

# Ensino de frações pela perspectiva de medição: elaboração e aplicação de um produto educacional com barras de Cuisenaire

## RESUMO

**Vanessa Garcia Shiinoki**  
[vanessashiinoki@gmail.com](mailto:vanessashiinoki@gmail.com)  
[orcid.org/0009-0003-1767-2006](https://orcid.org/0009-0003-1767-2006)  
Prefeitura Municipal de Londrina,  
Londrina, Paraná, Brasil.

**Zenaide de Fátima Dante Correia Rocha**  
[zenaiderocha@utfpr.edu.br](mailto:zenaiderocha@utfpr.edu.br)  
[orcid.org/0000-0002-1489-6245](https://orcid.org/0000-0002-1489-6245)  
Universidade Tecnológica Federal  
do Paraná (UTFPR). Londrina,  
Paraná, Brasil.

**Henrique Rizek Elias**  
[henriqueelias@utfpr.edu.br](mailto:henriqueelias@utfpr.edu.br)  
[orcid.org/0000-0002-9660-7303](https://orcid.org/0000-0002-9660-7303)  
Universidade Tecnológica Federal  
do Paraná (UTFPR). Londrina,  
Paraná, Brasil.

A elaboração de Produtos Educacionais no campo da Educação Matemática representa uma importante estratégia para aproximar a pesquisa acadêmica da prática docente. Este artigo tem como objetivo analisar o processo de ensino de frações desenvolvido a partir da perspectiva da medição, utilizando as barras de Cuisenaire como recurso didático, com base na Abordagem Instrucional 4A, destinado a estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental. O produto, estruturado na forma de um e-book intitulado "Frações na medida certa!" elaborado por autores (Shiinoki; Rocha; Elias, 2025) fundamenta-se na Abordagem Instrucional 4A e no uso das barras de Cuisenaire como recurso didático. A construção da proposta foi orientada por referenciais teóricos que tratam dos significados das frações, das dificuldades enfrentadas na abordagem parte-todo e dos processos de raciocínio matemático descritos por Jeannotte e Kieran (2017). Ao descrever a elaboração da sequência didática e analisar os registros da prática em sala de aula, evidenciamos a potência da perspectiva de medição como alternativa para o ensino de frações, contribuindo para a formação conceitual dos estudantes e para a atuação docente fundamentada.

**PALAVRAS-CHAVE:** Educação Matemática. Produto Educacional. Frações. Medição. Raciocínio Matemático.

## INTRODUÇÃO

O ensino de frações nos anos iniciais do Ensino Fundamental ainda é marcado por inúmeros desafios. Como destaca Powell (2019a; 2019b; 2023), os estudantes apresentam dificuldades em compreender o significado das frações, frequentemente limitando-se a interpretações fragmentadas e a procedimentos mecânicos. Essas dificuldades estão associadas, em grande parte, ao predomínio de abordagens que tratam a fração exclusivamente como parte de um todo, restringindo as possibilidades de compreensão desse conceito a um único significado e negligenciando outras interpretações, como a de medida, razão, operador e quociente.

Com a intencionalidade de ampliar as possibilidades de ensino e aprendizagem das frações, este artigo tem como analisar o processo de ensino de frações desenvolvido a partir da perspectiva da medição, utilizando as barras de Cuisenaire como recurso didático, com base na Abordagem Instrucional 4A, destinado a estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental. Inspirada na proposta teórica de Powell (2019a; 2019b; 2023), a fração é tratada como resultado de um processo de mensuração, o que permite trabalhar com ideias como unidade, comparação e equivalência de maneira concreta. Para isso, foram utilizadas as barras de Cuisenaire como recurso didático, articulando teoria e prática por meio da Abordagem Instrucional 4A. Essa abordagem tem como finalidade desenvolver conceitos matemáticos a partir de experiências concretas e reflexivas, nas quais o conhecimento é construído ativamente pelos estudantes em um contexto social. Portanto, estrutura-se em quatro fases interligadas: Ações Atuais, Ações Virtuais, Ações Escritas e Ações Formalizadas que conduzem os estudantes de atividades manipulativas com as barras de Cuisenaire à construção simbólica e formal das ideias matemáticas, de modo flexível e iterativo.

Entretanto, introduzir a fração por meio do seu significado de medida não é o habitual para muitos professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Como mostram Elias e Trevisan (2020), os professores estão acostumados a iniciar o trabalho de frações por meio do significado de parte-todo (usualmente utilizando pizzas e barras de chocolate), o mesmo ocorre com livros didáticos, conforme apresentado por Scheffer e Powell (2021). Para os estudantes, essa perspectiva parte-todo pode implicar em dificuldades conceituais, pois, como argumenta Powell (2019b), um desafio conceitual é que a divisão em partes iguais de um objeto dificulta a produção de significado a uma fração imprópria, uma fração cujo numerador é maior que o seu denominador.

O Produto Educacional foi elaborado como resultado de uma pesquisa de mestrado desenvolvida no contexto de uma turma de 5º ano do Ensino Fundamental (Shiinoki; Rocha; Elias, 2025), com o intuito de investigar de que forma os estudantes mobilizam processos de raciocínio matemático como comparar, justificar, conjecturar, classificar e generalizar (Jeannotte; Kieran, 2017) ao interagirem com as propostas. Embora outras pesquisas já explorem o uso das barras de Cuisenaire no ensino de frações (por exemplo, Amaral, Souza e Powell (2021)), esta iniciativa se diferencia ao reunir fundamentos teóricos, estratégias didáticas e experiências em sala de aula em um material estruturado e replicável por outros docentes.

Nos próximos tópicos, serão apresentados os fundamentos que orientaram a elaboração do Produto Educacional, os procedimentos de aplicação em sala de

aula, os resultados observados durante o processo e as reflexões geradas a partir dessa experiência.

## APRESENTANDO O PRODUTO EDUCACIONAL: AS BASES TEÓRICAS

O desenvolvimento do Produto Educacional fundamenta-se em três pilares teóricos centrais: a compreensão das frações pela perspectiva da medição, a Abordagem Instrucional 4A para o ensino das frações e os processos de raciocínio matemático que permeiam a aprendizagem dos estudantes.

### As Frações como Medição

Powell (2019b) realiza um resgate histórico sobre o surgimento das frações, identificando duas perspectivas distintas: a partição e a medição. A perspectiva de partição enfatiza a divisão de objetos discretos em partes iguais, enquanto a de medição relaciona-se à comparação de quantidades contínuas. Historicamente, a abordagem de partição que interpreta frações como partes de um todo dividido tem predominado nos livros didáticos, devido a debates filosóficos e avanços tecnológicos que facilitaram a inclusão de representações visuais (Powell, 2023).

Ainda que amplamente utilizada, a perspectiva parte-todo apresenta limitações, como a dificuldade de atribuir sentido a frações impróprias e a confusão com números naturais (Silveira; Souza; Powell, 2024). Já a perspectiva da medição entende a fração não como uma parte de um objeto, mas como uma relação matemática de proporção entre duas quantidades da mesma natureza, com unidade comum de medida.

Para trabalhar a fração como medição, o uso de materiais que representam quantidades contínuas, como as barras de *Cuisenaire*, que permitem a visualização de relações multiplicativas sem segmentações, podem favorecer a compreensão da fração como número (Powell, 2019a; 2019b). Essas barras coloridas, desenvolvidas por Georges *Cuisenaire* na década de 1950, como mostra a Figura 1, possuem comprimentos proporcionais e cores distintas que facilitam a manipulação e o entendimento do conceito de magnitude e quantidade (Powell, 2018a).

Figura 1 - Uma escala das barras de Cuisenaire



Fonte: Powell (2019a)

A medição é um processo que envolve a comparação e atribuição de números a quantidades contínuas, sendo fundamental para a construção do sentido da fração como magnitude (Clements; Stephan, 2004; Powell, 2019a). Dessa forma, a fração é vista como uma relação multiplicativa entre medidas, em que o numerador indica a medida de uma grandeza pela unidade definida pelo denominador (Caraça, 1984; Powell, 2018b).

#### Abordagem Instrucional 4A

A Abordagem Instrucional 4A, idealizada por Powell (2018b) com base nos estudos de Gattegno (1973) e Vygotsky (1978; 1930), objetiva desenvolver o conceito de fração por meio de experiências pedagógicas estruturadas em quatro fases: Ações Atuais (AA), Ações Virtuais (AV), Ações Escritas (AE) e Ações Formalizadas (AF). Essa abordagem envolve treze possíveis atividades distribuídas em quatro fases que englobam o processo de ensino e de aprendizagem, começando pela experimentação, diálogo, avançando para ações virtuais e simbólicas. No Quadro 1, Powell (2018 b), sintetiza cada uma das fases da Abordagem Instrucional 4A.

**Quadro 1** - Atividades relacionadas às fases da Abordagem Instrucional 4°

<b>Ações Atuais</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Engaje as capacidades motoras e mentais dos estudantes (manipule, observe, ouça, veja, abstraia, compare, sequencie, destaque e ignore...). Instrua-os a manipular as barras de maneiras específicas para que, através de suas ações sobre as barras, percebam as relações alvo entre eles.</li> <li>2. Introduza a linguagem matemática, comparando-a, se necessário, à linguagem não matemática que os estudantes usam, e forneça oportunidades para que pratiquem falar matematicamente sobre o que realmente fazem e percebem com as barras.</li> <li>3. Faça com que os estudantes criem suas próprias situações com as barras que correspondam ao que está sendo trabalhado. Faça com que os estudantes falem, desenhem e escrevam sobre o que aprendem e forneça oportunidades para prática.</li> </ol>
<b>Ações Virtuais</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>5. Envolver os estudantes em ações virtuais: manipulando imagens mentais das barras de maneiras semelhantes às que os estudantes executaram em ações reais.</li> <li>6. Faça com que os estudantes criem, sem as barras, suas próprias situações matemáticas que correspondam ao que está sendo trabalhado.</li> <li>7. Faça com que os estudantes falem e escrevam sobre o que aprendem e forneça oportunidades para prática.</li> </ol>
<b>Ações Escritas</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>8. Introduza a escrita de expressões e equações matemáticas que representem o que os estudantes já podem fazer oralmente e virtualmente, e forneça oportunidades para prática com as barras disponíveis.</li> <li>9. Faça com que os estudantes criem expressões ou equações com ou sem as barras disponíveis.</li> <li>10. Faça com que os estudantes falem e escrevam sobre o que aprendem e forneça oportunidades para prática.</li> </ol>
<b>Ações Formalizadas</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>11. Formalize simbolicamente ou como uma definição as ideias, conceitos e procedimentos matemáticos que têm sido a base das manipulações matemáticas reais e virtuais dos estudantes com as barras.</li> <li>12. Faça com que os estudantes falem e escrevam sobre sua compreensão de suas ideias matemáticas em declarações formais, simbólicas ou de definição.</li> <li>13. Forneça oportunidades para que os estudantes pratiquem sua representação formalizada, simbólica ou de definição do que fizeram com as barras.</li> </ol>

Fonte: (Powell, 2018a, p. 410 tradução nossa).

Nessa metodologia, os estudantes interagem inicialmente com o material concreto as barras de *Cuisenaire* manipulando, observando e estabelecendo relações de comparação, o que caracteriza a fase de Ações Atuais. Em seguida, passam para a fase de Ações Virtuais, em que realizam ações mentalmente, sem o uso direto das barras, promovendo uma transição do concreto para o abstrato. A fase de Ações Escritas estimula a verbalização e a representação simbólica das relações observadas, por meio de expressões matemáticas. Por fim, a fase de Ações Formalizadas privilegia a formalização simbólica e a discussão conceitual das ideias matemáticas desenvolvidas.

Essa abordagem não é linear e permite que estudantes avancem ou retornem entre as fases conforme suas necessidades, garantindo uma aprendizagem flexível e contínua. A familiarização com as barras, o estabelecimento de nomenclaturas comuns e o uso progressivo da linguagem matemática são essenciais para o processo.

### Raciocínio Matemático

O raciocínio matemático é uma habilidade transversal, indispensável para a construção do conhecimento em Matemática e em outras áreas (Ponte; Quaresma; Mata-Pereira, 2020). Ele é caracterizado como um processo mental e narrativo que utiliza o conhecimento prévio para gerar novas inferências, ultrapassando a mera memorização de conceitos e procedimentos (Mata-Pereira; Ponte, 2013).

Jeannotte e Kieran (2017) categorizam os processos de raciocínio matemático em três grupos: (i) busca por semelhanças e diferenças, que envolve generalização, conjectura, identificação de padrões, comparação e classificação; (ii) validação, que inclui justificativa, prova e prova formal; e (iii) apoio a esses processos, por meio da exemplificação.

Enquanto o raciocínio dedutivo fundamenta a validação do conhecimento matemático (Oliveira, 2002), o raciocínio indutivo e o abduutivo são cruciais para a formulação e teste de conjecturas e generalizações (Pólya, 1990; Peirce, 1931–1958). O ciclo entre esses processos é essencial para o desenvolvimento do pensamento matemático.

A generalização consiste em extrapolar conclusões a partir da análise de um conjunto maior de objetos matemáticos. A conjectura é a formulação de hipóteses plausíveis com base em regularidades observadas. A identificação de padrões, comparação e classificação permitem organizar e distinguir propriedades, enquanto a justificativa e a prova validam as conjecturas, aprimorando a compreensão conceitual dos estudantes (Jeannotte; Kieran, 2017; Lannin; Ellis; Elliot, 2011).

Assim, os processos de raciocínio matemático estão interligados, promovendo o desenvolvimento de um discurso matemático cada vez mais complexo e fundamentado. Esses processos embasam a análise das aprendizagens no presente Produto Educacional, que utiliza a perspectiva da medição e a Abordagem Instrucional 4A para o ensino das frações.

## ESCOLHAS METODOLÓGICAS

Este artigo, assim como a dissertação de mestrado (Shiinoki, 2025) que originou o Produto Educacional, adota uma abordagem metodológica que segue os preceitos da pesquisa qualitativa (Bogdan; Biklen, 1994; Esteban, 2010). A pesquisa qualitativa na sala de aula, com o pesquisador desempenhando o papel de professor, oferece uma oportunidade para investigar e compreender a dinâmica educacional de forma contextualizada e imersiva (Vasconcellos, 2019).

Ao adotar essa abordagem, o professor/pesquisador tem a possibilidade de explorar as interações e experiências dos estudantes de maneira mais aprofundada. Além disso, a pesquisa qualitativa na sala de aula permite ao professor refletir sobre sua prática pedagógica e buscar aprimoramento contínuo, promovendo uma abordagem reflexiva e crítica ao processo de ensino-aprendizagem (Freire, 1996).

O planejamento das aulas foi elaborado a partir de estudos teóricos conduzidos em parceria com o grupo de pesquisa MEPPE<sup>1</sup>, que discutiu textos sobre frações na perspectiva da medição e a Abordagem Instrucional 4A. As atividades foram inspiradas e adaptadas do livro *Fração à Moda Antiga* (Amaral; Souza; Powell, 2021), bem como de artigos de Powell (2019a; 2019b) que abordam o desenvolvimento do conhecimento sobre frações e suas magnitudes.

O percurso de preparação incluiu a leitura e discussão de textos teóricos nos encontros realizados virtualmente entre agosto e setembro de 2023, seguidos da elaboração, organização e refinamento do planejamento das aulas. O planejamento também passou por análise crítica e discussão em grupo, permitindo ajustes para atender às necessidades pedagógicas e alinhar as atividades com as fases da Abordagem Instrucional 4A.

A pesquisa foi realizada em uma turma de 5º ano do Ensino Fundamental, em uma escola da rede municipal de Londrina (PR), da qual a pesquisadora era regente. A coleta de dados ocorreu ao longo de quatro dias, totalizando oito aulas de 60 minutos. As atividades abordaram a comparação de comprimentos, a construção de simbologias, a representação de frações e a comparação entre frações com denominadores iguais, sempre articulando as fases da Abordagem 4A (Ações Atuais, Virtuais, Escritas e Formalizadas).

Os estudantes foram organizados em grupos e trabalharam com diversos recursos, como barras físicas (madeira) e magnéticas, *flip chart* e materiais para registro. Foram utilizados diferentes instrumentos de coleta, como gravações de áudio das interações em grupo e da professora, registros escritos, fotografias e diário de campo.

A análise dos dados concentrou-se na identificação de cinco processos de raciocínio matemático: comparar, conjecturar, classificar, generalizar e justificar, os quais emergiram com destaque durante as interações promovidas pelas propostas (Shiinoki, 2025).

A pesquisa recebeu aprovação do Comitê de Ética em Pesquisas envolvendo seres humanos da UTFPR, com o número de registro CAAE: 71636523.7.0000.5547, e da Secretaria Municipal de Educação de Londrina, mediante ofício 23064.030831/2023-61. Antes do início das aulas destinadas à pesquisa, a professora dialogou com as famílias dos estudantes para explicar os propósitos da

pesquisa, o conteúdo das aulas planejadas e fornecer o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) aos pais. No mesmo dia, durante a aula, os 30 estudantes da turma também foram abordados e apresentados ao Termo de Assentimento Livre e Esclarecido (TALE). Ressalta-se que essa abordagem foi realizada com o apoio e a colaboração da direção da escola e da coordenação pedagógica. Todos os nomes utilizados ao longo da pesquisa são fictícios, visando manter o anonimato dos participantes.

### **DESCREVENDO O PRODUTO EDUCACIONAL**

O Produto Educacional elaborado consistiu em um e-book<sup>2</sup> com o título "Frações na medida certa!" (Shiinoki; Rocha; Elias, 2025), destinado a professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental. O material apresenta uma sequência didática estruturada em quatro aulas, organizada conforme a Abordagem Instrucional 4A: Ações Atuais, Ações Virtuais, Ações Escritas e Ações Formalizadas. Cada aula contém objetivos, sugestões metodológicas, atividades com o uso das barras de *Cuisenaire*, orientações para o professor e espaços para reflexão.

O planejamento da sequência foi realizado com base em referenciais teóricos e nas necessidades observadas na prática docente. As atividades foram elaboradas com foco na construção do conceito de fração pela perspectiva de medição, a partir da comparação entre barras de diferentes comprimentos. As tarefas promovem a observação, a formulação de hipóteses e a representação simbólica das relações estabelecidas.

### **APLICAÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA**

A aplicação ocorreu ao longo de quatro encontros em uma turma de 30 estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental, em uma escola pública municipal do norte do Paraná. A professora da turma atuou também como pesquisadora. Durante as aulas, foram observados avanços progressivos na mobilização de processos de raciocínio matemático. O Quadro 2 apresenta uma síntese do planejamento para cada dia de aula.

**Quadro 2 - Síntese do planejamento das aulas**

<b>Objetivos de aprendizagem</b> • Estabelecer relações entre os comprimentos das barras; • Explorar a equivalência de frações; • Diferenciar as frações próprias e impróprias; Compreender que entre duas frações com o mesmo denominador, terá a maior medida aquela que tiver o maior numerador.			
<b>AULAS</b>	<b>CONTEÚDOS E ESTRATÉGIAS DE ENSINO</b>	<b>DURAÇÃO</b>	<b>FASES DA ABORDAGEM INSTRUCIONAL 4A</b>
<b>AULA 1 (01/11/23)</b>	EXPLORAÇÃO E COMPARAÇÃO COM BARRAS DE CUISENAIRE - Manipulação das barras de Cuisenaire. - Comparação entre os comprimentos das barras. - Múltiplos e divisores. - Elaboração da simbologia para as cores das barras.	120 min	AA AV
<b>AULA 2 (06/11/23)</b>	COMPARAÇÃO E SIMBOLOGIA COM BARRAS DE CUISENAIRE - Utilização dos símbolos que representam cada cor de barra. - Comparações entre os comprimentos das barras. - Uso de símbolos matemáticos para representar as relações entre as barras: maior que (>), menor que (<), igual (=) e diferente (≠). - Escrita de sentenças matemáticas.	120 min	AA AV AE
<b>AULA 3 (13/11/23)</b>	REPRESENTAÇÃO DE FRAÇÕES COM BARRAS DE CUISENAIRE - Representação de frações utilizando as barras. - Conceito de frações equivalentes.	120 min	AA AV AE
<b>AULA 4 (14/11/23)</b>	COMPARAÇÃO DE FRAÇÕES COM DENOMINADORES IGUAIS - Conceito de frações equivalentes. - Comparação de frações com o mesmo denominador utilizando a fração como representação escrita. - Uso de símbolos matemáticos para representar as relações entre as frações com mesmo denominador: maior que (>), menor que (<), igual (=) e diferente (≠).	120 min	AA AV AE AF

Fonte: Shiinoki (2025).

Na Aula 1, os estudantes tiveram a oportunidade de explorar livremente as barras de Cuisenaire, comparando seus comprimentos e iniciando a construção de trens (barras colocadas ponta a ponta). Observou-se, nesse contexto, a predominância dos processos de comparação e classificação. A Figura 2 apresenta uma das atividades desenvolvidas.

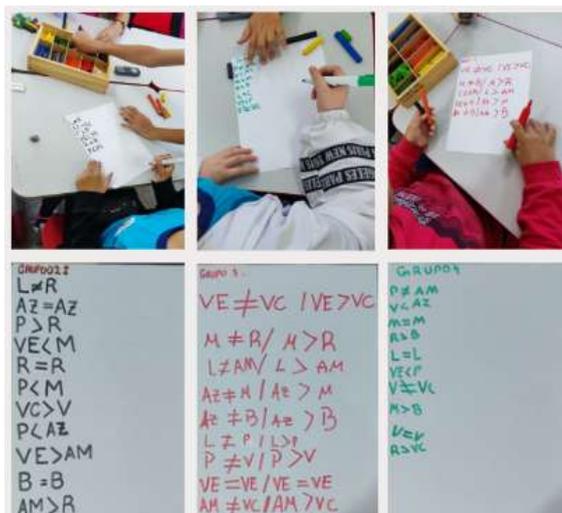
Figura 2 - Exploração das barras de Cuisenaire



Fonte: Shiinoki; Rocha; Elias, 2025.

Na Aula 2, os estudantes criaram simbologias para representar as cores das barras e começaram a fazer conjecturas sobre as relações entre as medidas. A Figura 3, ilustra o registro escrito dos estudantes ao comparar as barras.

Figura 3 - Comparação das barras de Cuisenaire



Fonte: Shiinoki; Rocha; Elias, 2025.

Na Aula 3, houve a introdução da linguagem matemática, com registros escritos de frações e comparações simbólicas. A Figura 4, demonstra o momento que os estudantes estão estabelecendo relações entre as barras.

**Figura 4** – Representação de frações com as barras de Cuisenaire



Fonte: Shiinoki; Rocha; Elias, 2025.

Na Aula 4, os conceitos foram sistematizados e discutidos com base nos registros dos estudantes. Verificou-se uma ampliação da compreensão sobre frações equivalentes e comparação com denominadores iguais. A Figura 5, demonstra a comparação de frações com denominadores iguais.

**Figura 5** – Representação e comparação de frações



Fonte: Shiinoki; Rocha; Elias, 2025.

## ANÁLISE DOS RESULTADOS

A análise das produções dos estudantes indica que as atividades propostas favoreceram o envolvimento com diferentes processos de raciocínio matemático, conforme propostos por Jeannotte e Kieran (2017): comparar, conjecturar, justificar, classificar e generalizar. Tais processos se articularam às fases da Abordagem Instrucional 4A (Powell, 2023), evidenciando avanços na compreensão conceitual das frações.

Na fase das Ações Atuais, os estudantes exploraram as barras de *Cuisenaire*, realizando comparações diretas de comprimento e organização de “trens” (barras colocadas ponta a ponta). Essa manipulação evidencia o processo de comparação, no qual os alunos observam semelhanças e diferenças entre medidas para construir relações de equivalência. Segundo Jeannotte e Kieran (2017), comparar é uma ação inicial do raciocínio matemático, pois permite ao estudante estabelecer relações e buscar regularidades entre representações.

MÔNICA: Eu peguei a barra preta e depois eu peguei a barra branca e fui colocando uma do lado da outra até chegar no tamanho da barra preta.

Essa ação revela o uso da comparação direta como estratégia de mensuração, aspecto central da abordagem de Powell (2019b), para quem o significado de fração se constrói a partir da relação entre unidade e medida. A exploração

concreta favoreceu a formulação de hipóteses e o surgimento de conjecturas, entendidas, segundo Jeannotte e Kieran (2017), como suposições elaboradas pelos estudantes diante de padrões observados.

O desenvolvimento de conjecturas e justificações aparece quando os estudantes passam a representar frações impróprias e equivalentes:

PROFESSORA: Se colocarmos as 8 peças brancas ao lado da marrom, o que vai acontecer?

MÔNICA: É do mesmo tamanho da barra marrom. Eu fiz isso aqui!

PROFESSORA: E se fossem 9 barras brancas?

ESTUDANTES: 9/8.

YARA: Aqui é maior que a barra marrom. Tem uma peça a mais.

A fala de Yara ilustra o processo de conjectura e, ao mesmo tempo, de justificação, pois ela utiliza a observação empírica para sustentar sua conclusão. Conforme Powell (2019b), a perspectiva de medição contribui para que os estudantes compreendam frações com numeradores maiores que o denominador, o que nem sempre é possível em abordagens do tipo parte-todo. A seguir, observa-se a mobilização de Ações Virtuais, quando Hugo recorre mentalmente à sequência das barras para estimar medidas:

HUGO: Eu lembro da sequência, antes da azul está a marrom, então a marrom vale 8.

Esse tipo de ação, segundo Powell (2018a), evidencia a passagem do concreto ao mental, característica da fase das Ações Virtuais, em que o estudante internaliza as relações construídas pela manipulação. Os momentos de comparação e generalização tornam-se mais explícitos quando os estudantes discutem regras sobre frações com denominadores iguais:

PROFESSORA: Temos as frações  $6/9$  e  $2/9$ ; qual símbolo utilizamos ao compará-las?

PEDRO:  $6/9$  é maior.

PROFESSORA: A representação do Pedro está correta?

JULIANA: Sim, porque o numerador está diferente e o denominador está igual. Então, se o denominador é igual, temos que olhar para o numerador e aí dá para saber qual é a maior fração.

Nessa interação, observa-se o processo de generalização, quando a estudante formula uma regra que pode ser aplicada a outras situações. Jeannotte e Kieran (2017) afirmam que generalizar é uma forma avançada de raciocínio, pois envolve abstrair e reconhecer regularidades entre casos distintos. Esse momento corresponde à fase das Ações Formalizadas (Powell, 2018a), na qual os estudantes expressam as relações matemáticas de forma simbólica e argumentativa.

Nas etapas finais da sequência didática, foram registradas justificativas mais elaboradas, nas quais os estudantes utilizaram a linguagem matemática com maior precisão, tanto oralmente quanto nos registros escritos. Isso evidencia um avanço na capacidade de argumentar e explicar, consolidando o raciocínio matemático desenvolvido ao longo da experiência.

Assim, a análise sugere que o trabalho com as barras de Cuisenaire, sob a perspectiva de fração como medida e orientado pela Abordagem Instrucional 4A, potencializou a mobilização dos processos de raciocínio matemático propostos por Jeannotte e Kieran (2017), permitindo aos estudantes construir significados mais amplos e consistentes sobre as frações.

## **POSSIBILIDADES E LIMITAÇÕES DO PRODUTO EDUCACIONAL**

O Produto Educacional desenvolvido a partir da Abordagem Instrucional 4A, voltado para o ensino de frações pela perspectiva da medição, traz importantes possibilidades para a prática pedagógica. Ao trabalhar com as barras de Cuisenaire, o material pode favorecer a aproximação dos estudantes com conceitos matemáticos de forma concreta e gradual.

Além disso, o Produto Educacional permite que o professor acompanhe e interprete os processos cognitivos dos alunos, identificando suas conjecturas, comparações, classificações, generalizações e justificativas. O caráter flexível da Abordagem Instrucional 4A também possibilita que os estudantes retornem a etapas anteriores para consolidar conceitos.

Por outro lado, algumas limitações precisam ser consideradas. Destaca-se a importância da familiaridade do professor com as barras de Cuisenaire e com a própria abordagem, o que requer um estudo prévio por parte do professor. Além disso, a aplicação das atividades demanda tempo suficiente para que os estudantes possam vivenciar todas as fases propostas. Nesse sentido, embora fosse desejável avançar com a atividade "Corrida das Cores" (Amaral; Souza; Powell, 2021), que trabalha a comparação de frações com denominadores diferentes, sua aplicação não foi possível devido à demanda de tempo e interações da Abordagem Instrucional 4A.

Outro ponto importante é a necessidade de um acompanhamento constante do professor para ajustar as atividades conforme as respostas dos estudantes, tornando indispensável uma postura reflexiva e flexível. Dessa forma, o Produto Educacional não deve ser visto como uma receita, mas como um recurso que deve ser adaptado ao contexto e às particularidades de cada grupo de estudantes.

Em resumo, o Produto Educacional apresenta um caminho para o ensino das frações, mas sua implementação requer atenção aos desafios relacionados à formação docente, à gestão do tempo e à adaptação pedagógica, garantindo que a aprendizagem seja alinhada às experiências dos estudantes.

## **CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Este artigo teve como objetivo analisar o processo de ensino de frações desenvolvido a partir da perspectiva da medição, utilizando as barras de Cuisenaire como recurso didático, com base na Abordagem Instrucional 4A, destinado a estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental. A proposta foi elaborada a partir de fundamentos teóricos, com base na Abordagem Instrucional 4A e no uso das barras de Cuisenaire, e aplicada em uma sequência didática composta por quatro aulas.

A aplicação do Produto Educacional permitiu observar como os estudantes mobilizaram diferentes processos de raciocínio matemático, como comparar, conjecturar, classificar, generalizar e justificar, durante as atividades propostas. A transição do material concreto para representações simbólicas contribuiu para a

---

construção do entendimento das frações como relações de medida, diferenciando-se de abordagens tradicionais centradas na ideia de parte-todo.

Além disso, a experiência indicou que o material elaborado pode servir de referência para professores que desejam ampliar suas estratégias de ensino das frações, articulando teoria e prática em sala de aula. Recomenda-se a continuidade das investigações sobre o uso da perspectiva da medição em diferentes contextos educacionais, a fim de ampliar as possibilidades pedagógicas e aprofundar a compreensão dos conceitos fracionários pelos estudantes.

# Teaching fractions from a measurement perspective: development and implementation of an educational product using Cuisenaire rods

## ABSTRACT

The development of Educational Products in the field of Mathematics Education represents an important strategy for bringing academic research closer to teaching practice. This article aims to analyze the teaching process of fractions from the perspective of measurement, using Cuisenaire rods as a didactic resource and based on the 4A Instructional Approach, intended for 5th-grade Elementary School students. The product, structured as an e-book entitled “Frações na medida certa!” and developed by the authors (Shiinoki, Rocha, and Elias (2025)), is grounded in the 4A Instructional Model and in the use of Cuisenaire rods as a teaching resource. The construction of the proposal was guided by theoretical frameworks that address the meanings of fractions, the challenges faced in the part-whole approach, and the processes of mathematical reasoning described by Jeannotte and Kieran (2017). By describing the development of the teaching sequence and analyzing classroom practice records, we highlight the potential of the measurement perspective as an alternative for teaching fractions, contributing both to students’ conceptual understanding and to a more well-founded teaching practice.

**KEYWORDS:** Mathematics Education. Educational Product. Fractions. Measurement. Mathematical Reasoning.

## NOTAS

1 O grupo Matemática Escolar: práticas, pesquisas e estudos (MEPPE) é um grupo de pesquisa vinculado à Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR) campus Londrina e está cadastrado no Diretório dos Grupos de Pesquisa do CNPq: [dgp.cnpq.br/dgp/espelhogrupo/8346690438897348](http://dgp.cnpq.br/dgp/espelhogrupo/8346690438897348).

2 Link de acesso ao e-book: <https://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/36652>. Acesso em: 20 out. 2025.

## REFERÊNCIAS

AMARAL, C. A. N.; SOUZA, M. A. V. F.; POWELL, A. B. **Fração à moda antiga**. Vitória, ES: Editora Ifes, 2021.

CARAÇA, B. de J. **Conceitos fundamentais da matemática**. 9. ed. Lisboa: Livraria Sá da Costa Editora, 1984.

CLEMENTS, D. H.; STEPHAN, M. Measurement in pre-K to grade 2 mathematics. *In*: CLEMENTS, J. S.; DI BIASE, A-M. (Org.). **Engaging young children in mathematics: Standards for early childhood mathematics education**. New Jersey: LEA, D.H., 2004. p. 299-317.

ELIAS, H. R.; TREVISAN, A. L. Desafios à constituição de grupos colaborativos com professoras de anos iniciais para a realização de estudos de aula. **Vidya**, Santa Maria, v.40, p.183-202, 2020.

GATTEGNO, C. **The Common sense of teaching mathematics**. New York: Educational Solutions, 1973.

JEANNOTTE, D.; KIERAN, C. A conceptual model of mathematical reasoning for school mathematics. **Educational Studies in Mathematics**, Utrecht, v.96, n.1, p.1–16, 2017.

OLIVEIRA, P. A. de J. **A investigação do professor, do matemático e do aluno: uma discussão epistemológica**. 2002. Tese (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade de Lisboa. Disponível em: <http://hdl.handle.net/10451/43019>. Acesso em: 3 jul. 2025.

PEIRCE, C. S. **Collected papers**. *In*: HARTSHORNE, C.; WEISS, P.; BURKS, A. (Eds.). Cambridge, MA: Harvard University Press, 1931–1958. v. 8.

PÓLYA, G. **Mathematics and plausible reasoning**. Princeton, NJ: Princeton University Press, 1990. v. 1 / 2.

PONTE, J. P.; QUARESMA, M.; MATA-PEREIRA, J. Como desenvolver o raciocínio matemático na sala de aula? **Educação e Matemática**, n. 156, p. 7-11, 2020.

POWELL, A. B. Melhorando a epistemologia de números fracionários: uma ontologia baseada na história e neurociência. **Revista de Matemática, Ensino e Cultura (REMATEC)**, Belém, v.13, n.29, p.78-93, 2018a.

POWELL, A. B. Reaching back to advance: Towards a 21st-century approach to fraction knowledge with the 4A-Instructional Model. **Revista Perspectiva**, Florianópolis, v.36, n.2, p.399-420, 2018b.

POWELL, A. B. Aprimorando o conhecimento dos estudantes sobre a magnitude da fração: um estudo preliminar com estudantes nos anos iniciais. **International Journal for Research in Mathematics Education**, v.9, n.2, p.50-68, 2019a.

POWELL, A. B. How does a fraction get its name? **Revista Brasileira de Educação em Ciências e Educação Matemática**, v.3, n.3, p.700-713, 2019b.

POWELL, A. B. Enhancing students' fraction magnitude knowledge: a study with students in early elementary education. **The Journal of Mathematical Behavior**, v.70, 2023.

SCHEFFER, N. F.; POWELL, A. B. Frações na educação básica: o que revelam as pesquisas publicadas no Brasil de 2013 a 2019. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v.9, n.20, p.8–37, 2021.

SHIINOKI, V. G. **Frações na perspectiva de medição e a abordagem instrucional 4A**: uma análise dos processos de raciocínio matemático manifestados por estudantes do 5º ano do ensino fundamental. 2025. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2025. Disponível em: <https://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/36652>. Acesso em: 10 jun. 2025.

SHIINOKI, V. G.; ROCHA, Z. de F. D. C.; ELIAS, H. R. **Frações na medida certa!** 2025. Produto Educacional (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2025. Disponível em: <https://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/36652>. Acesso em: 10 jun. 2025.

SILVEIRA, E.; SOUZA, M. A. V. F.; POWELL, A. B. A influência das tecnologias digitais na aprendizagem de frações: um estudo de caso. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v.38, e230100, p.123-150, 2024.

VYGOTSKY, L. S. **A formação dos processos psicológicos superiores** [Mind in society: the development of higher psychological processes]. Cambridge, MA: Harvard University Press, 1978.

**Recebido:** 22 julho 2025.

**Aprovado:** 04 novembro 2025.

**DOI:** <http://dx.doi.org/10.3895/etr.v9n3.20587>.

**Como citar:**

SHIINOKI, Vanessa Garcia; ROCHA, Zenaide de Fátima Dante Correia; ELIAS, Henrique Rizek. Ensino de frações pela perspectiva de medição: elaboração e aplicação de um produto educacional com barras de Cuisenaire. **Ens. Tecnol. R.**, Londrina, v. 9, n. 3, p. 701-716, set./dez. 2025. Disponível em: <https://periodicos.utfpr.edu.br/etr/article/view/20587>. Acesso em: XXX.

**Correspondência:**

Vanessa Garcia Shiinoki  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Programa de Pós-Graduação em Ensino da Matemática.  
Avenida João Miguel Caram, 3131, bloco A, sala 101, Jd. Morumbi. Londrina, Paraná, Brasil.

**Direito autoral:**

Este artigo está licenciado sob os termos da Licença Creative Commons-Atribuição 4.0 Internacional.

