

# O uso da experimentação com tecnologias nas diferentes fases da Modelagem como potencial para a aprendizagem em Matemática no Ensino Médio

## RESUMO

**Alessandro Ribeiro da Silva**

[alessandro.ribeiro@ufms.br](mailto:alessandro.ribeiro@ufms.br)  
<https://orcid.org/0000-0001-8012-2072>

Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS), Campo Grande, Mato Grosso do Sul, Brasil.

**Claudia Carreira da Rosa**

[claudia.rosa@ufms.br](mailto:claudia.rosa@ufms.br)  
<https://orcid.org/0000-0002-7078-9655>

Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS), Campo Grande, Mato Grosso do Sul, Brasil.

A pesquisa vinculada ao Grupo de Formação, Estudos e Pesquisas em Educação Matemática e à Ação de Extensão "Oficinas de Matemática- VEM PARA UFMS" é um recorte da dissertação do primeiro autor deste estudo, em que se objetivou analisar como a Experimentação pode potencializar as contribuições do uso das Tecnologias Digitais na construção dos conhecimentos dos estudantes do Ensino Médio de acordo com as fases da Modelagem Matemática. A Modelagem Matemática, concebida por Almeida, Silva e Vertuan (2021), é o principal enfoque teórico, complementado pela Experimentação com Tecnologia de Borba e Penteado (2010); Borba, Silva e Gadanidis (2023). O estudo foi conduzido em uma escola pública estadual em Campo Grande - MS, com alunos do 3.º ano do Ensino Médio. Os encaminhamentos metodológicos foram compostos por observações em sala de aula, entrevistas individuais e em grupo, participação em atividades *online* e análise de materiais produzidos pelos alunos. As análises foram qualitativas interpretativas, conforme Marcone e Lakatos (2003). Os resultados mostram que, após a Experimentação com Tecnologias, os alunos se tornaram protagonistas na construção de conhecimentos matemáticos e extramatemáticos, com mediação do pesquisador/professor. Eles realizaram experimentos com diversas Tecnologias Digitais, compararam resultados manuais e digitais, trabalharam colaborativamente em grupo, levantaram hipóteses, testaram dados em tempo real, criaram conjecturas e validaram modelos matemáticos obtidos na Modelagem Matemática.

**PALAVRAS-CHAVE:** Modelagem. Ludicidades. Atividades Experimentais. Ensino Médio.

## INTRODUÇÃO

Implementar estratégias pedagógicas que proporcionem aos estudantes a imersão em situações-problema reais no ambiente escolar pode ser uma forma de enriquecer sua aprendizagem. Ao trabalharem com dados provenientes de seu próprio cotidiano e ao refletirem sobre informações relacionadas a uma situação escolhida por eles mesmos, os alunos têm a oportunidade de desenvolver um maior protagonismo durante a construção de seus conhecimentos, tanto em termos matemáticos quanto extramatemáticos<sup>1</sup>.

Sob essa visão, entendemos que a Modelagem<sup>2</sup>, como uma tendência da Educação Matemática, pode promover condições para uma ambientação em contexto reais de forma natural, na qual pode contribuir com que os estudantes aprendam conceitos matemáticos ao mesmo tempo que debatem sobre temas relevantes de seu cotidiano ou não, além de jogos e atividades lúdicas (Rosa, 2013, Ribeiro, 2019).

Neste estudo, entendemos a Modelagem como uma alternativa pedagógica de acordo com Almeida, Silva e Vertuan (2021), em que suas atividades podem proporcionar a valorização do cotidiano, da interdisciplinaridade, da contextualização, da Experimentação com Tecnologias, do trabalho em equipe (colaborativo) e do desenvolvimento de conhecimentos matemáticos e extramatemáticos na sala de aula quanto em espaços extraclasse (Borba; Penteado, 2010; Borssoi, 2013; Araki, 2020; Silva, 2024).

A Modelagem Matemática é normalmente correlacionada com outras estratégias pedagógicas no âmbito da Educação Matemática. Assim, vamos ao encontro de Borba e Penteado (2010, p. 41) “Para tentar expandir a investigação em sala de aula em direção a temas mais gerais, buscamos integrar a experimentação com tecnologia ao trabalho de modelagem”. Os autores, enfatizam que o processo de Experimentação pode estar diretamente relacionado às Tecnologias, sendo que as ferramentas digitais permitem que a investigação seja realizada de maneira mais proativa por parte dos envolvidos.

Neste trabalho, consideramos o significado de Experimentação de acordo com Giordan (1999). O autor destaca que a Experimentação pode exercer uma função de instrumento para o desenvolvimento de algumas competências, a saber:

Saber selecionar e hierarquizar variáveis, segundo critérios de pertinência para a compreensão dos fenômenos, controlar e prever seus efeitos sobre os eventos experimentais, encadear logicamente sequências de dados extraídos de experimentos, são consideradas, na visão positivista, competências de extremo valor para a educação científica do aluno (*Ibid.*, p. 4).

Conforme apresentado em Silva (2024), o uso da Experimentação com Tecnologias nas atividades de Matemática pode ser uma estratégia pedagógica que permite aos estudantes acessarem informações de diversas áreas do conhecimento em tempo real. Além disso, o autor mostrou que os alunos podem explorar os conceitos matemáticos por meio de várias representações exibidas nas interfaces de programas, *softwares* e aplicativos, sejam eles desenvolvidos para fins pedagógicos ou não.

A situação-problema utilizada para o desenvolvimento da atividade de Modelagem foi “Brincando com Petecas”. O uso de atividades lúdicas no ensino e na aprendizagem de Matemática na Educação Básica pode ser considerada relevante, pois oferece inúmeras possibilidades para o processo educativo (Ribeiro, 2019; Silva, 2024).

Utilizamos as Tecnologias Digitais, como o programa Tracker<sup>3</sup>, para que os estudantes pudessem registrar as trajetórias dos movimentos da peteca. Essas trajetórias foram registradas por meio da filmagem dos estudantes em relação a seus próprios movimentos ao lançarem as petecas entre dois jogadores ou mais. A partir dos dados produzidos dessas situações-problemas, foram gerados um gráfico que permitiu aos alunos estudar os conceitos matemáticos relacionados.

Além disso, o *software* GeoGebra<sup>4</sup> foi empregado para que os estudantes pudessem trabalhar de forma mais abrangente esses conceitos matemáticos, elaborando e validando o modelo matemático. Para complementar, fizemos uso da plataforma *online* Canva<sup>5</sup>, com o intuito de promover o diálogo, a reflexão, o trabalho colaborativo e a troca de informações em tempo real entre os estudantes.

À vista disso, nosso objetivo é analisar como a Experimentação pode potencializar as contribuições do uso das Tecnologias Digitais na construção dos conhecimentos dos estudantes do Ensino Médio de acordo com as fases da Modelagem Matemática (Almeida; Silva; Vertuan, 2021). Para alcançar este objetivo, procuramos fazer observações e analisar os meios de investigação utilizados pelos estudantes no decorrer de cada fase da Modelagem: “Interação, Matematização, Resolução e Interpretação de Resultados e Validação” (*Ibid.*, p. 15 - 16).

## **EXPERIMENTAÇÃO COM TECNOLOGIAS NAS ATIVIDADES DE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**

No Brasil, a Modelagem Matemática com foco no ensino, na Educação Matemática, tem sua história com início no final da década de 1970, início de 1980. De acordo com Biembengut (2016), nesse período, houve um movimento crescente para repensar os métodos de ensino da Matemática, visando torná-la mais relevante e contextualizada para os estudantes.

Assim, a Modelagem no âmbito da Educação Matemática surge como uma estratégia de aprendizagem, da qual se busca encontrar na realidade uma representação ‘modelo’ e/ou ‘modelo matemático’ para tentar explicar matematicamente um fenômeno do mundo real (Bassanezi, 2013). Segundo o dicionário Aurélio da Língua Portuguesa, o termo ‘modelo’ é considerado uma “representação de algo a ser reproduzido, protótipo de um objeto, pessoa que posa para artista plástico ou fotógrafo, pessoa que serve de exemplo ou norma” (Ferreira, 2006, p. 559).

Para Almeida, Silva e Vertuan (2021, p. 13)

[...] a “criação de modelos” para representar algo pode ser percebida em diversas áreas com Arte, Moda, Engenharia, Matemática, entre outras. O que pode variar é finalidade para a qual os modelos são construídos, podendo prever o comportamento de um fenômeno, ser demonstrativo de algo (como uma maquete), ter um fim pedagógico

(auxiliar na ilustração de algum conceito), ser descritivo de algo, entre outras.

No campo da Educação Matemática, em particular na Modelagem, consideramos que a terminologia ‘modelo matemático’ pode ser entendida como “[...] uma representação simplificada da realidade sob a ótica daqueles que a investigam. Sua formulação, todavia, não tem um fim em si só, mas visa fomentar a solução de algum problema” (Almeida; Silva; Vertuan, 2021, p. 13).

O entendimento de Modelagem dos autores desse estudo vai ao encontro de seu grupo de pesquisa, Grupo de Formação, Estudos e Pesquisas em Educação Matemática, em que defendem a Modelagem Matemática

[...] como uma forma de ensinar os conteúdos matemáticos, por meio de problemas da realidade, de maneira que os alunos consigam relacionar esses conhecimentos matemáticos com outras ocasiões e não apenas em sala de aula, visando dar significados a esses conteúdos no dia a dia, e os torná-los menos abstrato (Souza, 2020, p. 36).

Com base nessa definição do grupo, um dos principais aspectos que entendemos que a Modelagem Matemática possibilita que os estudantes aprendam Matemática no contexto informal escolar, ou seja, enquanto aprendem os conteúdos matemáticos, também podem explorar o mundo ao seu redor, utilizando a Matemática presente nos fenômenos da realidade que vivenciam, sejam eles familiares ou não (Almeida; Silva; Vertuan, 2021).

A partir de algumas reflexões com base em leituras realizadas da literatura bibliográfica na área da Educação Matemática e de alguns pontos pertinentes na Base Nacional Comum Currículo (BNCC) e nos Parâmetros Curriculares Nacional para o Ensino Médio (PCNEM) (Brasil, 2000, 2018). Acreditamos que o uso da Modelagem Matemática, unido aos métodos de Experimentação com Tecnologia possam contribuir para melhoria na qualidade do ensino e da aprendizagem de Matemática.

Em sua pesquisa Malheiros (2004) busca analisar “Como os alunos estão utilizando conteúdos matemáticos em um ambiente onde a Modelagem é uma das estratégias pedagógicas?”. O estudo teve como cenário a disciplina Matemática Aplicada, ministrada para o curso de Ciências Biológicas da Unesp, Rio Claro. A partir do levantamento bibliográfico realizado pela autora e das quatro atividades propostas, pode-se observar que:

As atividades de experimentação-com-tecnologias também se mostraram extremamente importantes para o desenvolvimento dos trabalhos de Modelagem, pois, ao estimular a investigação e discussão matemática em sala de aula, através de atividades investigativas com a utilização de recursos tecnológicos, o professor instigava os alunos a realizarem investigações nos problemas que surgiam durante o desenvolvimento dos trabalhos de Modelagem (*Ibid.*, p. 166).

O enfoque na Experimentação-com-Tecnologia e o uso da *internet*, foram um dos destaques na pesquisa dessa autora, pois, além das produções de dados e

observações, puderam abordar questões históricas e culturais de acordo com as atividades propostas.

Na pesquisa de Araki (2020), o autor utiliza as Tecnologias Digitais para a elaboração e validação das hipóteses levantadas inicialmente pelos estudantes, bem como para resolver e validar os modelos matemáticos. Com auxílio de *softwares* específicos propõe que os estudantes encontrem os objetos matemáticos para representar o experimento relacionada a atividade “Canhão de Vórtex”, por exemplo. Os experimentos ajudaram os estudantes nas tomadas de decisões durante as fases da Modelagem, reforçando pontos já estudados por alguns autores sobre esta tendência (Burak 2010; Bassanezi 2013; Rosa, 2024; Brasil 2018; Klüber, 2017).

Para Borba, Silva e Gadanidis (2023, p. 55- 56)

[...] exploramos a noção de experimentação com tecnologias ao buscarmos atribuir um design experimental a uma atividade matemática. Dessa forma, buscamos formar cenários de investigação matemática, ou seja, um ambiente heurístico, de descobertas, de formulação de conjecturas acerca de um problema e busca por possíveis e diversificadas soluções.

Em atividades de Modelagem desenvolvidas por Borssoi (2021), a autora afirma que “A experimentação, apoiada na tecnologia, atua como reguladora da relação entre conhecimento matemático e conhecimento da situação”. No campo da Educação Matemática “[...] a experimentação se associa ao processo de geração de conhecimento em que novas ideias, ferramentas e procedimentos podem ser aprendidos e diferentes maneiras de encaminhá-la coexistem neste contexto” (Ye *et al.*, 2003 apud Borssoi, 2021, p. 126).

Em consonância com os autores citados nesta seção, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) expõe que, apesar da Matemática “ser, por excelência, uma ciência hipotético-dedutiva, porque suas demonstrações se apoiam sobre um sistema de axiomas e postulados, é de fundamental importância também considerar o papel heurístico das experimentações na aprendizagem da Matemática” (Brasil, 2018, p. 265).

Com base nessas afirmativas, a BNCC em suas competências específicas de Matemática e suas tecnologias para o Ensino Médio, argumenta que

Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas (Brasil, 2018, p. 531).

Neste cenário, esse documento educacional, salienta que professores explorem em suas práticas escolares diferentes recursos pedagógicos como, por exemplo, a Experimentação e os recursos providos das Tecnologias, além da Modelagem Matemática como já citado anteriormente. O PCNEM enfatiza que a aprendizagem Matemática e suas Tecnologias pode

[...] ser conduzida para estimular a efetiva participação e responsabilidade social dos alunos, discutindo possíveis ações na

realidade em que vivem, desde a difusão de conhecimento a ações de controle ambiental ou intervenções significativas no bairro, ou localidade, para que os alunos sintam-se de fato detentores de um saber significativo (Brasil, 2000, p. 54).

Entre várias atribuições este documento aponta que a aprendizagem dos estudantes em relação à Matemática deve contribuir não apenas para o conhecimento técnico, mas também para uma compreensão mais abrangente, desenvolvendo habilidades para interpretar e realizar experimentos com fenômenos reais, compreender procedimentos do cotidiano social e profissional, além de articular uma visão do mundo cultural (Brasil, 2000).

### ENCAMINHAMENTOS METODOLÓGICOS

O processo de ensino e aprendizagem da Matemática, idealizado como uma prática educativa em constante ação, deve se estender a diferentes espaços, lugares, contextos e situações. Essa abordagem visa não apenas proporcionar aos estudantes a aquisição de conteúdos específicos, mas também estimular debates sobre diversas questões sociais, incluindo política, economia e aspectos histórico-culturais.

Assumimos neste trabalho uma abordagem de pesquisa qualitativa, frequentemente, adotada no âmbito da Educação Matemática (Garnica, 2001; Bicudo, 2012; Klüber; Burak, 2012). Ademais, reconhecemos este estudo como parte de uma pesquisa interpretativa, buscando desempenhar um papel fundamental na compreensão e reflexão dos dados produzidos.

Neste sentido, concordamos com Marcone e Lakatos (2003, p. 224) ao expor sobre a pesquisa qualitativa interpretativa

A finalidade da pesquisa científica não é apenas um relatório ou descrição de fatos levantados empiricamente, mas o desenvolvimento de um caráter interpretativo, no que se refere aos dados obtidos. Para tal, é imprescindível correlacionar a pesquisa com o universo teórico, optando-se por um modelo teórico que serve de embasamento à interpretação do significado dos dados e fatos colhidos ou levantados.

Na escolha por essa metodologia, buscamos refletir de forma ampla sobre a Experimentação com Tecnologias Digitais nas diferentes fases da Modelagem: Situação inicial (problemática) - Interação, Matematização, Resolução e, Interpretação de Resultados e Validação - Situação final (solução para situação inicial), concebidas pelos estudiosos Almeida, Silva e Vertuan (2021).

A pesquisa envolveu o desenvolvimento da atividade de Modelagem Matemática em duas turmas do 3º ano do Ensino Médio, compreendendo um conjunto de 44 estudantes (meninos e meninas) com idades em torno 17 anos. Essas turmas fizeram parte de uma Escola Estadual de Educação Integral que oferece o Ensino Médio Regular e o Ensino Médio Integrado Profissional (Curso técnico em Informática). A escola é localizada no município de Campo Grande - MS.

A pedido do professor/pesquisador em Matemática ao docente responsável pela disciplina, foram concedidos/reservados os espaços extraclasse como

Laboratório de Informática, Laboratório de Matemática e a quadra esportiva coberta, além do pátio da escola, para a realização das atividades propostas. Logo, indo ao encontro de Almeida, Silva e Vertuan (2021), o desenvolvimento das atividades de Modelagem Matemática pode ocorrer tanto na sala de aula, em espaços extraclasse, bem como a combinação de ambas circunstâncias.

À vista disso, desenvolvemos duas atividades com os estudantes, sendo a primeira “Brincando com Petecas”, a segunda “Lançando de Dardos Magnéticos”, porém, neste trabalho apresentamos somente as análises da primeira atividade. O desenvolvimento dessa atividade foi realizada, utilizando as aulas de Recomposição de Aprendizagem (RA - a recomposição da aprendizagem consiste em um conjunto de estratégias cujo objetivo é garantir a recuperação de todo o conhecimento comprometido pelo distanciamento social) para disciplina de Matemática. As aulas de RA eram realizadas nos dois primeiros períodos para o 3º ano A, enquanto para o 3º ano B ocorriam nos dois últimos períodos. Devido à união das duas turmas para a realização das atividades, os encontros foram programados todas as terças-feiras, abrangendo os quatro tempos.

Inicialmente, convidamos os estudantes a fazerem grupos de sua afinidade, em que esses grupos deveriam conter quatro, cinco ou seis integrantes, conforme o segundo momento de familiarização apontado por Almeida, Silva e Vertuan (2021). Com seus grupos concluídos, iniciamos a apresentação dos *slides*, no qual discutimos alguns pontos importantes sobre a Modelagem Matemática e as Tecnologias Digitais.

Apresentamos aos estudantes tanto o programa Tracker quanto o *software* GeoGebra. A apresentação do programa Tracker e do *software* GeoGebra teve como objetivo proporcionar um nivelamento dos conhecimentos dos estudantes em relação ao uso desses recursos tecnológicos. A utilização das Tecnologias Digitais não é comum na Educação Básica (Oliveira; Melo; Franco, 2020), assim, acreditamos essencial que os estudantes tenham a oportunidade de experimentar e manipular as propriedades e características de objetos matemáticos estudados por eles, na sala de aula.

Dando início à atividade compreendida pela Situação Inicial "Brincando com Peteca", buscamos falar de forma breve como se brincava com as petecas. Os estudantes foram instruídos a lançarem as petecas para o alto com um movimento de chute ou batida com a mão, e os jogadores teriam que continuar a batê-la sucessivamente, sem a deixar tocar o chão. Assim, na seção seguinte mostraremos como foi desenvolvida a atividades nas fases da Modelagem.

### **TRABALHANDO AS TECNOLOGIAS E A ATIVIDADE DAS PETECAS**

Fomos apresentados aos estudantes pelo professor responsável por ambas as turmas. Dirigimo-nos ao Laboratório de Matemática, onde iniciamos a apresentação da Modelagem Matemática, explicando o que essa estratégia pedagógica significava e como seria desenvolvida com eles, além de detalhar as Tecnologias que utilizaríamos. Para essa atividade específica, mencionamos o Programa Tracker, o *Software* GeoGebra e a Plataforma *online* Canva.

Após essa introdução inicial, buscando enfatizar o segundo momento de familiarização proposto por Almeida, Silva e Vertuan (2021), solicitamos aos estudantes que formassem pequenos grupos conforme suas afinidades. Nesse

contexto, alinhamo-nos à percepção de Araki e Kato (2022, p. 5): "Por se tratar de uma primeira experiência com a Modelagem, os estudantes tiveram a liberdade de formar os próprios grupos, o que poderia facilitar a troca de ideias entre os integrantes". Como resultado, foram formados oito grupos de estudantes, assim, optamos por selecionar dois grupos para apresentar as análises dos dados produzidos: os grupos A e B, sendo que ambos os grupos continham quatro integrantes.

A escolha do grupo A se fundamentou no fato de que este demonstrou interesse e entusiasmo desde o início até a finalização da atividade, com todas as integrantes participando ativamente nas diferentes fases da Modelagem. Composto por estudantes aplicadas, o grupo A destacou-se pelo envolvimento efetivo, evidenciado por respostas detalhadas e pelas reflexões sobre as atividades e suas experiências.

Quanto à escolha do grupo B, justificamos sua seleção devido à participação parcial nas atividades propostas. Este grupo apresentou dificuldades em manter a atenção durante o desenvolvimento das atividades, revelando desafios relacionados à concentração. É importante ressaltar que, apesar de termos descrito apenas dois grupos, nossa análise abrangeu toda a experiência da produção de dados. Também queremos evidenciar que os nomes dos estudantes citados são nomes fictícios para preservar a identidade de cada aluno.

Após essa exposição, iniciamos as análises e descrições da nossa primeira atividade intitulada "Brincando com Petecas". Dando continuidade à apresentação dos *slides*, exibimos uma fotografia contendo duas petecas, que foram providenciadas para os estudantes, conforme ilustra a Figura 1.

**Figura 1** - Petecas utilizadas na atividade



Fonte: Autoria própria (2023)

Para abordar a Situação Inicial (Problemática), propomos aos estudantes a observação da trajetória Matemática da peteca entre dois jogadores. Iniciamos, efetivamente, a primeira fase da Modelagem Matemática, conforme defendido por Almeida, Silva e Vertuan (2021): a fase da Interação. Buscando despertar a curiosidade dos estudantes sobre a Situação Inicial, lançamos perguntas provocativas para estimular a experimentação nas atividades de Modelagem. Por meio do diálogo entre os integrantes de cada grupo, instigamos a reflexão com base em seus conhecimentos prévios sobre a temática (Malheiros, 2004; Araki, 2020; Rocha; Araki; Silva, 2024).

Nesta fase, foi possível identificar diferentes Tecnologias, como a *Internet*, *WhatsApp*, *Drive*, *e-mail*, *Sites* específicos e a Plataforma *online* Canva. A interação dos estudantes com essas ferramentas tecnológicas, mediada pelo

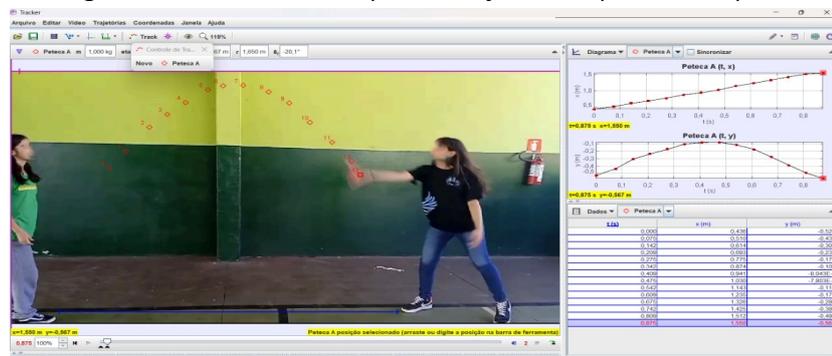
professor/pesquisador, proporcionou aos alunos a oportunidade de buscar informações e dados relacionados à situação-problema, propiciando, assim, a Experimentação com Tecnologias.

Como finalidade desta fase (Interação), os estudantes após as experiências até aqui se informaram, estudaram e conheceram as características e especificidades da temática. À vista disso, por ser a primeira vez dos estudantes desenvolvendo atividades de Modelagem, propomos a Definição do problema: “Levando em consideração a trajetória da peteca entre dois jogadores, há uma relação entre a distância desses jogadores e a altura em que a peteca pode atingir?”. Para Almeida, Silva e Vertuan (2021, p. 15) “A interação conduz à formulação do problema e a definição de metas para a sua resolução essa formulação é orientada pela falta de compreensão de entendimento da situação”.

Iniciando a fase de Matematisação, os estudantes dirigiram-se ao pátio da escola para começar a brincar com as 25 petecas fornecidas. Em seguida, solicitamos que filmassem suas jogadas. Cada grupo realizou essa etapa e selecionou a melhor filmagem para, posteriormente, analisar suas jogadas no Laboratório de Informática no programa Tracker.

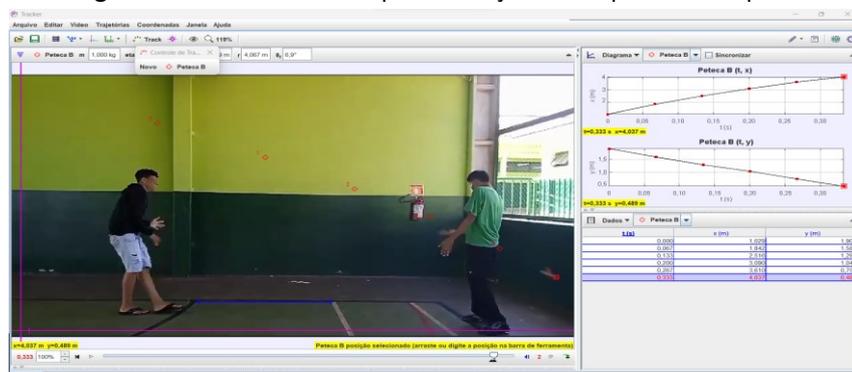
Nas figuras 2 e 3, podemos observar o *print* de tela do Tracker realizados pelos grupos A e B respectivamente. Os estudantes utilizaram as ferramentas no Tracker como: Vídeos (importar); Ajuste de corte de vídeos; Fita Métrica com Transferidor; Mostrar ou Ocultar os eixos de coordenadas; Mostra ou ocultar o controle de trajetória.

**Figura 2 - Print de tela da Experimentação com a peteca - Grupo A**



Fonte: Autoria própria (2023)

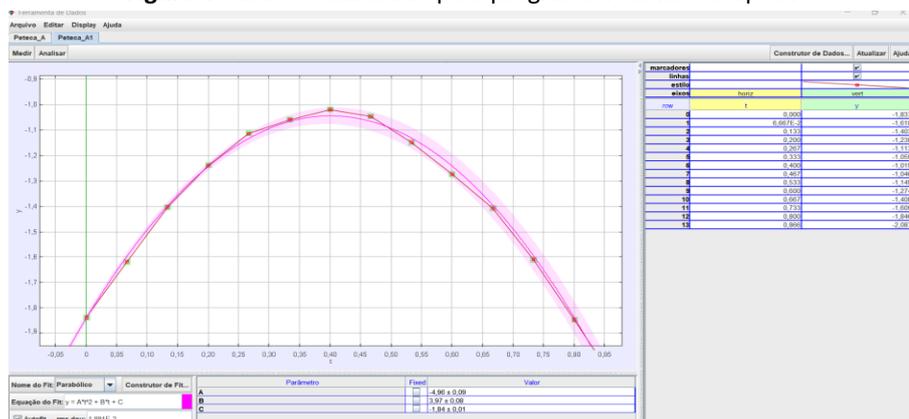
**Figura 3 - Print de tela da Experimentação com a peteca - Grupo B**



Fonte: Autoria própria (2023)

A interface do programa Tracker oferece uma variedade de ferramentas que possibilitaram aos estudantes construir o gráfico. Dessa forma, eles puderam inicialmente movimentar o gráfico ao clicar na base inferior e no lado esquerdo, nas Figura 4 e 5 de ambos os grupos. Adicionalmente, para avaliar a melhor curva, o aplicativo apresenta a opção "Analisar", em que eles puderam escolher qual curva melhor se ajustaria na situação estudada.

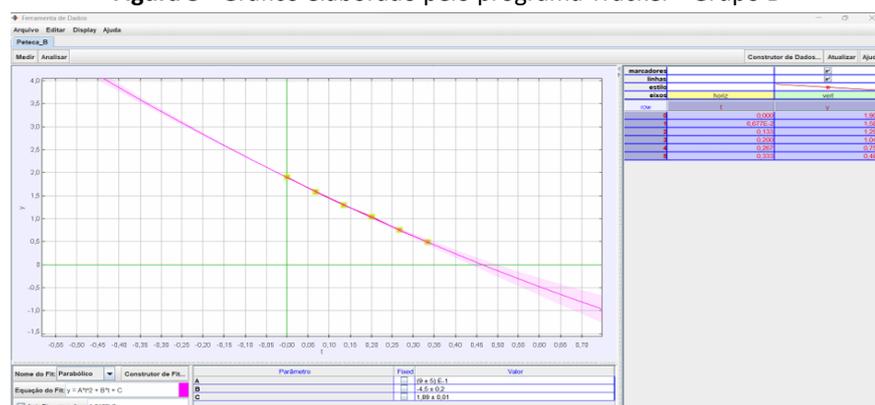
**Figura 4 - Gráfico elaborado pelo programa Tracker - Grupo A**



Fonte: Autoria própria (2023)

Na fase da Resolução, na tentativa de entender o porquê da escolha da curva parabólica, questionamos as integrantes do grupo A. Perguntamos por que escolheram uma parábola para representar a trajetória da peteca. Ana: *“Professor, quando lançamos a peteca estamos fazendo um lançamento oblíquo, assim, a peteca verticalmente faz um movimento parabólico por que a gravidade atua nela, assim, vamos analisar o espaço percorrido em relação ao tempo”*. Percebemos no diálogo que o grupo A fez uma relação do movimento da peteca indo ao encontro da Física para tentar explicar a posição da peteca em relação ao tempo.

**Figura 5 - Gráfico elaborado pelo programa Tracker - Grupo B**



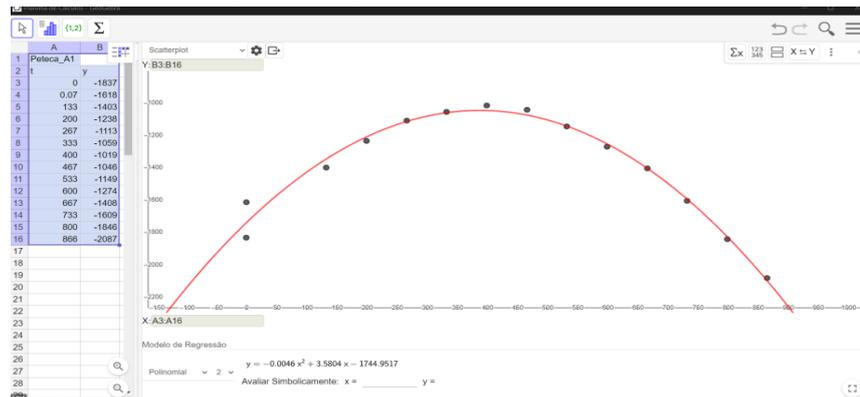
Fonte: Autoria própria (2023)

Apesar de alguns membros do grupo B não estarem contribuindo de maneira integral, o grupo demonstrou eficiência ao conseguir executar todos os passos da atividade proposta. Mesmo com a participação parcial de alguns integrantes, percebemos que o grupo B superou desafios e conseguiu atingir o objetivo até o momento. Destacamos que, apesar das dificuldades, o grupo apresentou uma

abordagem inovadora ao introduzir o conceito de corte veloz na trajetória da peteca.

Assim, concordamos com Burak (2019, p. 107), a Modelagem contribui aos estudantes ações como “[...] observar, explorar e investigar; estabelecer relações, classificar e generalizar; tomar decisões e argumentar; conjecturar e provar, utilizar a imaginação e a criatividade, dentre outras”.

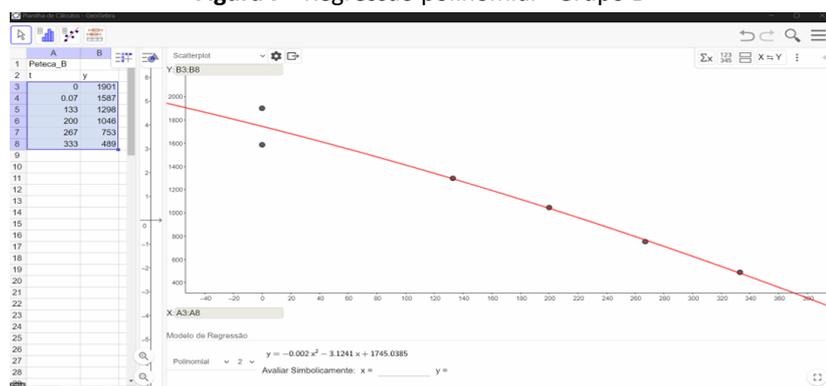
**Figura 6 - Regressão polinomial - Grupo A**



Fonte: Autoria própria (2023)

Ao ver a regressão polinomial do grupo A, pedimos para elas explicarem se tiveram dificuldades em obtê-la. Beatriz falou “*Não tivemos dificuldades, copiamos os dados do Tracker e, usando o GeoGebra classic online, abrimos a Janela de Planilha, selecionamos uma célula e colamos os dados nela [esses dados podem ser observados no canto esquerdo superior Figura 8]*”, assim sendo, perguntamos o que fizeram. Em conclusão, Daiane disse; “*selecionamos os dados e clicamos em análise bivariada, e escolhemos o modelo da regressão polinomial que foi o parabólico [a função polinomial obtida, pode ser vista na parte inferior da Figura 6]*”.

**Figura 7 - Regressão polinomial - Grupo B**

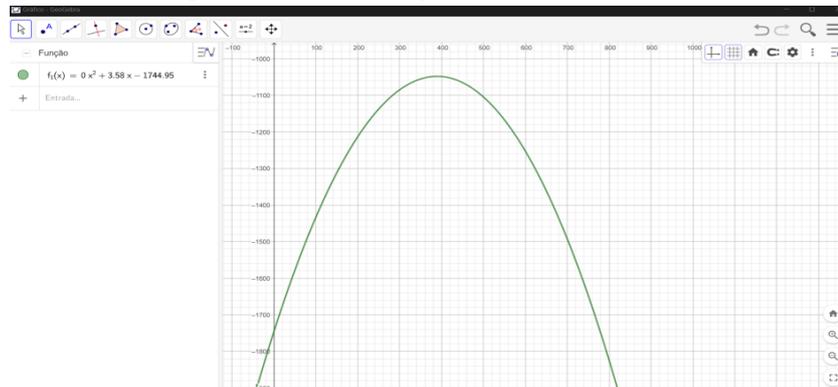


Fonte: Autoria própria (2023)

Perguntamos para o grupo B, porque escolheram o ajuste de curva parabólico. Eles responderam que era a curva que eles mais sabiam analisar. E quando perguntamos sobre a função polinomial, se eles achavam que seria possível resolver o problema. Responderam, que a função obtida poderia fornecer o caminho percorrido pela peteca num determinado tempo, que pelas fotos era fácil identificar a curva.

Após uma volta no Laboratório de Informática, voltamos a conversar com os grupos A e B para ver como estavam se saindo quando ao gráfico apresentado pelo GeoGebra por meio da função polinomial obtida dos dados fornecidos pelo programa Tracker. Como respostas eles mostraram os *prints* de tela contendo ambas as representações gráficas, conforme as Figura 8 e 9.

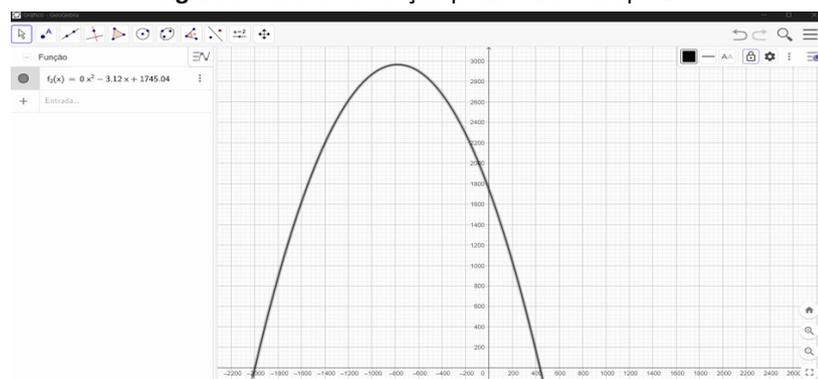
**Figura 8 - Gráfico e função polinomial - Grupo A**



Fonte: Autoria própria (2023)

Em conclusão, o grupo A demonstrou atenção durante a atividade ao atingir um dos resultados esperados sem enfrentar dificuldades, encontrando o modelo matemático representado por  $f(x) = -0,0025x^2 + 3,5804x - 1744,9517$ . Sua compreensão das leis da Física relacionadas ao Movimento Uniformemente Variado foi evidente, o que contribuiu para a facilidade e precisão de suas análises e conclusões. Essa integração do conhecimento de diferentes disciplinas, neste caso, a Física, destaca a abordagem interdisciplinar incorporada às atividades de Modelagem (Borsoi, 2013; Araki, 2020; Silva, 2024).

**Figura 9 - Gráfico e função polinomial - Grupo B**



Fonte: Autoria própria (2023)

No grupo B, o GeoGebra apresentou o gráfico de uma função polinomial do segundo grau representado por  $f(x) = -0,0022x^2 - 3,1241x - 1745,0385$ , conforme ilustrado na Figura 11. Diante disso, o grupo adotou o modelo matemático fornecido pelo GeoGebra para tirar conclusões sobre a situação-problema e tentar validar o modelo.

Assim, como no grupo A, pedimos aos integrantes do grupo B que, encontrassem na função obtida sua fórmula reduzida e canônica, o vértice, o discriminante e as raízes de forma manual, somente, usando a calculadora, pois

estavam lidando com números que não eram exatos, conforme apresentados em alguns livros didáticos.

Posteriormente, para enriquecer a experiência de aprendizado, foi introduzido o *software* GeoGebra como Experimentação com Tecnologia. Ao utilizar o GeoGebra, os estudantes puderam encontrar os mesmos resultados de forma mais eficiente, exploraram de forma visual as características, propriedades e definições da respectiva função estabelecida.

Após os cálculos manuais e Experimentais com Tecnologias, para melhor Interpretação de Resultados e Validação com base na problemática: “Levando em consideração a trajetória da peteca entre dois jogadores, há uma relação entre a distância desses jogadores e a altura em que a peteca pode atingir?”. Pedimos aos estudantes que fizessem uma tabela comparativa dos dados obtidos pelo Tracker e dos dados fornecidos pelos respectivos modelos matemáticos.

Para efeito de comparação, sob a orientação do professor/pesquisador, demonstramos aos estudantes como calcular o erro em porcentagem entre dois conjuntos de dados. Isso envolve um dado aproximado da realidade, produzido com o Tracker, e um dado proveniente do modelo matemático desenvolvido por meio da Experimentação com GeoGebra. Nessa abordagem, utilizamos conceitos estatísticos, especificamente os relacionados a Erros Numéricos, enfocando particularmente o "erro absoluto", que representa a diferença entre os dois conjuntos de dados, sendo que o resultado é dividido pelo valor fornecido pelo Tracker, e o "erro relativo", usado para expressar a resposta em termos percentuais.

Estes dados podem ser visualizados na Tabela 1 e Tabela 2.

**Tabela 1** – Relação entre os dados fornecidos pelo Tracker e modelo matemático-Grupo A

t (tempo)	y (dados produzidos)	y (valores do modelo)	Erro(%)
0,000	-1, 837	-1, 744	5,062
0,067	-1,618	-1,522	5,933
0,133	-1,403	-1,348	3,920
0,200	-1,238	-1,212	2,100
0,267	-1,113	-1,116	0,269
0,333	-1,059	-1,062	0,283
0,400	-1,019	-1,048	2,845
0,467	-1,046	-1,076	2,868
0,533	-1,149	-1,143	0,522
0,600	-1,274	-1,253	1,648
0,667	-1,408	-1,403	0,355
0,733	-1,609	-1,592	1,056
0,800	-1,846	-1,825	1,137
0,866	-2,087	-2,094	0,335

Fonte: Autoria própria (2017).

**Tabela 2** – Relação entre os dados fornecidos pelo Tracker e modelo matemático-Grupo B

t (tempo)	y (dados produzidos)	y (valores do modelo)	Erro(%)
0,000	1,901	1,745	8,206
0,667	1,587	1,527	3,700
0,133	1,298	1,292	0,400
0,200	1,046	1,038	0,700
0,267	1,753	0,767	1,800
0,333	1,489	0,481	1,600

Fonte: Autoria própria (2017).

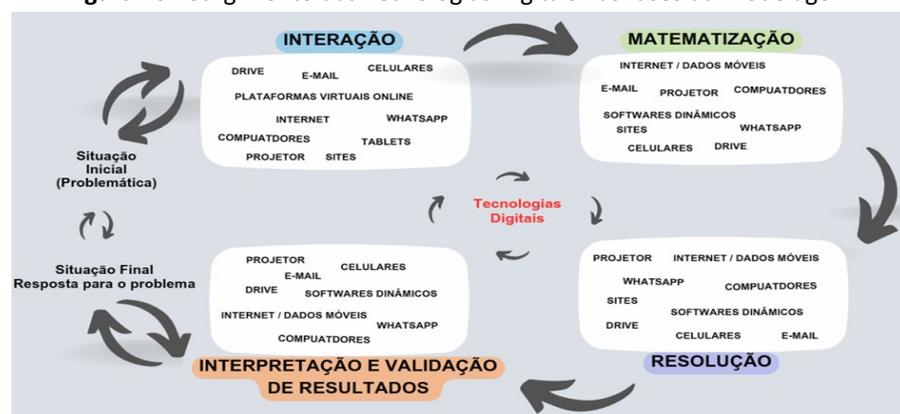
Os dados observados dos fenômenos em estudo dos grupos A e B, apresentaram um padrão que se assemelha a uma parábola, assim, consideramos que a escolha de uma função quadrática pelos estudantes, pôde ser justificada. Por exemplo, muitos processos físicos, como o lançamento de um projétil, seguem trajetórias parabólicas, conforme observado por uma integrante do grupo A. Logo, os dados experimentais fornecido pelo programa Tracker se ajustaram bem a uma parábola durante as análises, isso pode indicar que o modelo quadrático utilizado foi apropriado para descrever o fenômeno.

### CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com base nas respostas dos grupos e nas análises realizadas durante a atividade de peteca, compreendemos que os estudantes consideraram a atividade positiva de forma geral. Eles expressaram satisfação em realizar experimentos com as Tecnologias, mostraram-se contentes em lidar com conteúdo de nível superior, o que aumentou sua confiança ao perceberem que não era tão difícil quanto imaginavam. No geral, apreciaram as atividades de Modelagem Matemática por serem diferentes e proporcionarem uma experiência única.

Buscando mostrar de forma resumida o surgimento da Experimentação com Tecnologias em cada fase da Modelagem Matemática concebida por Almeida, Silva e Vertuan (2021), elaboramos a Figura 10, ilustrando as respectivas Tecnologias Digitais em cada fase com base na pesquisa.

**Figura 10** - Surgimento das Tecnologias Digitais nas fases da Modelagem



Fonte: Autoria própria (2023)

Na Figura 11, mostramos de forma sucinta o surgimento de conteúdos matemático e extramatemático em cada fase da Modelagem Matemática concebida por Almeida, Silva e Vertuan (2021).

**Figura 11** - Conteúdos matemático e extramatemático nas fases da Modelagem



Fonte: Autoria própria (2023)

Embora reconheçamos que o desenvolvimento das atividades teve resultados positivos, identificamos alguns desafios nesta pesquisa. Dentre esses aspectos, destacamos:

- Problemas técnicos com os equipamentos como projetor, cabos de HDMI, mau funcionamento de mouses e teclados;
- Poucos computadores disponíveis, assim, até mesmo os grupos com seis alunos tinham que utilizar no máximo dois computadores;
- A escola não liberava o acesso à internet para que os estudantes pudessem acessar as ferramentas digitais em seus celulares;
- Interferências na continuação das atividades, sendo que tivemos duas semanas interrompidas por questão de feriado e aplicação da OBMEP. Isso afetou diretamente no planejamento inicial, ao qual tivemos que adaptar;
- Superlotação de estudantes no Laboratório de Informática, devido ao fato que as atividades foram realizadas com duas turmas do terceiro ano do Ensino Médio;
- Mau funcionamento do programa Tracker em celulares, embora abria interface, mas era muito lento, o que dificultava a interação dos estudantes com este dispositivo;
- Alguns estudantes buscavam respostas prontas facilitadas pelo software GeoGebra, ou seja, em vez de realizar os cálculos primeiro, eles buscavam os resultados nas Tecnologias para depois efetuarem os cálculos;
- Em diferentes momentos, alguns estudantes extraíam informações dos *sites* sem refletir sobre esses dados, o que não contribuía para a construção de conhecimentos extramatemáticos.

Refletindo sobre o desenvolvimento das atividades identificamos que o uso de diferentes estratégias pedagógicas requer muita dedicação por parte dos professores e dos estudantes. O planejamento que antecedeu as atividades foi essencial para a realização deste trabalho. Além disso, os estudantes avaliaram positivamente essas práticas por meio da Experimentação com Tecnologias nas fases de Modelagem.

# The use of experimentation with technologies in the different phases of Modeling as a potential for learning Mathematics in High School

## **ABSTRACT**

The research linked to the Group for Training, Studies and Research in Mathematics Education and the Extension Action “Mathematics Workshops - COMETO UFMS” is an excerpt from the dissertation of the first author of this study, in which the objective was to analyze how Experimentation can enhance the contributions of the use of Digital Technologies in the construction of knowledge of high school students according to the phases of Mathematical Modeling. Mathematical Modeling, conceived by Almeida, Silva and Vertuan (2021), is the main theoretical approach, complemented by Experimentation with Technology by Borba and Penteado (2010); Borba, Silva and Gadanidis (2023). The study was conducted in a state public school in Campo Grande - MS, with 3rd year high school students. Methods included classroom observations, individual and group interviews, participation in online activities and analysis of materials produced by the students. The analysis was qualitative and interpretative, according to Marcone and Lakatos (2003). The results show that, after the Experiment with Technologies, the students became protagonists in the construction of mathematical and extra-mathematical knowledge, mediated by the researcher/teacher. They carried out experiments with various Digital Technologies, compared manual and digital results, worked collaboratively in groups, raised hypotheses, tested data in real time, created conjectures and validated mathematical models obtained through Mathematical Modeling.

**KEYWORDS:** Modeling. Playfulness. Experimental Activities. High School.

## NOTAS

1 Entendemos como conhecimentos extramatemáticos aqueles provenientes de outras áreas, os quais fornecem subsídios para explicar os conceitos matemáticos envolvidos em uma situação-problema não matemática.

2 Consideraremos o termo “Modelagem” com o mesmo significado de Modelagem Matemática na Educação Matemática, objetivando uma leitura mais dinâmica e agradável.

3 Disponível em: <https://physlets.org/tracker/>. Acesso em: 19 fev. 2024.

4 Disponível em: <https://www.geogebra.org/>. Acesso em: 20 fev. 2024.

5 Disponível em: <https://www.canva.com/>. Acesso em: 20 fev. 2024.

## AGRADECIMENTOS

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior– Brasil (CAPES)– Código de Financiamento 001.

## REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem matemática na educação básica**. São Paulo, SP: Contexto, 2021.

ARAKI, P. H. H. **Atividades experimentais em contexto de aulas com modelagem matemática**: uma análise semiótica. 2020. 169 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2020. Disponível em: <https://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/4898>. Acesso em: 1 out. 2023.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**: uma nova estratégia. 3. ed. São Paulo, SP: Contexto, 2013.

BICUDO, M. A. V. Um ensaio sobre concepções a sustentarem sua prática pedagógica e produção de conhecimento. *In*: TENDÊNCIAS Contemporâneas nas Pesquisas em Educação Matemática e Científica: sobre linguagens e práticas culturais. Campinas, SP: Mercado das Letras, 2013. p. 17-40.

BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem na Educação Matemática e na Ciência**. São Paulo, SP: Ed. Livraria da Física, 2016.

BORBA, M. C.; SILVA, R. S. R.; GADANIDIS, G. **Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática**: sala de aula e internet em movimento. 3. ed. Belo Horizonte, MG: Autêntica Editora, 2023.

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática**. 4. ed. Belo Horizonte, MG: Autêntica Editora, 2010.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacional**: Ensino Médio. Parte III-Ciências da Natureza, Matemática e suas tecnologias. Brasília, DF: Ministério da Educação, 2000.

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Versão final. Brasília, DF: MEC, 2018.

BORSSOI, A. H. **Modelagem matemática, aprendizagem significativa e tecnologias**: articulações em diferentes contextos educacionais. 2013. 255f. Tese (Doutorado em

Ensino de Ciências e Educação Matemática) Universidade Estadual de Londrina. Londrina, 2013. Disponível em:

[https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id\\_trabalho=3424007](https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=3424007). Acesso em: 14 fev. 2024.

BURAK, D. Modelagem Matemática sob um olhar de Educação Matemática e suas implicações para a construção do conhecimento matemático em sala de aula. **Revista de Modelagem na educação Matemática**, v. 1, n. 1, p. 10-27, 2010.

BURAK, D. A modelagem matemática na perspectiva da educação matemática. **Educação Matemática sem Fronteiras: Pesquisas em Educação Matemática**, v. 1, n. 1, p. 96-111, 2019.

ERRO absoluto e erro relativo. EP1. Vídeo. 6min 55s. Publicado pelo canal Matemática Rapidola. 13 fev. 2020. Disponível em:

<https://www.youtube.com/watch?v=m3jstJ59aGQ>. Acesso em: 20 fev. 2023.

FERREIRA, A. B. H. **Miniaurélio**: o dicionário da Língua Portuguesa. 6. ed. Curitiba, PR: Positivo, 2006.

GARNICA, A. V. M. Pesquisa qualitativa e Educação (Matemática): de regulações, regulamentos, tempos e depoimentos. **Mimesis**, Bauru, v. 22, n. 1, p. 35-48, 2001.

GIORDAN, M. O papel da experimentação no ensino de ciências. **Química nova na escola**, v. 10, n. 10, p. 43-49, 1999. Disponível em:

<https://fep.if.usp.br/~profis/arquivo/encontros/enpec/iienpec/Dados/trabalhos/A33.pdf>. Acesso em: 1 fev. 2024.

KLÜBER, T. E. **Modelagem Matemática e Etnomatemática no contexto da Educação Matemática**: Aspectos Filosóficos e Epistemológicos. 2007, 151 f. 2007. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa, 2007. Disponível em: <https://tede2.uepg.br/jspui/handle/prefix/1204>. Acesso em: 19 fev. 2024.

KLÜBER, T. E.; BURAK, D. Sobre a pesquisa qualitativa na Modelagem Matemática em Educação Matemática. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, v. 26, p. 883-905, 2012.

MALHEIROS, A. P. S. **A produção matemática dos alunos em um ambiente de modelagem**. 2004. 180 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2004. Disponível em: <https://repositorio.unesp.br/>. Acesso em: 1 out. 2023.

MARCONI, M. A.; LAKATOS, E. M. **Fundamentos de metodologia científica**. São Paulo, SP: Atlas, 2003. v. 6.

OLIVEIRA, A. X.; MELLO, D. E.; FRANCO, S. A. P. Práticas de ensino com o uso de tecnologias digitais: o papel da formação docente. **Revista Teias**, v. 21, n. 60, p. 75-90, 2020. Disponível em: <http://educa.fcc.org.br/scielo.php?>. Acesso em: 12 fev. 2024.

ROSA, C. C. A formação do professor reflexivo no contexto da Modelagem Matemática. 2013. Tese (Doutorado em Educação para a Ciência e a Matemática) – Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2013.

ROCHA, R.; ARAKI, P. H. H.; SILVA, K. A. P. Comunicação em Atividade de Modelagem Matemática com Experimentação: Uma Análise da Atribuição de Significado. **Educação**

**Matemática em Revista**, v. 1, n. 24, 2023. Disponível em:  
<https://www.sbemrasil.org.br/periodicos/>. acesso em: 1 out. 2023.

RIBEIRO, D. A. E. História da Matemática: **A interdisciplinaridade e o lúdico pedagógico na aprendizagem em Matemática**. 2019. 102 f. Dissertação (Mestrado Acadêmico em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2019. Disponível em:  
[https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id\\_trabalho=7758688](https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=7758688). Acesso em: 19 fev. 2024.

SILVA, A. R. **Experimentação com Tecnologias Digitais em Atividades de Modelagem Matemática**: possíveis encaminhamentos para o ensino e a aprendizagem de Matemática. 2024. 207 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande, 2024. Disponível em:  
[https://bdtd.ibict.br/vufind/Record/UFMS\\_27a3074396b8309444667abb758f9afc](https://bdtd.ibict.br/vufind/Record/UFMS_27a3074396b8309444667abb758f9afc). Acesso em: 1 fev. 2024.

SOUZA, D. C. **Representações Sociais e Modelagem Matemática**: um estudo envolvendo o ensino de matemática na formação de pedagogos. 2020. 134 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande, 2020. Disponível em:  
[https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id\\_trabalho=9323235](https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=9323235). Acesso em: 15 fev. 2024.

**Recebido:** 15 abr. 2024.

**Aprovado:** 15 jul. 2024.

**DOI:** <http://dx.doi.org/10.3895/etr.v8n2.18444>.

**Como citar:**

SILVA, A. R. da; ROSA, C. C. da. O uso da experimentação com tecnologias nas diferentes fases da Modelagem como potencial para a aprendizagem em Matemática no Ensino Médio. **Ens. Tecnol. R.**, Londrina, v. 8, n. 2, p. 357-375, ago. 2024. Disponível em:  
<https://periodicos.utfpr.edu.br/etr/article/view/18444>. Acesso em: XXX.

**Correspondência:**

Alessandro Ribeiro da Silva

Universidade Federal de Mato Grosso do Sul. Instituto de Matemática. Cidade Universitária, s/n- Caixa Postal 549. Avenida Senador Filinto Müller n° 1555. Campo Grande, Mato Grosso do Sul, Brasil.

**Direito autoral:**

Este artigo está licenciado sob os termos da Licença Creative Commons-Atribuição 4.0 Internacional.

