Kaput (2005) descrevem o raciocínio funcional como sendo um processo utilizado na construção e generalização de padrões e relações, por meio de ferramentas linguísticas e representacionais. Assim, o elemento central do raciocínio funcional é a relação existente entre duas grandezas particulares, por meio de uma lei de formação capaz de indicar tal correspondência.

Uma das formas de se desenvolver esse tipo de raciocínio vem a ser a exploração de relações de correspondência e variações existentes entre duas quantidades variáveis, partindo de uma relação particular em busca de uma generalização (RODRIGUES, 2016).

A respeito do raciocínio funcional, Smith (2008) estabelece três formas distintas de analisar as relações entre variáveis: (1) o pensamento recursivo, a partir da descoberta da variação de valores; (2) o pensamento covariacional, estabelecendo relações entre a forma como duas quantidades variam simultaneamente e; (3) o pensamento de correspondência, por meio da compreensão da relação existente entre a variável independente e a variável dependente.

Segundo Rodrigues (2016), existem três formas de estabelecer uma relação funcional: (1) geometricamente, utilizando esquemas e gráficos; (2) aritmeticamente, por meio de tabelas e pares ordenados ou; (3) algebricamente, recorrendo a símbolos e fórmulas.

Na literatura, o raciocínio funcional na Educação Matemática é alvo de diversas pesquisas (CYRINO; OLIVEIRA, 2011; VALE, 2013; RODRIGUES, 2016). Em consenso, apontam que uma das formas de se desenvolver e analisar o raciocínio funcional vem a ser a utilização de tarefas que possibilitem representações distintas de uma função.

Essa multiplicidade permite que o aluno extrapole a noção formal de função. Segundo Brito e Almeida (2005) não é raro que um aluno apresente dificuldade na compreensão do significado de função, uma vez que se trata de uma linguagem matemática truncada, na qual a construção de significados se limita ao aspecto abstrato e formal.

Tal percepção sinaliza para a necessidade de se considerar a conceituação de função a partir do uso teórico e do uso prático. Assim, a seção seguinte apresenta um relato referente à realização de uma atividade de modelagem matemática, em contexto de atividade experimental investigativa, na qual se buscou investigar a presença do raciocínio funcional.

ATIVIDADE EXPERIMENTAL

Nesta pesquisa o nosso foco é apresentar algumas reflexões a respeito da forma como o pensamento funcional é mobilizado por alunos, no decorrer do desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática com dados obtidos experimentalmente. Para tanto, realizamos uma investigação de abordagem qualitativa na qual investigamos as respostas dos alunos no decorrer da atividade. Os dados que subsidiam nossa investigação foram registros escritos, fotografias e gravações em áudios e vídeos. Os pais ou responsáveis pelos alunos assinaram autorização para que a pesquisa fosse realizada.

Os alunos participantes fazem parte de uma turma do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola localizada em uma cidade do norte do Paraná. A turma e formada por 15 alunos.

A escola em questão apresenta infraestrutura para a realização de atividades experimentais, contando com um laboratório de Ciências equipado com os materiais necessários para a realização de experimentos. As atividades foram realizadas no decorrer das aulas de Matemática, ao longo de duas semanas, totalizando seis aulas, divididas em quatro momentos distintos.

No primeiro momento, destinou-se uma aula para o desenvolvimento e a visualização do conceito de reação química, velocidade de reação e fatores que influenciam as reações químicas. Para tanto, os alunos observaram e discutiram a respeito da reação envolvida na dissolução de um comprimido efervescente em água. Nesse momento, os alunos, separados em quatro grupos, analisaram a composição do comprimido, bem como as indicações contidas em sua embalagem e foram orientados a propor hipóteses a respeito dos fatores que influenciam a velocidade de reação de um comprimido efervescente.

Os grupos consideraram quatro aspectos que interferem na velocidade de reação do comprimido: volume de solvente; massa de soluto; temperatura do solvente e dimensões do recipiente. Cada grupo ficaria encarregado a investigar a influência que a variação de uma dessas grandezas implica no tempo de reação de efervescência do comprimido.

Ens. Tecnol. R., Londrina, v. 3, n. 1, p. 76-92, jan./jun. 2019.

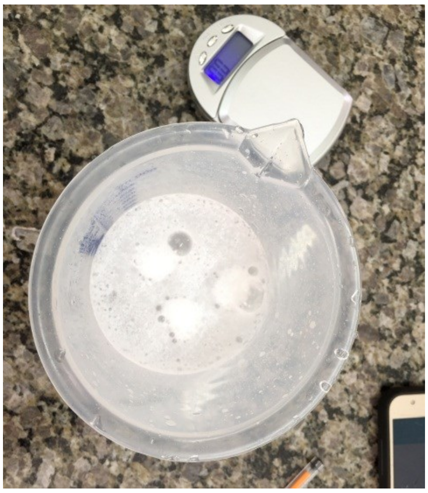
No segundo momento, os grupos foram ao laboratório para realizar os testes necessários para a investigação ao longo de duas aulas. O Grupo 1 escolheu investigar a influência do volume de solvente no tempo de reação. Com o auxílio de um béquer de 800 mL, o grupo deveria aferir o tempo necessário para se completar a reação, levando em consideração volumes de 200, 400 e 600 mL, e mantendo a massa do comprimido e a temperatura do solvente constantes ao longo dos testes, conforme apresentado na Figura 1.

Figura 1 – Teste realizado pelo Grupo 1 para um volume de 200 mL de água

Fonte: Arquivo dos autores.

O Grupo 2 ficou responsável em determinar a influência da massa do comprimido no tempo de reação. Para isso, em um béquer, foram analisadas massas de 4,0, 8,0 e 12,0 gramas e o tempo de reação em um volume de 200 mL de água à temperatura constante. A Figura 2 apresenta um dos testes feitos pelo Grupo 2.

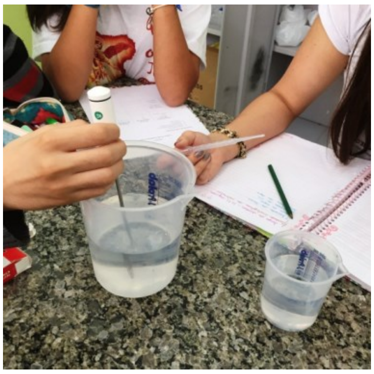
Figura 2 – Teste realizado pelo Grupo 2 para uma massa de 12,0 g de comprimido



Fonte: Arquivo dos autores.

Para determinar a influência da temperatura da água, o Grupo 3 utilizou 200 mL de água sob três condições: água em temperatura ambiente, água fria e água quente. O grupo aferiu a temperatura utilizando um termômetro digital e conduziu para a determinação do tempo de efervescência de um comprimido, conforme indicado na Figura 3.

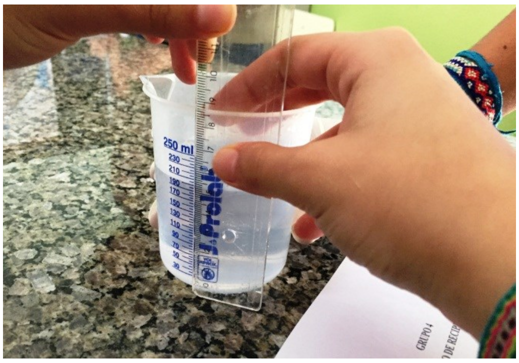
Figura 3 – Alunos do Grupo 3 aferindo a temperatura da água



Fonte: Arquivo dos autores.

Quanto ao grupo 4, foram utilizados 200 mL de água, sob temperatura constante, em recipientes cilíndricos com diferentes alturas e diâmetros, no qual os alunos aferiram o tamanho da coluna de água e o tamanho do diâmetro do recipiente, conforme indicado na Figura 4.

Figura 4 – Alunos do Grupo 3 aferindo o tamanho da coluna de água em um dos testes



Fonte: Arquivo dos autores.

Para cada valor analisado, o teste foi repetido três vezes, de modo a se determinar a média aritmética dos valores do tempo de reação. Os dados obtidos experimentalmente foram anotados em uma tabela, de modo a serem utilizados no momento seguinte.

No terceiro momento, cada grupo ficou encarregado de determinar um modelo matemático que solucionasse a seguinte situação-problema: "Qual o tempo de efervescência de um comprimido para outros valores?". Para cada grupo, foram atribuídos outros dois valores aleatórios, diferentes daqueles explorados experimentalmente, de modo que devessem determinar o tempo de efervescência ao se considerar aqueles valores.

No decorrer de duas aulas, os grupos deveriam apresentar as variáveis do problema, as hipóteses a serem levadas em consideração ao analisar o problema e um modelo matemático que fosse capaz de fornecer uma solução à questão analisada.

De modo a validar os modelos obtidos, os grupos realizaram novamente um experimento investigativo, dessa vez com os valores considerados na determinação do modelo matemático, confrontando os resultados encontrados.

Ao longo do terceiro momento da atividade, foram feitas gravações dos áudios das atividades e a partir da transcrição dos diálogos e da análise da produção dos alunos buscamos investigar indícios da presença de raciocínio funcional.

Por fim, o quarto momento destinou-se à comunicação e discussão dos resultados encontrados pelos grupos no decorrer das atividades.

RESULTADOS E DISCUSSÕES

Os resultados e discussões apresentados neste texto dizem respeito às análises feitas referente à atividade do Grupo 1, que investigou a influência do volume de água. Essa escolha está pautada no envolvimento dos alunos, bem como nas discussões que emergiram no decorrer da atividade.

No primeiro momento, as hipóteses elaboradas pelo grupo a respeito do tempo de reação de um comprimido efervescente foram feitas de maneira intuitiva. Mesmo sem realizar os testes, os alunos estabeleceram uma representação mental da situação, buscando relacionar o tempo de reação com o volume de água.

É conveniente salientar que, no primeiro momento da atividade, os alunos não indicaram qual era de fato a relação existente entre as grandezas. A percepção estava no fato de que a alteração de determinada grandeza implicaria na alteração da velocidade de reação.

A partir do primeiro contato com a situação-problema, os alunos passaram a mobilizar as informações necessárias para o raciocínio funcional, inicialmente buscando estabelecer relações visíveis entre as variáveis manipuláveis. Segundo Brito e Almeida (2005), a compreensão da função requer a compreensão da situação-problema como um todo. Assim, aspectos específicos do problema podem caracterizar a noção de função.

Com base na atividade experimental investigativa realizada no segundo momento, o grupo pode contemplar a relação existente entre as duas grandezas. A Figura 5 retrata os valores encontrados pelo grupo ao considerar diferentes volumes de água.

Observando os valores obtidos, ficou nítida a presença de certa discrepância entre os tempos encontrados para os testes com uma mesma variável A diferença nos tempos pode se fundamentar em três aspectos: (1) a não uniformidade quanto às dimensões dos comprimidos analisados; (2) diferenças na composição química de cada comprimido e; (3) a falta de padronização quanto ao estabelecimento do término da reação. Tais fatores favorecem na divergência dos valores encontrados. Uma das formas de se controlar isso poderia ser a utilização de antiácidos efervescente na forma de pó.

Ao analisar o tempo de reação, o grupo percebeu que os valores obtidos para o tempo de efervescência decrescem em função do volume. Essa análise pode indicar um indício de raciocínio funcional do tipo recursivo, uma vez que apenas a variação que ocorre na variável dependente é levada em consideração.

Ens. Tecnol. R., Londrina, v. 3, n. 1, p. 76-92, jan./jun. 2019.

Figura 5 – Valores obtidos experimentalmente pelo Grupo 1

Volume utilizado (mL)	Massa do comprimido (g)	Tempo de efervescência (s)	
200 mL	4,1	48.90	46.80
	4,0	45.83	
	4,0	45.69	
400 mL	4,1	37.80	36.82
	4,0	35.90	
	40	36. 78	
600 mL	4,0	28.71	30,95
	4,0	30.78	
	4,1	33.38	

Fonte: Relatório do grupo.

O pensamento recursivo pode ser considerado o primeiro estágio do estudo de padrões. A partir da recursividade, um aluno pode mobilizar estratégias necessárias para a obtenção de padrões e a subsequente generalização (RÉZIO, 2013).

No terceiro momento, o grupo ficou responsável em determinar o tempo de reação necessário em sistemas contendo 100 mL e 800 mL de água. Para tanto, foi necessário determinar um modelo matemático. O grupo considerou o tempo de reação como variável dependente e o volume de água como variável independente do problema. O grupo elencou duas hipóteses a serem consideradas, conforme apresentado na Figura 6.

Figura 6 – Hipóteses consideradas pelo Grupo 1

• Quanto maior o volume da água, menor é o tempo
• Ao por o comprimido em um Becker com mais volume d'água, podemos ver que os gases liberados acabam mais rápido.

Fonte: Relatório do grupo.

Ao analisar as hipóteses levantadas pelo grupo, percebemos que ambas dizem respeito à visualização da atividade experimental, uma vez que explicam o fenômeno que ocorre. Nesse caso, as hipóteses formuladas contemplam apenas o aspecto decrescente da variável dependente, sem articular a mudança da variação ao longo do domínio considerado.

A dedução do modelo matemático foi realizada por meio da construção de um gráfico relacionando as variáveis do problema. Optou-se pela construção manual do gráfico devido ao fato de que o grupo não reconhecia a característica evidenciada pelos pares ordenados dispostos.

O Quadro 1 apresenta a transcrição das falas de um episódio decorrente do terceiro momento da atividade, quando o grupo se preparava para deduzir o modelo matemático. As falas do professor encontram-se representadas pela letra

Ens. Tecnol. R., Londrina, v. 3, n. 1, p. 76-92, jan./jun. 2019.

P enquanto os alunos são representados pela letra A seguido por um número, de forma a identificar cada aluno.

Quadro 1 – Episódio da dedução do modelo matemático

Tempo	Descrição das falas
09:32	P: “Gente, vocês lembram qual era a situação que vocês analisaram? Vocês irão fazer um gráfico, mas como que isso será feito?”
09:51	A1: “O tempo depende do volume.”
09:59	P: “Tá, se o tempo depende do volume como ficam os eixos do gráfico?”
10:10	A1: “No eixo x vai o tempo e no y vai o volume?”
10:15	P: “O que vocês acham?”
10:28	P: “Lembram da função afim? A partir de um valor de x a gente encontra um valor de y. E nessa situação? Como ficaria?”
10:38	A2: “Pelo volume a gente encontra o tempo.”
10:44	A1: “Então o volume vai no eixo x e o tempo vai no eixo y.”

Fonte: Arquivo dos autores.

Nesse episódio observamos que, a partir da relação estabelecida com o gráfico de uma função afim, os alunos puderam perceber a orientação das variáveis no eixo do gráfico a ser construído. A partir dos conhecimentos a respeito de função afim e de seu gráfico, os alunos puderam estabelecer uma relação com as variáveis trabalhadas na atividade experimental.

Definidos os eixos, o grupo utilizou uma cartolina e uma régua para construir o gráfico manualmente, utilizando os valores encontrados a partir da atividade experimental. Todavia, no decorrer dessa etapa, o grupo percebeu que os pontos não corresponderiam a um gráfico de uma função afim, como já estudado em aulas anteriores, conforme o diálogo transcrito no Quadro 2.

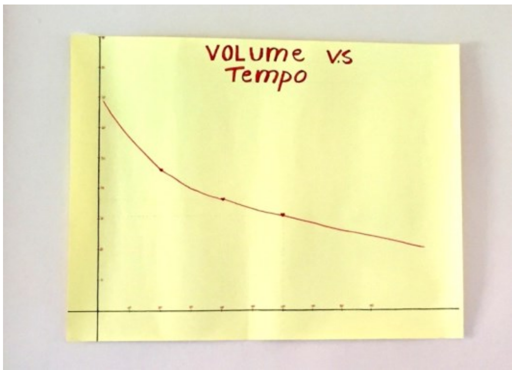
Quadro 2 – Episódio da construção do gráfico

Tempo	Descrição das falas
16:58	P: “O que está acontecendo com os pontos de vocês?”
17:03	A1: “Ele está diminuindo...”
17:05	A3: “Quanto maior o volume de água... menor o tempo.”
17:12	A1: “Quanto maior o volume... é.”
17:15	P: “Tá. Agora prestem atenção na variação dos dados.”
17:20	A3: “De 200 (mL) para 400 (mL) mudou 10 segundos.”
17:25	P: “E de 400 (mL) para 600 (mL)?”
17:28	A3: “6 segundos.”
17:32	P: “Então o que aconteceu?”
17:38	A3: “A variação não é a mesma.”
17:43	P: “Então como vai ficar o gráfico?”
17:50	A2: “O gráfico não vai ficar uma reta bonitinha.”
17:58	A1: “Ele vai ficar meio arredondado?”

Fonte: Arquivo dos autores.

A conclusão apresentada pela aluna A2 acaba por refutar a concepção de que o gráfico seria representado por uma reta, ao que a aluna A1 complementa com a possível configuração dos pontos. A Figura 7 apresenta o gráfico construído pelo grupo, de modo a relacionar os pares ordenados encontrados.

Figura 7 – Gráfico construído pelo Grupo 1



Fonte: Relatório do grupo.

A partir do momento em que os alunos passam a estabelecer uma relação entre variação das duas variáveis, é possível evidenciar indícios de um raciocínio covariacional. Brito e Almeida (2005, p. 83) explicam que essa visão dinâmica se difere do aspecto estático do conceito formal de função, construindo-se uma "imagem viva da matemática".

Além disso, a apropriação dos modos de representação algébrica, neste caso a partir de uma representação geométrica, permite que os alunos sejam capazes de gerar estratégias informais que, aos poucos, se transformam em estratégias formais para a resolução de problemas e representação de generalizações (MATOS et al., 2008).

De modo a solucionar a situação-problema, o grupo discutiu a respeito da mesma. A transcrição das falas referentes a esse episódio encontra-se disposta no Quadro 3.

Quadro 3 – Episódio da determinação da solução para a situação-problema

Tempo	Descrição das falas
30:23	A3: "Se 200 (mL) deu 46,80 (s), 100 ml vai dar a metade disso aproximadamente"
30:35	A2: "Que?"
30:42	A3: "Tipo, vai ser 46,80 (s) mais a metade, mais... 23,40 (s)."
30:51	A3: "Vai ficar 70,20 (s)."
31:01	A1: "Eu acho que não pode ser desse jeito... Se for 70 segundos, ele não vai ficar no gráfico."
31:13	A2: "Sim. A gente vai ter que ver quanto que tá variando. Aqui no 200 (mL), pra chegar no 400 (mL) diminuiu 10 (s). Do 400 (mL) pra chegar no 600 (mL) diminuiu 6 (s)."
31:13	A3: "Mas por que então em 100 (mL) não pode ser 70 (segundos)?"
31:24	A2: "É por isso, A1. Olha no gráfico. Se for 70 (s) ele vai ficar muito pra cima!"
31:32	A1: "É! Se for olhar com a régua, vai dar mais ou menos 50 e alguma coisa..."

Fonte: Arquivo dos autores.

Ens. Tecnol. R., Londrina, v. 3, n. 1, p. 76-92, jan./jun. 2019.

Assim, com o auxílio do gráfico construído, o Grupo 1 determinou que para volumes de 100 mL e 800 mL, os tempos necessários para completar a reação seria de 55 e 28 segundos, respectivamente.

A partir desse episódio, é possível evidenciar que o aluno A3 ainda idealizava a situação de maneira linear, estabelecendo uma relação de proporcionalidade entre os dados. Entretanto, a discussão promovida pelas alunas A1 e A2 permitiu que o aluno A3 pudesse contemplar a natureza dos dados encontrados. Desse modo, os alunos puderam mobilizar o raciocínio funcional covariacional, a partir da observação das variações ao longo do experimento.

A partir dos valores encontrados ao fazer uso do modelo matemático, foi realizado um novo experimento, de modo a se determinar experimentalmente o tempo necessário para completar a reação em 100 e 800 mL de água. Seguindo as mesmas instruções utilizadas no segundo momento, o grupo definiu que os tempos seriam de 53 e 26 segundos, respectivamente.

Não houve uma grande divergência entre os resultados modelados e os resultados obtidos experimentalmente, logo, o modelo matemático encontrado foi validado.

No quarto momento, de modo a concluir a atividade, cada grupo deveria comunicar para os demais alunos o modelo deduzido, participando da discussão a respeito dos dados encontrados. O Quadro 4 apresenta a discussão promovida a respeito da atividade realizada pelo Grupo 1.

Quadro 4 – Episódio da comunicação dos resultados

Tempo	Descrição das falas
15:15	P: "[...] vamos considerar os valores encontrados pelo Grupo 1. A2, você poderia explicar o que vocês encontraram?"
15:23	A2: "Quando a gente aumenta o volume de água, o tempo que leva para um comprimido reagir vai diminuindo."
15:31	P: "Então como que ficou o gráfico que vocês construíram?"
15:34	A2: "O gráfico é decrescente. Só que ele não é bem uma reta."
15:39	A1: "É, no começo o tempo vai caindo bem mais rápido."
15:45	P: "E o que acontece depois?"
15:49	A1: "Quando a gente vai aumentando a quantidade de água, o tempo começa a diminuir menos."
15:53	P: "Como assim?"
15:55	A2: "Aqui (aponta para o gráfico) entre 200 (mL) e 400 (mL), o tempo diminuiu 10 segundos. Entre 400 (mL) e 600 (mL) o tempo diminuiu 6 segundos.
16:06	P: "Tá, e para 800 mL?"
16:09	A3: "O tempo diminuiu 4 segundos."
16:13	P: "Então qual é a característica desse gráfico?"
16:20	A1: "Quanto mais aumenta o volume, o tempo começa a cair menos."
16:26	A2: "Vai chegar um ponto que ele vai estabilizar."
16:31	P: "Mesmo para um volume muito grande?"
16:34	A3: "Sim, porque se o tempo continuar caindo vai chegar uma hora que seria zero segundos. E não é assim que funciona."
16:42	A1: "Só imaginar por exemplo se colocar um comprimido em uma piscina. O

Ens. Tecnol. R., Londrina, v. 3, n. 1, p. 76-92, jan./jun. 2019.

Tempo	Descrição das falas
	comprimido vai continuar reagindo.”
16:47	P: “Tá, então o gráfico estabiliza. E quando o volume for muito pequeno?”
16:53	A2: “Eu acho que daí o comprimido não vai conseguir reagir direito.”
16:58	A1: “É. Se tiver bem pouca água, o comprimido não vai conseguir dissolver.”
17:02	P: “Então o volume nunca pode ser zero?”
17:04	A3: “Não...”

Fonte: Arquivo dos autores.

Esse episódio nos permite evidenciar que os alunos, apesar de não terem contato prévio com a noção de função exponencial, ou com o conceito de assíntota horizontal, os dados obtidos experimentalmente auxiliaram na visualização do comportamento dessa função.

Nesse caso, o desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática a partir de dados coletados via atividade experimental investigativa auxiliou na interpretação de conceitos contemplados futuramente. Assim, apesar de não ser constituído um enfoque no algoritmo da função ou nas determinações algébricas, a natureza desse tipo de função pode ser explorada.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A partir da realização dessa investigação foi possível evidenciar que os alunos puderam mobilizar o raciocínio funcional ao longo de uma atividade de modelagem matemática.

Apesar da função observada não fazer parte do currículo para a disciplina de Matemática do 9º ano do Ensino Fundamental, os alunos conseguiram evidenciar uma relação funcional a partir de uma representação geométrica, ou seja, por meio de gráficos construídos.

A atividade serviu para que os alunos pudessem observar que as relações funcionais não se restringem à proporcionalidade decorrente de uma função afim, tópico de estudo na disciplina. Assim, os alunos puderam analisar, ainda que não formalmente, conceitos referentes à mudança na taxa de variação e assíntotas.

Enquanto sugestão convém mencionar a abordagem com alunos dos anos finais do Ensino Fundamental de outras funções a serem vistas no decorrer do Ensino Médio. A abordagem a partir da representação geométrica permite que os alunos escolar desse nível de escolaridade possam contemplar outras relações funcionais, auxiliando no que diz respeito à capacidade de abstração e generalização.

Functional reasoning mobilized in mathematical modelling activities: a routing involving investigative experimentation

ABSTRACT

In this work we present the development of a mathematical modelling activity in which the main objective consists in evidence the functional reasoning from data coming from investigative experimental activities. In this research, we evidence strategies and types of functional reasoning mobilized by students of the 9^{th} grade of the elementary school when they relate the reaction rate of an effervescent tablet with the manipulation of some variables. Separated in four groups, the students sought to analyze the influence of the variations of the water volume, water temperature, tablet mass and the recipient measurements on the reaction rate. The study presented here is restricted to discuss the analysis performed by the Group 1, who investigated the effects of the variation of the water volume, evidencing the mobilization of the functional reasoning along the phases of a mathematical modelling activity. Through those activities, it was possible to observe that the students were capable of mobilize the functional reasoning during the modelling activity, including in situations that require mathematical knowledge not contemplated previously.

KEYWORDS: Final years of primary school. Investigative experimental activity. Mathematical modelling. Functional reasoning.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA,L. W.; SILVA, K. A. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na educação básica**. São Paulo: Contexto, 2002.

BIEMBEGUT, M. S. **Modelagem na Educação Matemática e na Ciência**. São Paulo: Livraria da Física, 2016.

BLANTON, M.; KAPUT, J. Building disctrict capacity for teacher development in algebraic reasoning. In: KAPUT, J.; CARRAHER, D.; BLANTON, M. (Eds.). **Algebra in the Early Grades**. New York: Lawrence Erlbaum Associates, 2008. p. 133-160.

BRITO, D. S.; ALMEIDA, L. M. W. O conceito de função em situações de modelagem matemática. **Zetetiké**, v. 13, n. 23, p. 63-86, 2005.

CARLSON, M. et al. Applying covariational reasoning while modelling dynamic events: a framework and a study. **Journal for Research in Mathematics Education**, v. 33, n. 5, p. 352-378, 2002.

CARREIRA, S.; BAIOA, A. M. Students' modelling routes in the context of objetc manipulation and experimentation in mathematics. In: KAISER, G. et al. (Eds.). **Trends in teaching and learning of mathematical modelling**. Dordrecht: Springer, 2011. p. 211-220.

CARREIRA, S.; BAIOA, A. M. Mathematical modelling with hands-on experimental tasks: on the students' sense of credibility. **Zentralblatt für Didaktik der Mathematik – ZDM – The International Journal on Mathematics Education**, v. 50, n. 1-2, p. 201-215, 2018.

CYRINO, M. C. C. T.; OLIVEIRA, H. M. Pensamento algébrico ao longo do ensino básico em Portugal. **Bolema**, v. 24, n. 38, p. 97-126, 2011.

GALBRAITH, P. Models of modelling: Genres, purposes or perspectives. **Journal of Mathematical Modelling and Application**, v. 1, n. 2, p. 3-16, 2012.

JACOBSON, E. Using covariation reasoning to support mathematical modelling. **The Mathematics Teacher**, v. 107, n. 7, p. 515-519, 2014.

KAPUT, J. What is algebra? What is algebraic reasoning? In: KAPUT, J.; CARRAHER, D.; BLANTON, M. (Eds.). **Algebra in the Early Grades**. New York: Lawrence Erlbaum Associates, 2008. p. 5-17.

KIERAN, C. Developing algebraic reasoning: The role of sequenced tasks and teacher questions from the primary to the early secondary school levels. **Quadrante**, v. 15, n. 1, p. 5-26, 2007.

MATOS, A. S. S. M. **Explorando relações funcionais no 8.º ano**: um estudo sobre o desenvolvimento do pensamento algébrico. 2007. 254 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Faculdade de Ciências, Universidade de Lisboa, Lisboa, 2007.

MATOS, A. S. S. M. et al. Desenvolver o pensamento algébrico através de uma abordagem exploratória. In: LUENGO, R. et al. (Eds.). **Investigación em educación matemática**. Badajoz: Sociedad Española de Investigación em Educación Matemática, 2008. p. 505-516.

NISAWA, Y.; MORIYA, S. Evaluation of teaching activities with multi-variable functions in context. In: KAISER, G. et al. (Eds.). **Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling**. Dordrecht: Springer. 2011. p. 117-127

PONTE, J. P. Números e álgebra no currículo escolar. In: VALE, I. et al. (Eds.). **Números e álgebra na aprendizagem da Matemática e na formação de professores**. Lisboa: SEM-SPCE, 2006. p. 5-27.

PONTE, J. P.; MATA-PEREIRA, J.; HENRIQUES, A. O raciocínio matemático nos alunos do ensino básico e do ensino superior. **Revista Práxis Educativa**, v. 2, n. 1, p. 355-377, 2012.

RÉZIO, A. S. R. **Desenvolvimento do Pensamento Algébrico**: Concepções de professores e manuais escolares. 2013. 320 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Lusófona de Humanidades e Tecnologias, Instituto de Educação, Lisboa, 2013.

RODRIGUES, A. F. A. **O raciocínio funcional de alunos de 8.º ano na resolução de tarefas**. 2016. 207 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade de Lisboa, Lisboa, 2016.

SMITH, E. Representational thinking as a framework for introducing functions in the elementary curriculum. In: In: KAPUT, J.; CARRAHER, D.; BLANTON, M. (Eds.). **Algebra in the Early Grades**. New York: Lawrence Erlbaum Associates, 2008. p. 133-163.

VALE, I. Padrões em contextos figurativos: um caminho para a generalização em matemática. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, v. 8, n. 2, p. 64-81, 2013.

Recebido: 10 abril 2019.
Aprovado: 11 junho 2019.
DOI: http://dx.doi.org/10.3895/etr.v3n1.9965.
Como citar:
ARAKI, Paulo Henrique Hideki; ROGOSKI, Kawana Fernando; SILVA, Karina Alessandra Pessoa da. Raciocínio funcional mobilizado em atividades de modelagem matemática: um encaminhamento envolvendo a experimentação investigativa. **Ens. Tecnol. R.**, Londrina, v. 3, n. 1, p. 76-92, jan./jun. 2019. Disponível em: <2https://periodicos.utfpr.edu.br/etr/article/view/9965>. Acesso em: XXX.
Correspondência:
Paulo Henrique Hideki Araki
Rua Pedro Faustino, número 233, Bairro Jardim Ouro Branco, Santa Cecília do Pavão, Paraná, Brasil.