Ensino e Tecnologia em Revista

ISSN: 2594-3901

http://periodicos.utfpr.edu.br/etr

Polígonos: dobra aqui, dobra ali e um objeto esquecido – o transferidor

José Carlos Pinto Leivas
leivasjc@yahoo.com.br
http://orcid.org/0000-0001-6876-1461
Centro Universitário Franciscano, Santa Maria, Rio Grande do Sul, Brasil

Débora da Silva a de Lar
dd.lara@hotmail.com
Centro Universitário Franciscano, Santa Maria, Rio Grande do Sul, Brasil

Gabriel de Oliveira Soares
gsoares8@outlook.com
Centro Universitário Franciscano, Santa Maria, Rio Grande do Sul, Brasil

RESUMO

Neste artigo apresentamos uma investigação geométrica, de cunho qualitativo, realizada por um grupo de estudos liderado pelo primeiro autor, envolvendo alunos de um programa de pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática e professores em ação continuada, no transcorrer de 2017. A pesquisa buscou responder sobre como articular o transferidor e o papel como recursos didáticos em uma transposição didática. Portanto, teve por objetivo a articulação do transferidor e do papel como recursos didáticos em uma transposição didática. A coleta de dados deu-se por gravações de voz, filmagens e fotografias. o que permitiu ao grupo refletir sobre a criação didática que pode proporcionar a Transposição Didática, a qual leva o saber sábio ou científico sobre polígonos ao saber ensinado, para a escola básica, proporcionando aprendizagem com significado. Os resultados obtidos, com os experimentos, permitem indicar que é possível realizar Transposição Didática com a forma de obtenção de polígonos por dobradura, desenvolvendo habilidades visuais relevantes para a formação geométrica.

PALAVRAS-CHAVE: Transposição Didática. Criação Didática. Polígonos por dobraduras.

INTRODUÇÃO

Às vezes, e não raras elas ocorrem, nos vemos à frente de situações em que o conhecimento de um determinado assunto se faz necessário chegar aos estudantes ou até mesmo a outras pessoas e temos algumas dificuldades em estabelecer o elo didático na passagem deste saber para a forma de ensinar. Em realidade, existem muitas formas de fazermos essa transposição e a Educação Matemática é a área que busca formas de realizar isso.

Uma das teorias que nos tem ajudado a compreender um pouco mais essas formas de ensinar é a denominada Transposição Didática- TD, atribuída ao francês Chevallard (2005, p.45)[1]. Para o autor "Todo projeto social de ensino e de aprendizagem se constitui dialeticamente com a identificação e a designação de saberes como conteúdos a ensinar".

Ao ingressar em uma rede escolar o professor necessita tomar para si o conhecimento daquele segmento da sociedade, ou seja, em que local a escola está inserida, como ela pretende contribuir para a formação social dos alunos e, consequentemente, qual o projeto de ensino e aprendizagem é delineado pela comunidade escolar, a saber, o plano político pedagógico da escola. A partir disso, o professor de Matemática deve inserir-se neste projeto de modo a dialogar com seus pares sobre formas de concretizá-lo no que diz respeito à sua formação.

Nessa formação inicial do professor de Matemática nem sempre há tempo para desenvolver metodologias de ensino de modo a realizar a TD, o que faz com que, raramente, ocorram as criações didáticas, definidas por Chevallard como necessárias para levar o saber adquirido, em geral de Matemática mais avançada, como os do Cálculo e da Álgebra e, geralmente, muito pouco de Geometria. O autor cita o exemplo do que foi feito na França para o ensino do '*gran coseno*' e '*gran seno*', os quais foram tratados em artigo por Leivas e Cury (2009). Por essas razões a busca por inovações na formação continuada parece ser algo de nosso tempo, o que tem levado muitos estudantes a cursarem programas de pós-graduação em Ensino de Matemática.

Em função do primeiro autor deste artigo atuar num desses programas Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, especificamente na área de Geometria, ministrando disciplinas e orientações de dissertações e teses, o mesmo criou o Grupo de Estudos e Pesquisas em Geometria - GEPGEO, envolvendo orientandos, alunos, ex-alunos e professores da rede, interessados na busca de alternativas que envolvam conteúdos, metodologias e pesquisas na área.

Durante o ano de 2017, as pesquisas se concentraram em materiais didáticos para o ensino de Geometria e a escolha para este artigo prendeu-se ao uso do papel como recurso didático para a exploração de polígonos, juntamente com o uso do transferidor, quase esquecido no ambiente escolar. Assim, o presente artigo procura responder à seguinte questão de pesquisa: como articular uma transposição didática e o transferidor, na utilização do papel como recurso para a obtenção de polígonos por dobraduras? Portanto, a pesquisa teve por objetivo a articulação do transferidor e do papel como recursos didáticos em uma transposição didática.

O artigo apresenta, inicialmente, alguns resultados de leituras e concepções a respeito do que sejam materiais didáticos, recursos didáticos, materiais manipuláveis; sobre a TD; sobre metodologia da pesquisa; resultados obtidos e considerações finais.

LEITURAS E CONCEPÇÕES

Materiais didáticos, recursos didáticos, materiais manipulativos, recebem várias conotações na literatura matemática, na maioria delas convergentes ou com intersecções. Para Pais (2000, p.2), "Os recursos didáticos envolvem uma diversidade de elementos utilizados como suporte experimental na organização do processo de ensino e de aprendizagem. Sua finalidade é servir de interface mediadora para facilitar na relação entre professor, aluno e o conhecimento em um momento preciso da elaboração do saber".

Ens. Tecnol. R., Londrina, v. 1, n. 2, p. 209-225, jul./dez. 2017.

Lorenzato (2006, p.18) afirma que material didático “é qualquer instrumento útil ao processo de ensino-aprendizagem”. Embora a denominação seja distinta da utilizada por Pais, o sentido é o mesmo, uma vez que envolve o ensino na medida que o professor o utiliza para a construção de conceitos a fim de produzir a aprendizagem de seus alunos. O autor vai além ao denominar materiais didáticos manipuláveis como sendo aqueles que não permitem transformações em sua estrutura (sólidos geométricos), enquanto outros já exploram a participação do aluno (ábaco), dinâmicos (palitos, aos quais incluímos os de Geometria Dinâmica, por exemplo).

Passos (2006) aborda a importância na formação do professor de Matemática quanto ao uso de recursos didáticos especificando os materiais manipuláveis ou materiais concretos, numa outra denominação similar à dos autores citados previamente. Afirma a autora que professores do Ensino Fundamental apresentam uma expectativa de que tais recursos amenizem as dificuldades do ensino. Entretanto, é notório que apenas tais recursos não são, por si só, suficientes para que tal ocorra.

Na atualidade os recursos tecnológicos, como os *tablets*, *notebooks* e, especialmente, os celulares, estão invadindo a escola de forma muito rápida e não podemos excluí-los do ensino. Em particular, no ensino de Geometria, o software GeoGebra tem despontado como um grande aliado ao despertar nos estudantes interesse pelas descobertas geométricas. Ao mesmo, pode contribuir quando o professor elabora uma sequência de atividades programadas, especialmente na utilização de resolução de problemas. A respeito das tecnologias, Borba e Villarreal (2006) afirmam que desde os anos 1980 a Educação Matemática busca trabalhar com múltiplas representações e, neste aspecto, as calculadoras gráficas e os computadores apresentaram intensas discussões. Nesses aspectos, a visualização desempenha um papel deveras relevante na educação geométrica em especial.

Leivas (2009, p.22) define visualização como “um processo de formar imagens mentais, com a finalidade de construir e comunicar determinado conceito matemático, com vistas a auxiliar na resolução de problemas analíticos ou geométricos.” Utilizar recursos didáticos, em qualquer que seja o entendimento dado pelos autores supracitados, é fundamental na construção de conceitos matemáticos e, mais particularmente, na Geometria, tida por muitos, e por longo tempo, como área repleta de teoria, definições e teoremas.

Para o ensino de Geometria, os recursos materiais/didáticos/manipuláveis parecem ser fundamentais para a compreensão e conceitualização dos entes geométricos, cujas definições são fruto da mente, segundo Platão. Corroboramos com Botas e Darlinda (2013, p. 234) ao afirmarem: “uma das formas de promover diferentes experiências de aprendizagem matemática enriquecedoras é através do uso de materiais didáticos, os quais assumem um papel ainda mais determinante por força da característica abstrata da matemática.” Por tais razões, o tema é foco dos estudos e pesquisas do GEPGEO durante o ano de 2017, verificando que tais materiais servem como meios para auxiliar a solução de problemas em diferentes fases do processo de planejamento, execução e avaliação do sistema educacional na realização de criações didáticas (ZABALA, 1998), no sentido indicado por Chevallard (2005).

Destacamos o último dos quatro parâmetros apontados por Zabala (1998): 1) o âmbito de intervenção; 2) a intencionalidade; 3) os conteúdos e 4) o tipo de suporte, por reunir os materiais tendo em conta o tipo de suporte utilizado pelos mesmos. Neste grupo o autor destaca, dentre outros, os materiais que usam o papel como suporte, uma vez que este é foco do estudo/pesquisa apresentado no presente artigo, no qual indicamos certa ‘criação didática’ a fim de realizar a TD.

Como ponto norteador dos estudos e pesquisas realizadas, o grupo elaborou a seguinte definição: materiais didáticos ou manipuláveis são todos os recursos materiais que podem ser utilizados pelo professor, de forma intencional, explorados pelos estudantes e que propiciem sua construção do conhecimento, por exemplo, softwares dinâmicos, jogos, os de uso comum como sólidos geométricos, geoplanos ou blocos multibásicos.

A partir deste estudo exploratório, envolvendo os materiais e a literatura a respeito, buscamos outros pressupostos a respeito da TD. Chevallard (2005, p.25) pergunta: “Porque há transposição didática? ” Ele responde: “Porque o funcionamento didático do saber é distinto do funcionamento acadêmico, porque há dois regimes do saber, inter-relacionados, porém não sobrepostos. ”, com o que concordamos plenamente. A experiência tem mostrado que há uma predileção na Licenciatura em Matemática pela linha da Análise Matemática, a qual se desenrola quase que durante todo o currículo, deixando pouco espaço para outras áreas como a Geometria. Em geral, há um semestre de Geometria Euclidiana Plana e outro de Espacial, além de um de Geometria Analítica e quase nunca envolvendo outras geometrias que não a Euclidiana. Além disso, raramente é feita a transposição do saber daquela área para o ensino, especialmente, para a Escola Básica.

O autor denomina os conteúdos de saberes a ensinar como sendo aqueles que estão colocados explicitamente nos programas do sistema/projeto social definido no âmbito escolar e, implicitamente, aqueles caracterizados pela tradição na elaboração dos programas bem como em sua interpretação. Essa tradição/interpretação evidencia-se por exemplo, nos cursos que desenvolvem uma disciplina de Geometria Analítica, no estilo cartesiano e outra de Álgebra Linear, na maioria das vezes desconectadas, não levando em consideração a evolução do conhecimento matemático e novas abordagens como o estilo vetorial para a Analítica. Percebemos, inclusive na bibliografia que, muitas vezes é feito um estudo de matrizes, por exemplo, sem interpretação dos movimentos rígidos do plano que podem estar ali embutidos, o que proporcionaria, em nosso entender, formas de visualização conceitual mais apropriadas para a construção do conhecimento do estudante.

Evocamos o que indicam Moreira e Davi (2007, p. 21 - grifo dos autores) sobre o que há de comum e de diferença entre a Matemática Acadêmica e a Matemática Escolar. Para os autores, “[...]entendemos a Matemática Acadêmica e a Matemática Escolar como referenciadas, **em última instância**, nas condições em que se realizam as práticas respectivas dos matemáticos e do professor de Matemática da escola”. Muitas vezes o professor que ensina na Licenciatura é matemático de formação e seu objeto principal é o que Chevallard (2005) denomina ‘saber matemático’ ou saber científico e, portanto, existe uma diferença na forma de realizar a TD para o ‘saber ensinado’ o que gera muita incompreensão da Matemática pelos estudantes.

Em função das necessidades do ensino, o autor denomina *criações didáticas*, as quais proporcionam a transformação de um conteúdo de saber, designado por ele como saber a ensinar, em *objetos de ensino*. “O ‘trabalho’ que transforma um objeto de saber a ensinar em um objeto de ensino, é denominado *transposição didática*” (CHEVALLARD, 2005, p. 45, grifos do autor). Um pouco mais além ele reafirma tal transformação como uma versão didática desse objeto do saber de uma forma científica, ou seja, após estudos e comprovações pela comunidade de educadores matemáticos, com o que nos coadunamos ao apresentar, no presente artigo, alguns resultados de nossos estudos e pesquisas. Consideramos, pois, que o saber sábio, o dos matemáticos, ao se caracterizar por formalismo nas definições dos entes geométricos, não deve ser esquecido no ambiente escolar, porém o mesmo necessita ser construído de uma forma mais amena e gradativa, conforme o desenvolvimento dos estudantes no transcorrer da escolaridade. Nesse sentido, as criações didáticas, utilizando recursos/materiais didáticos, que estamos sugerindo no artigo podem proporcionar tal TD.

Na sequência apresentamos os procedimentos realizados.

MÉTODOS

A presente pesquisa, realizada por um grupo de estudos, liderado pelo primeiro autor, envolveu o pesquisador junto ao seu grupo focal e, segundo Fiorentini e Lorenzato (2006), pode ser considerada como participante uma vez que os indivíduos realizam as atividades de forma natural, por meio de diálogos, realizando os experimentos, trocando

Ens. Tecnol. R., Londrina, v. 1, n. 2, p. 209-225, jul./dez. 2017.

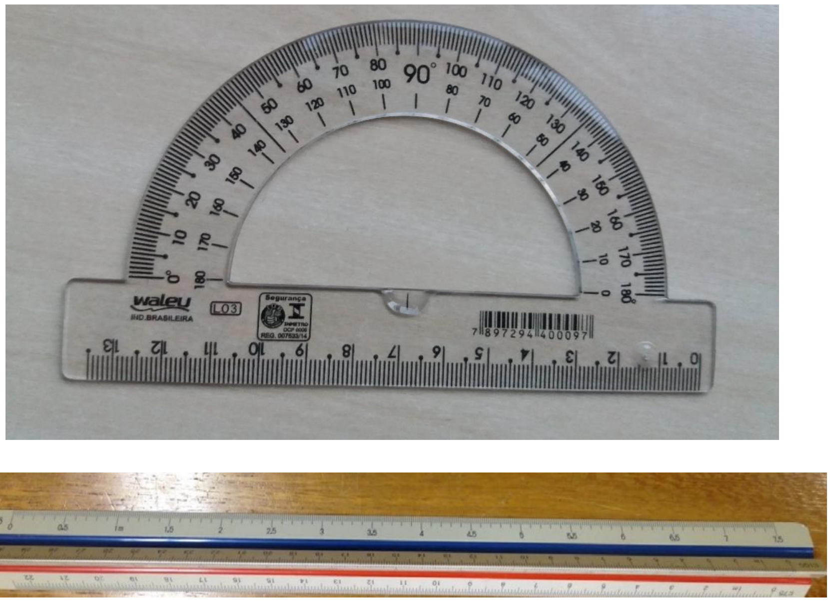
informações. Nesta modalidade de pesquisa as observações são diretas. A coleta dos diálogos foi feita mediante gravação de voz com recursos obtidos por meio do *google drive*, de modo que todos os participantes tiveram voz durante as sessões. Foram feitos registros fotográficos dos materiais obtidos, durante e após cada uma delas. Posteriormente, o investigador retomou as gravações, fez as devidas correções no texto e compartilhou com o grupo a fim de complementações. Ainda, de acordo com os autores, “A pesquisa-ação é um tipo especial de pesquisa participante, em que o pesquisador se introduz no ambiente a ser estudado não só para observá-lo e compreendê-lo, mas sobretudo para mudá-lo em direções que permitam a melhoria das práticas e maior liberdade de ação e de aprendizagem dos participantes”. (FIORENTINI; LORENZATO, 2006, p.112). Portanto, podemos dizer que se trata de uma pesquisa-ação participante, considerando a visão desses autores.

Miranda (1993) realizou um estudo intitulado: *un recurso para la enseñanza de la Geometría*, no qual faz um tratado sobre polígonos regulares convexos e estrelados obtidos por faixas de papel. Entendemos que o saber científico ali constante é por deveras pertinente e muito elaborado. Entretanto, o mesmo não chega a discutir quais tipos desses materiais se adequariam com maior ou menor facilidade para obtenção das dobras, nem tampouco investigações realizadas. Por sua vez, não há maior detalhamento sobre formas didáticas das construções, constituindo-se, em nosso entender como um artigo que priorizou o saber científico.

A partir dessas constatações levamos o artigo ao grupo para estudo e, de fato, foi concluído que o mesmo poderia ser desenvolvido em forma de uma criação didática no sentido apontado por Chevallard (2005) a fim de realizar a TD e levar ao saber ensinado, uma vez que o grupo é constituído de mestrandos, doutorandos, alguns sem experiência escolar e outros com variada experiência em diversos graus de ensino, inclusive superior.

Em uma primeira etapa os estudos e experimentos se concentraram em utilizar uma faixa de papel para a construção de polígonos de lados ímpares e com duas faixas de papel para os de lados pares, o que consta de outro artigo. Na segunda etapa, um segundo método está sendo investigado, no qual exploramos, principalmente, o uso de materiais como escalímetro, esquadro, compasso e o transferidor (Figura 1), sendo que o último é de pouco conhecimento escolar, por isso, um dos focos do presente artigo.

Figura 1 – Transferidor e escalímetro.

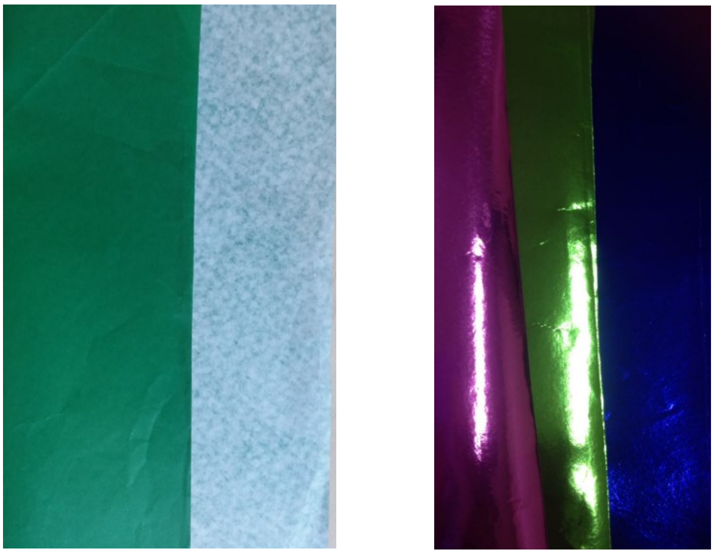


Fonte: Autoria própria (2017).

Ens. Tecnol. R., Londrina, v. 1, n. 2, p. 209-225, jul./dez. 2017.

Dois tipos de papel foram explorados nesta etapa: o utilizado para dobraduras com uma face colorida e outra branca (sendo que a última favorece fazer as marcações) e o outro laminado, também com dupla face.

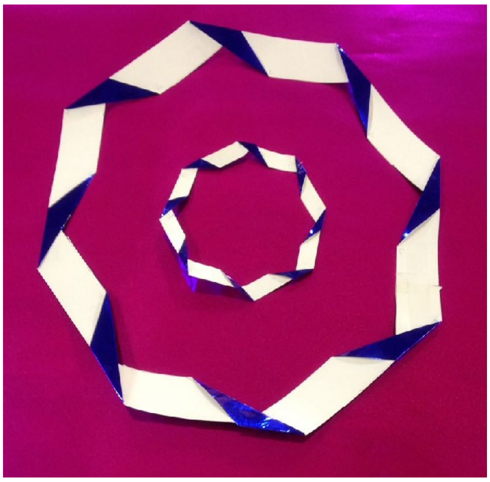
Figura 2 – Papel usado para dobraduras e laminado.



Fonte: Autoria própria (2017).

Este tipo de papel para dobradura (Figura 2) não se adequou bem para os propósitos da investigação, uma vez que ao marcar os ângulos e, respectivas, bissetrizes, o mesmo não facilitava a formação do que viriam a ser os vértices dos polígonos, pois havia necessidade de duas dobras por tais pontos. Assim, o segundo material, laminado, se adaptou mais facilmente a tais dobras, além de proporcionar uma visualização mais atraente. (Figura 3),

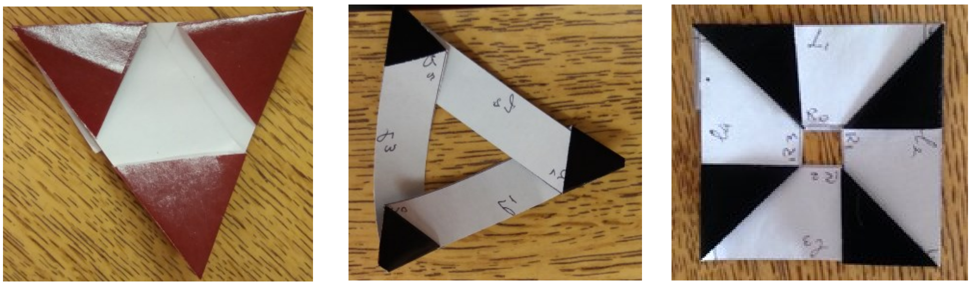
Figura 3 – Octógonos por dobradura com papel laminado.



Fonte: Autoria própria (2017).

Uma vez tomada a decisão sobre o uso desse segundo material, a pesquisa concentrou-se na busca da largura das faixas de papel a serem utilizadas e quais as melhores condições de manuseio e visualização proporcionariam. Assim, foram utilizadas faixas com 1; 2,5 e 4cm de largura. Como comprimento da faixa foi utilizado 30cm. Houve, também, a necessidade de investigar qual o tamanho esperado para o lado do polígono, tendo sido decidido tomar como 4cm, para, posteriormente, passar a 10cm em virtude de melhor visualização dos polígonos com número maior de lados.

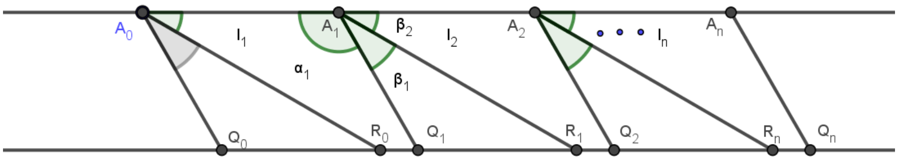
Figura 4 – Primeiras experimentações com triângulos e quadrados.



Fonte: Autoria própria (2017).

A Figura 5 ilustra a forma correta como demarcar a faixa. Nela observamos um espaço livre na parte superior, as letras que correspondem aos vértices: A_0, A_1, A_2, ..., A_n, colocadas na parte interna para não serem excluídas no momento de separar a faixa da folha, bem como as demais marcas. Detalhamos os elementos que se encontram no vértice A_1, para ilustrar como proceder nos demais. A linha A_1Q_1 corresponde a um dos lados do ângulo central $\alpha_1=A_0A_1Q_1$, do polígono, enquanto que o segmento A_0A_1 de comprimento l_1 corresponde ao lado do polígono. Os ângulos β_1 e β_2 correspondem à bissetriz do ângulo suplementar adjacente do ângulo α_1.

Figura 5 – Demarcações na faixa.



Fonte: adaptado de Miranda (1993).

Uma das razões de considerarmos a faixa sem destacar do restante da folha foi devido ao uso do transferidor para a marcação do ângulo, fazendo-se necessário um espaço maior, mais diretamente na parte inferior da mesma, como podemos observar na Figura 6.

Figura 6 – Demarcação dos ângulos com transferidor.

Fonte: Autoria própria (2017).

Na Figura 6 identificamos o ponto A como um dos vértices do polígono a ser obtido, sobre o qual deve ser colocada a origem do transferidor, ou seja, o vértice do ângulo. Sobre a linha horizontal, passando por A, constará um dos lados, a partir do qual se medirá o ângulo pretendido, no sentido anti-horário. Optamos por exemplificar com o ângulo central de 120º para a obtenção do triângulo. O segundo lado do ângulo corresponderá à união do ponto A ao ponto Q. Necessitamos obter, do seu adjacente, a bissetriz, ou seja, demarcado o ponto R, internamente ao transferidor correspondendo a 150º, ou externamente a 30º. O uso desse material didático, algumas vezes, é desconhecido por estudantes e até mesmo por alguns professores.

Na exploração inicial do tipo de materiais e dimensões, o grupo chegou à conclusão que utilizar a largura de 1cm de faixa para 4cm de comprimento de lado do polígono proporcionou um bom aspecto visual tanto para os triângulos quanto para os quadrados e que o material apropriado era o laminado. Devemos perceber a necessidade de distinção entre polígonos e regiões poligonais, como vistos na Figuras 4, uma vez que se torna necessário evidenciar que polígono é uma linha enquanto região poligonal é superfície, assim, aliado à primeira se encontra a grandeza comprimento enquanto à segunda, a grandeza área.

Ao utilizar a diversidade de recursos didáticos como suporte experimental como indicou Pais (2000), na organização do processo de ensino e aprendizagem, temos o objetivo de facilitar a mediação entre os agentes do processo escolar e, dessa forma, elaborar o saber, ou seja, produzir a aprendizagem dos alunos, como dito por Lorenzato (2006). Com isso faz sentido realizar a TD preconizada por Chevallard (2005) para levar o 'saber matemático' ou saber científico para o 'saber ensinado'. Assim, um cuidado especial deve ser tomado no uso do material didático explorado em sala de aula.

Barbosa (2003, p. 38) define "uma poligonal é uma figura formada por uma sequência de pontos A_1, A_2, ... , A_n e pelos segmentos A_1A_2, A_2A_3 , ... , $A_{n-1}A_n$. Os pontos são os vértices da poligonal e os segmentos são os lados". Um pouco adiante, o autor define polígono como sendo uma poligonal satisfazendo as condições: "(a) $A_n = A_1$, (b) os lados da poligonal se interceptam somente em suas extremidades, (c) cada vértice é extremidade de dois lados e (d) dois lados com mesma extremidade não pertencem a uma mesma reta". Com clareza sobre a definição, podemos materializar os polígonos por faixas de papel, sem perder o foco no conceito dessas figuras geométricas, ou seja, no saber sábio.

O quadro 1, adaptado de Miranda (1993), fornece os ângulos centrais de polígonos, cujos valores são números inteiros, uma vez que as possiblidades de marcação são mais aproximadas do real, pelo uso do transferidor e facilitam o processo de dobraduras. Na primeira coluna indicamos o número de lados, na segunda o ângulo central e, na terceira, as bissetrizes dos externos adjacentes.

Quadro 1 - Ângulos centrais e bissetrizes dos ângulos exteriores suplementares.

n. lados polígono	Ângulo central	Ângulo interno	Bissetriz
3	120º	60º	60º
4	90º	90º	45º
5	72º	108º	36º
6	60º	120º	30º
8	45º	135º	22,5º
9	40 º	140º	20º
10	36º	144º	18º
...	...	...	...

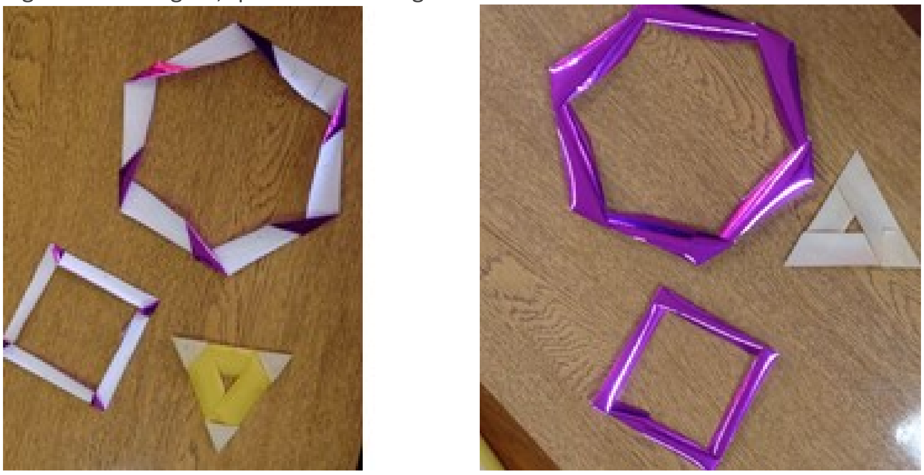
Feitas essas considerações, passamos, na sequência, a indicar algumas construções realizadas, bem como conclusões a que o grupo de estudos e pesquisas já chegou, algumas das quais já foram sendo encaminhadas neste item, mas que serão detalhadas.

RESULTADOS

Como já explicitado no item anterior, a escolha e as dimensões do material empregado foram os primeiros passos realizados, ou seja, o papel escolhido foi o laminado, para o triângulo e o quadrado. Utilizamos largura de 1cm e comprimento do lado de 4cm que permitiram uma boa visualização e um bom manuseio do material, facilitaram as dobras e a marcação dos ângulos. Por sua vez, aumentando o número de lados, houve necessidade de ampliar as dimensões, então, para manter certa proporcionalidade, passamos a utilizar 2,5cm de largura e 10 cm de lado. Com isto verificamos que as figuras ficam bem formadas e o efeito do colorido da folha permite verificar o ângulo interno do polígono com certa facilidade e delimitar adequadamente os vértices.

Com tais escolhas, o quadrado que ficava muito fechado (Figura 4), quase como uma região quadrada, e o hexágono, por exemplo, adquiriram um visual atraente (Figura 7). Observar a dobradura pelo verso do laminado, como nos da esquerda, permite analisar mais facilmente detalhes das figuras como os vértices, os lados, o estrelado interno, facilitando, por exemplo, a conferência de medidas. Na figura da direita tais detalhes não são tão visíveis como na anterior. Comparando com a construção do triângulo, feita com o primeiro material, podemos reforçar a opção pela escolha do laminado.

Figura 7 – Triângulo, quadrado e hexágono.

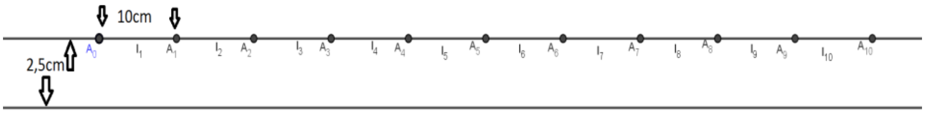


Fonte: Autoria própria (2017).

Ao explorarmos materiais didáticos diferentes como os que aqui empregamos, realizar diferentes experimentos com medidas de lados, ângulos, comprimentos das faixas, dobras e redobras, uso do transferidor, dentre outros, entendemos que tais recursos parecem ser fundamentais para a compreensão e conceitualização dos entes geométricos e, como indicaram Botas e Darlinda (2013), se constituem em formas de aprendizagem matemática enriquecedoras para auxiliarem na abstração em Matemática. Além disso, promovem meios para auxiliar na solução de problemas em diferentes fases do processo de planejamento, como recomendado por (ZABALA, 1998) possibilitando, na nossa compreensão, em realizações didáticas que permitem a TD indicada por Chevallard (2005), sobremodo na elaboração de visualização como indicado por Leivas (2009).

Na sequência, vamos explanar sobre a construção do pentágono, cujo ângulo central é de 108º, suplementar de 72º, bissetriz de 36º e medida de lado igual a 10cm. Ao planejarmos a faixa para as marcações, verificamos que haveria necessidade de um comprimento de mais de 50cm o que vai além da dimensão da folha. Assim, novo experimento com o material foi necessário: como proceder? Após vários estudos e experimentos, concluímos que a melhor situação é fixar as duas folhas, lado a lado, com uma fita adesiva, por baixo e, posteriormente, fazer as marcações das medidas para, finalmente, destacar uma única faixa e realizar as dobras. A Figura 8 ilustra o primeiro passo, a saber, a marcação dos vértices e das medidas dos lados desejados.

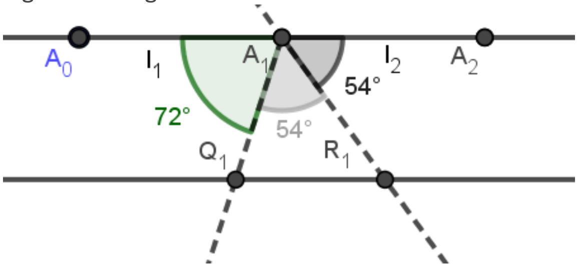
Figura 8 – Medição dos vértices e lados do pentágono.



Fonte: arquivo próprio no GeoGebra (2017).

Relembramos a necessidade de um pequeno espaço na parte superior da folha, espaços antes do primeiro e do último ponto e um maior na parte inferior para facilitar o uso do transferidor na marcação dos ângulos. Na figura 9, encontramos as representações do ângulo central e bissetriz do externo. Faremos o detalhamento para o vértice A_1, repetindo-se o procedimento para os demais, o que pode ser feito utilizando o jogo de esquadros, explorando paralelismo.

Figura 9 – Ângulos e linhas de dobra no vértice A_1.

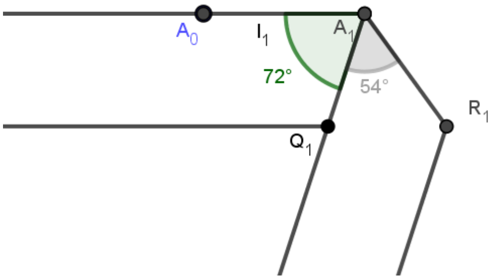


Fonte: arquivo próprio no GeoGebra (2017).

Marcamos, a partir do vértice A_1, o ângulo central $A_0A_1Q_1$ de 72º e o seu suplementar $Q_1A_1A_2$ de 108º, do qual devemos obter a bissetriz A_1R_1. Esse processo é repetido em todos os vértices. Constatamos, nessa sequência de atividades necessárias para a obtenção dos polígonos por dobradura, possibilidades de identificação e designação de saberes, como conteúdos a ensinar como foi dito por Chevallard (2005) em criações didáticas, uma vez que é possível o professor dialogar com seus estudantes ao abordar conceitos geométricos como paralelismo, bissetrizes, dentre outros, os quais, necessariamente, não precisam já estarem consolidados no conhecimento dos estudantes. Eles podem ir sendo construídos simultaneamente e isso nos parece caracterizar a TD.

Após a construção visualizada na Figura 9, vamos ao dobra aqui, dobra ali. Para isso devemos, inicialmente, fazer o recorte da faixa de papel pelas duas linhas horizontais paralelas e, posteriormente, fazer a dobra pelas bissetrizes (no exemplo, A_0R_0, A_1R_1, A_2,R_2, e assim sucessivamente, como ilustrado na Figura 10. Em seguida, essa dobra-se sobre si mesmo, sobrepondo-se a A_0Q_0, A1Q_1, etc... articulando-se os lados do polígono.

Figura 10– Primeira dobra no vértice A_1 pela bissetriz.

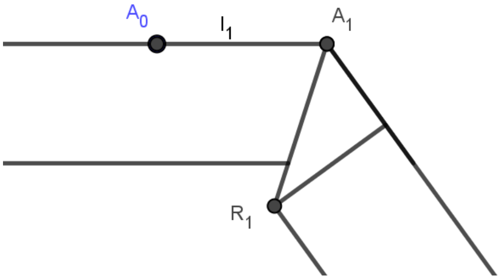


Fonte: arquivo próprio no GeoGebra (2017).

Ens. Tecnol. R., Londrina, v. 1, n. 2, p. 209-225, jul./dez. 2017.

A segunda dobra é feita como na figura 11.

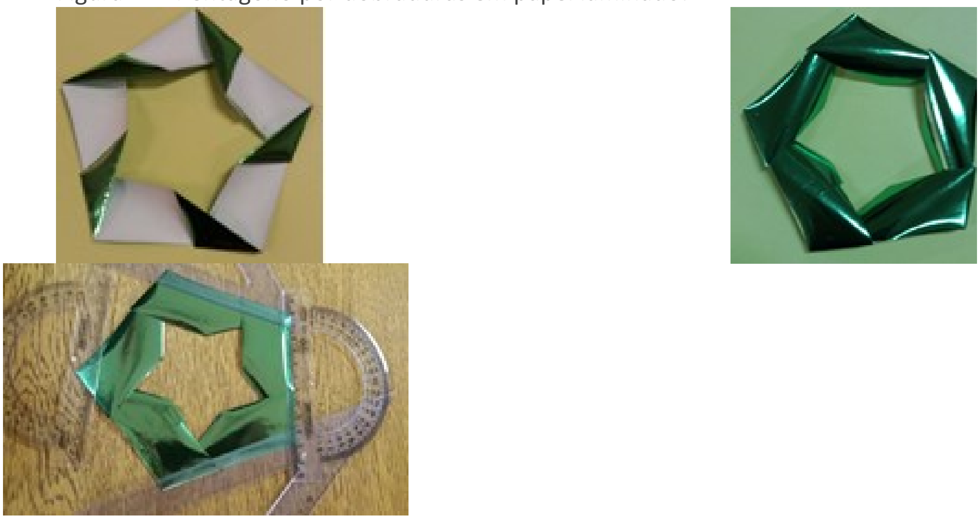
Figura 11– Segunda dobra no vértice A_1.



Fonte: arquivo próprio no GeoGebra (2017).

Este processo é repetido em todos os vértices o que irá determinar o polígono, conforme se vai passando para A_2, A_3, A_4,A_5, quando este último deverá se conectar com A_0, dando o formato final do pentágono. Na Figura 12 consta o pentágono finalizado construído no papel laminado de duas formas.

Figura 12– Pentágono por dobraduras em papel laminado.



Fonte: Autoria própria (2017).

Observamos, na figura da esquerda, o pentágono visualizado pelo verso da folha do papel laminado, na qual podem ser explorados os vértices do polígono de forma diferenciada da construção central. Como o papel laminado é comercializado em rolos se faz necessário previamente desenrolá-lo, por assim dizer. Assim, a figura central evidencia essa forma, sendo necessário deixar sob pressão por algum tempo o polígono ou a folha, antes de iniciar o processo. No pentágono da direita a forma já se encontra quase plana o que permite visualizar a estrela de cinco pontas interna à construção. Por sua vez, as medições dos lados e ângulos estão sendo verificadas com o transferidor. Um aspecto a ser explorado e bem interessante é a medida dos ângulos que se apresentam no material e estabelecer relações entre elas.

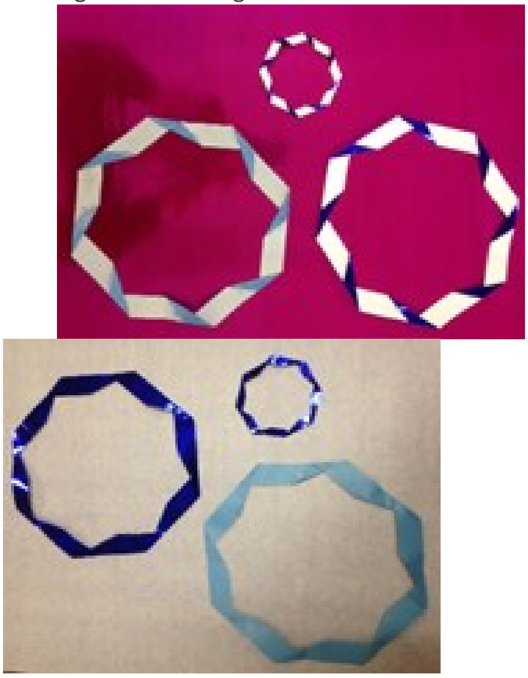
Assim como feita a explanação detalhada da construção do pentágono, outros polígonos foram construídos e merecem ser explorados, principalmente, em aulas do Ensino Fundamental, considerando-se que pouca Geometria é desenvolvida neste nível de escolaridade e, muitas vezes, sem despertar interesse dos estudantes.

Na figura 13 ilustramos o octógono em dois tamanhos distintos e dois materiais. Sendo o ângulo central igual a 45°, o adjacente de 135°, a bissetriz corresponde ao ângulo de 67,5°. Para o menor, foi usada a largura da faixa de 1cm e comprimento de 4cm e para as maiores, de 2,5cm por 10cm de comprimento. Na esquerda, os polígonos são

Ens. Tecnol. R., Londrina, v. 1, n. 2, p. 209-225, jul./dez. 2017.

visualizados pelo verso da folha e na direita pelo lado correto. Ao que tudo indica, nos parece que as primeiras proporcionam melhor visualização dos entes geométricos representados/envolvidos. O leitor pode fazer sua escolha.

Figura 13 – Octógono



Fonte: Autoria própria (2017).

Na sequência apresentamos a construção do eneágono (Figura 14). Usamos as mesmas medidas anteriores, mas somente em papel laminado. Concluímos que o outro material não favorece as dobras nem os recortes, além de não proporcionar boa visualização. Identificamos que pode ser utilizada uma espátula para quebrar a fibra do papel nas linhas de dobra, o que permite que os ângulos fiquem melhor definidos nos vértices.

Figura 14 - Eneágono

Fonte: Autoria própria (2017).

Até o presente momento, chegamos à exploração do decágono (Figura 15), seguindo os passos similarmente ao feito no anterior. Sendo o ângulo central de 144º, o adjacente de 36º, a bissetriz de 18º, observamos, nesse momento, o aumento significativo do comprimento da faixa, ou seja, a mais de 10x10 cm=100cm, pelos excessos necessários de início e de fim. Cuidados devem ser tomados ao recortar a faixa da folha, especialmente na parte superior, a fim de que o lado de 10cm do polígono não seja alterado. Da mesma forma, marcar os vértices entre as duas linhas fronteiras da faixa, para que facilite no momento das dobras, visualizando-os. Ao reunir o último ponto A_{10} com o primeiro A_0, tomar o cuidado para acertar o vértice e recortar os excessos.

Figura 15 - Decágono

Fonte: Autoria própria (2017).

Outro aspecto a levar em conta é a demarcação das faixas na folha, antes de recortar, a fim de economizar o papel. Concluímos que a melhor forma é verificar o comprimento necessário e colar duas partes da folha lado a lado. Nesse momento, identificamos possibilidades de explorar esses recursos: na medição de lados, ângulos internos, os triângulos formados ou outras regiões, determinação de perímetros e áreas, etc. Assim, não apenas o uso do transferidor e das dobras de papel são relevantes na atividade e todos eles constituem os recursos/materiais didáticos importantes para o ensino de Geometria.

A sequência dada a seguir (Figura 16) evidencia os polígonos construídos sequencialmente encaixados, mostrando que, à medida que aumenta o número de lados, o objeto aumenta de tamanho. Isso destaca a importância no desenvolvimento de habilidades visuais, em que o estudante pode estabelecer comparativos entre elementos das figuras.

Figura 16 – Sequências dos polígonos construídos.

Fonte: Autoria própria (2017).

No que segue, teceremos as considerações finais a respeito da investigação.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste artigo apresentamos resultados de uma pesquisa qualitativa realizada por um grupo de estudos e pesquisas em Geometria no uso de recursos/materiais didáticos manipulativos na exploração de dobraduras com papel para obtenção de polígonos. Na procura de respostas à questão de pesquisa, encontramos no papel laminado o melhor material do gênero para a confecção dos modelos de triângulos, quadrados, pentágonos, hexágonos, octógonos, eneágonos e decágonos. No que diz respeito a dimensões do material empregado, consideramos que tomar faixas de 1cm de largura ou 2,5cm são medidas adequadas para se obter boa visualização nas construções. Em termos de comprimento dos lados dos polígonos, consideramos, respectivamente, 4cm e 10cm para manter uma proporcionalidade.

No transcorrer do artigo, buscamos amparo na Transposição Didática de Chevallard (2005), acreditando que a sequência elaborada corresponde ao que o autor denomina de criação didática uma vez que ela pode permitir ao professor ou futuro professor de Geometria levar o saber científico relacionado a polígonos, áreas, perímetros, ângulos, etc ao saber ensinado, proporcionando ao aluno, especialmente o do Ensino Fundamental, uma aprendizagem eficiente e eficaz. Empregamos para a obtenção de ângulos o transferidor que é um material didático de pouco uso e conhecimento no ambiente escolar. Na realidade, a disciplina de Desenho Geométrico praticamente desapareceu nos currículos de formação de professores de Matemática e, nessa, o seu uso é feito em abundância, da mesma forma que esquadros, réguas e compasso.

Não raras são as vezes em que os estudantes começam a medir a partir do início da régua e não do seu marco inicial “0”. De forma similar, durante o experimento, a maioria dos participantes do grupo não conhecia um escalímetro, instrumento para medir corretamente, nem o transferidor.

A bibliografia recomenda que o uso de recursos didáticos, como os empregados na investigação, pode despertar o interesse do estudante na realização de atividades prazerosas e que levem à construção do conhecimento geométrico. De fato, constatamos nas experiências realizadas, o interesse e a empolgação durante a exploração do material.

Acreditamos, pois, que cumprimos com a questão de pesquisa e os objetivos propostos pelo grupo na investigação. O trabalho ainda não está concluído pois pretendemos alcançar a construção até o polígono de vinte lados, cujo grau de dificuldade vai aumentando. Com o desenvolvimento das habilidades motoras e visuais, é possível que se construa polígonos cujos ângulos não são inteiros, com a certeza de que os polígonos não terão a mesma exatidão dos construídos com medidas inteiras. Na sequência dos estudos pelo grupo serão aplicadas investigações em sala de aula na Escola Básica.

Polygons: fold here, fold there and a forgotten object - the protractor

ABSTRACT

In this article, we present a qualitative geometric research carried out by a group of studies led by the first author, involving students of a postgraduate program in Teaching of Science and Mathematics and teachers in continuous action, in the course of 2017. The research sought to answer on how to articulate the protractor and the role as didactic resources in a didactic transposition. Therefore, it aimed to articulate the protractor and role as didactic resources in a didactic transposition. The data collection was done by voice recordings, filming and photographs, which allowed the group to reflect on the didactic creation that can to provide the Didactic Transposition that takes the wise or scientific knowledge about polygons to the knowledge taught, to the basic school, providing meaningful learning. The results obtained with the experiments allow indicating that it is possible to realize the Didactic Transposition about the form of obtaining polygons by folding, developing visual abilities relevant to the geometric formation.

KEYWORDS: Didactic Transposition. Didactic Creation. Polygons by folding.

REFERÊNCIAS

BARBOSA, J. L. **Geometria euclidiana plana**. Rio de Janeiro, RJ: SBM. IMPA, 2005.

BORBA, M. C.; VILLARREAL, M. E. **Humans-with-Media and the Reorganization of Mathematical Thinking**- information and communication technologies, modeling, experimentation and visualization. USA: Springer, 2006.

BOTAS, D.; MOREIRA, D. A utilização dos materiais didáticos nas aulas de Matemática- um estudo no 1º ciclo. **Revista Portuguesa de Educação**, v. 26, n. 1, p. 253-286, 2013.

CHEVALLARD, Y. **La transposición didática**. 3. ed. 2a. reimp. Buenos Aires: Aique Grupo Editor, 2005.

FIORENTINI, D., LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática**: percursos teóricos e metodológicos. Campinas, SP: Autores Associados, 2006.

LEIVAS, J.C.P.; CURY, H.N. Transposição Didática: exemplos em Educação Matemática. **Educação Matemática em Revista RS**., v.1, n.10, p.65-74, 2009.

LEIVAS, J.C.P. **Imaginação, intuição e visualização**: a riqueza de possibilidades da abordagem geométrica no currículo de cursos de licenciatura de matemática. 294p.Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2009,

LORENZATO, S. Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis. LORENZATO, S. (org.). **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. Campinas, SP: Autores Associados, 2006. p. 3-38.

MIRANDA, V.C. Un recurso para la enseñanza de la Geometría. **Educación Matemática**, v. 5, n.1, 1993.

MOREIRA, P.C., DAVID, M.M.M.S. **A formação matemática do professor**: licenciatura e prática docente escolar. Belo Horizonte, MG: Autêntica, 2007.

PAIS, L. C. **Uma análise do significado da utilização de recursos didáticos no ensino da geometria**. 2000. Disponível em:<http://www.ufrrj.br/emanped/paginas/conteudo_producoes/docs_23/analise_significado.pdf>. Acesso em: 01 nov. 2017.

PASSOS, C. L. B. Materiais manipuláveis como recursos didáticos na formação de matemática. LORENZATO, S. (org.). **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. Campinas, SP: Autores Associados, 2006. p. 77-92.

ZABALA, A. **A prática educativa**: como ensinar. Porto Alegre, RS: Editora Artes Médicas Sul Lda. 1998.

Recebido: 18 nov. 2017.
Aprovado: 27 nov. 2017.
DOI: http://dx.doi.org/10.3895/etr.v1n1.7361.
Como citar:
LEIVAS, J. C. P.; SOARES, G. O.; LAR, D. S. Polígonos: dobra aqui, dobra ali e um objeto esquecido – o transferidor. **Ens. Tecnol. R.**, Londrina, v. 1, n. 2, p. 209-225, jul./dez. 2017. Disponível em: <https://periodicos.utfpr.edu.br/etr/article/view/7361>. Acesso em: XXX.
Correspondência:
José Carlos Pinto Leivas
Rua Major Ernesto Witrock, 141 ap. 202B, Centro, Canoas, RS, Brasil