

A experimentação didática em atividades de Modelagem Matemática: implicações na mobilização de objetos de conhecimento

RESUMO

Paulo Henrique Hideki Araki
p hh.araki@gmail.com
orcid.org/0000-0003-1076-7670
Universidade Estadual de Maringá
(UEM), Maringá, Paraná, Brasil.

Lilian Akemi Kato
lakato@uem.br
orcid.org/0000-0001-8770-3873
Universidade Estadual de Maringá
(UEM), Maringá, Paraná, Brasil.

Neste artigo, apresentamos uma pesquisa conduzida em aulas de matemática nos anos finais do ensino fundamental, orientada pela seguinte questão: “Que implicações, quanto à mobilização de objetos de conhecimento das Ciências da Natureza e da Matemática, decorrem de atividades de Modelagem Matemática com experimentação didática?” Nossas análises se baseiam nos dados produzidos a partir do desenvolvimento de duas atividades de Modelagem Matemática com experimentação didática em uma escola no norte do estado do Paraná. As análises de gravações de vídeo e áudio, fotografias e registros escritos, apoiadas nos pressupostos teóricos da pesquisa qualitativa, permitiram-nos evidenciar que a experimentação didática, nas atividades de Modelagem Matemática, influencia o direcionamento quanto aos objetos de conhecimento que serão mobilizados, bem como nas subseqüentes ações empreendidas pelos alunos.

PALAVRAS-CHAVE: Anos finais. Ensino Fundamental. Ensino - Matemática. Educação Científica.

INTRODUÇÃO

Para além das mudanças paradigmáticas e histórias de sucesso em seus percursos, a Educação Científica e a Educação Matemática compartilham um desafio comum: não é raro que sejam vistas como abstratas e irrelevantes para a vida cotidiana. Os alunos são frequentemente encarregados de memorizar fatos e estruturas em disciplinas como Química e Biologia; por outro lado, na Física e na Matemática, os conteúdos são muitas vezes percebidos como abstratos, o que dificulta a sua assimilação no contexto do mundo real. Os estudantes falham em associar diversos fenômenos observados ao seu redor aos conceitos correspondentes e em perceber que o método científico pode ser amplamente aplicado em vários aspectos de suas vidas.

No âmbito da Educação Científica, uma alternativa para lidar com essas dificuldades é a promoção de investigações através da experimentação didática, uma prática científica desenvolvida no contexto escolar que visa à problematização de determinados conceitos e fenômenos, com o objetivo de promover a construção de conhecimentos pelos alunos (ALVES FILHO, 2000).

Trowbridge e Bybee (1990) afirmam que, no final do século XIX, a introdução do laboratório em ambientes educacionais resultou em uma mudança de paradigma: de um enfoque na recitação e catequese de conceitos para a realização de experimentos com o intuito de confirmar as leis que regem as Ciências. A crença era de que os alunos "absorveriam" melhor a ciência ao reproduzir, ainda que de forma resumida, os experimentos clássicos de cientistas como Isaac Newton, Galileu Galilei, Robert Hooke, Robert Boyle, entre outros. Essa abordagem permitia aos estudantes visualizar os princípios das ciências naturais em ação através de uma abordagem empirista, considerando que o processo de aprendizagem envolvia a "apreensão de uma verdade" (BECKER, 2013, p. 41).

No contexto atual, a experimentação continua a ser um tema de renovado interesse no cenário escolar. A abordagem empírico-indutivista tem dado lugar a uma perspectiva construtivista, focando na construção de conhecimentos através de manipulações experimentais (RADDER, 2003). Para Sasseron (2018), a atividade científica permeada pela experimentação passou a considerar, além da análise e reprodução do trabalho de cientistas, "o papel do experimento, do equipamento, dos tipos de raciocínio, das teorias, dos cientistas, das comunidades e de outros agentes e atores que participam do desenvolvimento das ciências" (p. 1063).

Nesse sentido, ao comparar a experimentação didática com o trabalho dos cientistas, Selles (2008) argumenta que:

[...] o método didático de experimentação se diferencia das práticas laboratoriais próprias da produção dos conhecimentos científicos não apenas porque lhe falta suporte material específico, mas porque as forças seletivas ao operarem no interior de uma cultura distinta, acabam por reconfigurar o objeto a ser estudado. Isso requer reconhecer que as especificidades da experimentação exigem, por exemplo, ressignificação das noções de erro, controle e resultados (SELLES, 2008, p. 611).

Uma atividade experimental em sala de aula pode propiciar a coleta, interpretação e discussão de dados relevantes, o desenvolvimento de hipóteses e a elaboração de conclusões sobre determinado fenômeno, assim como o estabelecimento de relações entre os níveis fenomenológicos e teóricos das ciências (AZEVEDO, 2004; SUART; MARCONDES, 2008).

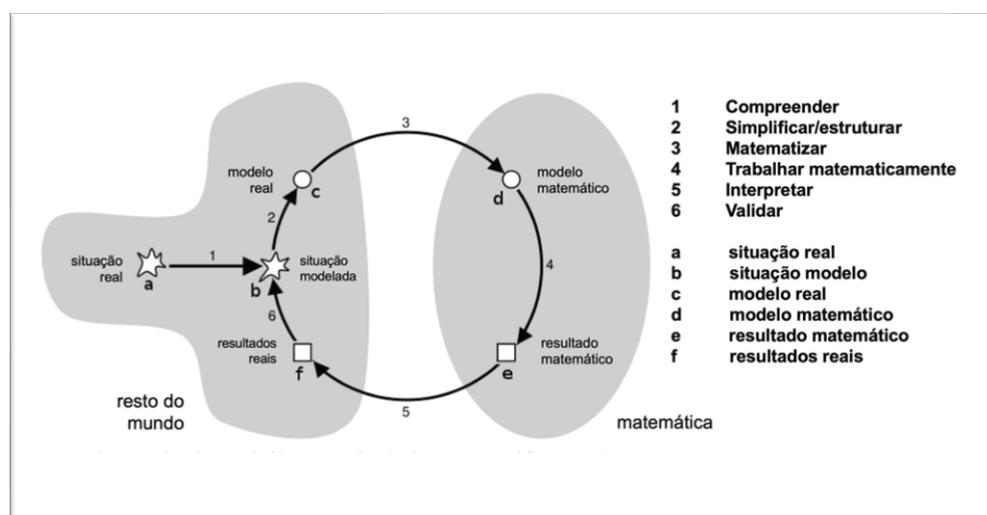
Ao considerarmos as possibilidades de investigação de diversos fenômenos através da experimentação, é natural estabelecer uma interlocução com a Modelagem

Matemática. Barbosa (2009, p. 76) afirma que “a modelagem matemática dos alunos é operada nas teias teóricas a que se refere o fenômeno em estudo”, o que favorece, por exemplo, a investigação de fenômenos associados às Ciências da Natureza.

Em linhas gerais, consideramos que a Modelagem consiste em um processo que abrange problemas abertos, reais e práticos, nos quais os alunos constroem significados através da Matemática, a partir da formulação de hipóteses, aproximações e representações diversas. De acordo com Lingerfjärd (2006, p. 96, tradução nossa), tal processo envolve “observar um fenômeno, conjecturar relações, aplicar análises matemáticas (equações, estruturas simbólicas, etc.), obter resultados matemáticos e reinterpretar o modelo”.

Na literatura, há um consenso de que a Modelagem não é um processo linear, sendo descrita em termos de um ciclo composto por seis etapas, conforme evidenciado na Figura 1.

Figura 1 – Ciclo de Modelagem Matemática



Fonte: Adaptado de Blum e Leiß (2007).

Segundo Blum e Leiß (2007), em uma atividade de Modelagem, a situação real [a] é extraída do "resto do mundo", ou seja, do mundo real. O trabalho para **compreender** [1] o problema acarreta a produção de uma situação modelo [b], um modelo conceitual criado na mente do modelador. Tal modelo passa por uma etapa de **simplificação/estruturação** [2], visando identificar, introduzir e especificar as variáveis e as condições pertinentes para a situação real, com vistas a especificar um modelo real [c]. Por meio da **matematização** [3], o modelador busca representar matematicamente o modelo real, partindo das condições e hipóteses da situação física e transformando-as em propriedades e parâmetros de sistemas matemáticos, obtendo um modelo formal – um modelo matemático [d] – das relações entre as variáveis analisadas. A partir da obtenção do modelo matemático, o modelador passa a **trabalhar matematicamente** [4], isto é, realizando uma análise que possibilita a produção de um resultado matemático [e] que pode ser **interpretado** [5], em termos do modelo real, e culminando na obtenção de um resultado real [f]. Esses resultados são **validados** [6], com base na comparação com a situação modelo. Caso esteja satisfeito com o processo, o modelador pode expor ou compartilhar o seu modelo matemático com os demais.

Diversos pesquisadores, interessados na investigação das práticas de Modelagem em ambiente de sala de aula, apontam para a importância de considerá-la um componente significativo no estudo e na aprendizagem de Matemática (ENGLISH, 2003; SILVA; KATO, 2012; VERONEZ; CASTRO, 2018; NISS; BLUM, 2020). Dentre os fatores apontados, podemos

destacar: a possibilidade de aplicar os objetos matemáticos em contextos e situações não necessariamente matemáticas; e a sua aplicação como alternativa pedagógica, subsidiando a aprendizagem da matemática, oferecendo motivação para o seu estudo e compreensão dos significados de seus conceitos.

Evidenciadas algumas de suas contribuições, a Modelagem é amplamente difundida em currículos e documentos normativos que regem a educação. Na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), a Modelagem encontra-se presente como uma competência específica da Matemática para o ensino fundamental, ao propor "utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas do conhecimento" (BRASIL, 2018, p. 233). Outra perspectiva que merece menção são as considerações apresentadas no Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA, *Programme for International Student Assessment*, em inglês). Ao descrever oito níveis de proficiência matemática, a Modelagem é explicitamente mencionada em dois deles:

No Nível 4, os alunos podem trabalhar efetivamente com modelos explícitos para situações concretas complexas, às vezes envolvendo duas variáveis, além de demonstrar habilidade para trabalhar com modelos indefinidos que derivam usando uma linguagem de pensamento computacional mais sofisticada. [...] No Nível 5, os alunos podem deduzir e trabalhar com modelos para situações complexas, identificando ou impondo restrições e especificando hipóteses. Eles podem aplicar estratégias sistemáticas e bem planejadas de resolução de problemas para lidar com tarefas mais desafiadoras, como decidir como desenvolver um experimento, projetar um procedimento ótimo ou trabalhar com visualizações mais complexas que não são fornecidas na tarefa (OECD, 2023, p. 92, tradução nossa).

Com base no exposto, torna-se importante direcionar o foco do estudo para ampliar as discussões sobre a inserção da Modelagem no contexto da sala de aula, especialmente como uma possibilidade de interlocução com as Ciências da Natureza por meio da experimentação didática. Nesse sentido, em um estudo anterior (ARAKI; KATO, 2022), realizamos um levantamento bibliográfico de pesquisas nacionais¹, no qual identificamos duas características gerais quanto aos propósitos das atividades de Modelagem Matemática com experimentação investigativa: (1) a mobilização e/ou requisição de objetos de conhecimento das **Ciências da Natureza** em atividades de Modelagem Matemática com experimentação; e (2) a presença de objetos de conhecimento da **Matemática** no desenvolvimento de experimentações didáticas em contexto de Modelagem Matemática.

De maneira geral, esse estudo identificou que nas atividades relatadas no levantamento, foi observado destaque para uma das duas formas de objetos de conhecimento (das Ciências da Natureza ou da Matemática), mesmo que o foco das atividades não estivesse direcionado para esse objetivo.

Buscando ampliar essas considerações, neste artigo, temos como objetivo investigar a seguinte questão: "Que implicações, quanto à mobilização de objetos de conhecimento das Ciências da Natureza e da Matemática, decorrem de atividades de Modelagem Matemática com experimentação didática?". Para tanto, analisamos duas atividades de Modelagem Matemática desenvolvidas com alunos dos anos finais do Ensino Fundamental.

Dado o objeto de estudo em questão, organizamos este texto da seguinte forma: na Seção 2, apresentamos o percurso metodológico adotado na pesquisa; na Seção 3, descrevemos o desenvolvimento de duas atividades de Modelagem Matemática com experimentação didática, realizadas por alunos dos anos finais do Ensino Fundamental; na Seção 4, apresentamos os resultados e discussões feitas com base na questão de pesquisa

e no embasamento teórico; por fim, na Seção 5, elaboramos algumas considerações acerca do movimento analítico conduzido.

ASPECTOS METODOLÓGICOS

Para investigar a questão supracitada, analisamos duas atividades desenvolvidas com alunos dos anos finais do Ensino Fundamental em uma escola localizada no norte do estado do Paraná. A escolha de analisar essas atividades visa contemplar as duas categorias emergentes descritas em Araki e Kato (2022). Ambas as atividades foram realizadas no contexto da disciplina de Matemática, lecionada pelo primeiro autor.

A primeira atividade, intitulada "Efeito crioscópico do sal", foi desenvolvida por um grupo de quatro alunos do 9º ano do Ensino Fundamental. Esses alunos já haviam participado do desenvolvimento de outras atividades de Modelagem Matemática com experimentação didática (ARAKI, 2020) e tiveram liberdade para escolher o tema a ser investigado, manipular os materiais, coletar e analisar os dados. O Quadro 1 resume as ações empreendidas por esses alunos ao longo da atividade, seguindo as etapas propostas por Blum e Leiß (2007).

Quadro 1 – Síntese da atividade “Efeito crioscópico do sal”

Etapas	Ações empreendidas
Compreender	Determinação de um problema a ser investigado experimentalmente; identificação dos conhecimentos e concepções prévias dos alunos.
Simplificar/estruturar	Determinação de hipóteses e variáveis; determinação dos procedimentos experimentais adotados na investigação.
Matematizar	Coleta empírica dos dados; dedução de um modelo matemático.
Trabalhar matematicamente	Resolução do problema utilizando o modelo matemático deduzido.
Interpretar	Interpretação do resultado obtido com base no fenômeno evidenciado experimentalmente.
Validar	Validação experimental do modelo matemático.

Fonte: Autoria própria (2024).

A segunda atividade, intitulada "Taxa de evaporação da água", foi desenvolvida em uma turma do 7º ano do Ensino Fundamental. Um total de 14 alunos participaram da atividade, divididos em quatro grupos. Esta atividade representou o primeiro contato dos estudantes com a Modelagem Matemática, enquanto o professor auxiliou os alunos em todas as etapas do processo. As ações realizadas por esses alunos estão resumidas no Quadro 2.

Quadro 2 – Síntese da atividade “Taxa de evaporação da água”

Etapas	Ações empreendidas
Compreender	Identificação dos conhecimentos prévios acerca do tópico da atividade; apresentação de um vídeo acerca do fenômeno.
Simplificar/estruturar	Determinação de hipóteses e variáveis; determinação dos procedimentos experimentais adotados na investigação.
Matematizar	Coleta empírica de dados; dedução de um modelo matemático.
Trabalhar matematicamente	Resolução do problema utilizando o modelo matemático deduzido.
Interpretar	Interpretação do resultado obtido com base no fenômeno evidenciado experimentalmente.
Validar	Validação experimental do resultado.

Fonte: Autoria própria (2024).

Os dados que fundamentaram nossas análises foram obtidos por meio de gravações de áudio e vídeo, fotografias e registros escritos feitos pelos alunos. O desenvolvimento de ambas as atividades ocorreu com o consentimento da instituição de ensino, dos pais ou responsáveis, bem como com o assentimento dos alunos envolvidos.

A análise dos dados está embasada nos princípios teóricos da pesquisa qualitativa. De acordo com Garnica (2001), a pesquisa qualitativa busca compreender a complexidade e a subjetividade dos fenômenos estudados, explorando as perspectivas, significados e experiências dos participantes envolvidos. Esse tipo de pesquisa visa compreender as particularidades dos contextos sociais, culturais e históricos em que os fenômenos ocorrem, enfatizando a compreensão em profundidade.

Em nossa investigação, buscamos evidenciar quais objetos de conhecimento foram mobilizados pelos alunos dos anos finais do Ensino Fundamental, assim como suas implicações para o desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática com experimentação didática.

APRESENTAÇÃO DAS ATIVIDADES

Na atividade 1, os alunos do 9º ano do Ensino Fundamental optaram por investigar experimentalmente o fenômeno do efeito crioscópico do sal. A escolha dessa temática foi consensual entre os alunos.

Dada a liberdade de escolha do tema a ser investigado, a etapa de **compreender** do problema teve início antes da realização da atividade. Os alunos buscaram propor uma investigação de interesse coletivo e que pudesse ser abordada experimentalmente. Assim, concordaram em investigar um fenômeno decorrente de uma situação cotidiana: o uso de gelo e sal para o resfriamento de bebidas armazenadas em latas de alumínio.

O professor conduziu uma discussão inicial para evidenciar os conhecimentos prévios que os alunos possuíam sobre esse fenômeno, bem como os resultados do movimento de pesquisa que antecedeu a atividade. Durante a discussão, ficou claro que os alunos associavam a adição de sal de cozinha à variação de temperatura do sistema. O problema proposto pelo grupo consistia em determinar a massa de sal a ser adicionada a um recipiente contendo água e gelo, para alcançar a variação de temperatura máxima.

Na etapa de **simplificar/estruturar** a situação modelo, os alunos seguiram os procedimentos definidos no planejamento prévio da atividade. Foram conduzidos quatro ensaios experimentais, utilizando um sistema composto por água, gelo e sal. A Figura 2 ilustra as etapas das experimentações conduzidas pelos alunos.

Figura 2 – Síntese das ações empreendidas na experimentação da atividade 1

	<p>1. A temperatura da água foi aferida com o auxílio de um termômetro, servindo de controle.</p>		<p>2. Em um béquer, o sal foi adicionado e a sua massa aferida, com o auxílio de uma balança.</p>
	<p>3. O sal foi dissolvido completamente em 200 mL de água.</p>		<p>4. Após a dissolução, foi adicionado um cubo de gelo.</p>
	<p>5. Após 60 segundos, a temperatura do sistema foi aferida e anotada pelos alunos.</p>		

Fonte: Autoria própria (2024).

Os alunos escolheram a massa de sal de cozinha, em gramas, como a variável independente do fenômeno analisado, e a variação de temperatura, em °C, como a variável dependente. Para simplificar as análises, decidiram manter constantes o tempo de cada ensaio, o volume de água e a quantidade de gelo adicionados aos béqueres.

A coleta empírica de dados representou a etapa crucial de **matematização** do modelo real, ou seja, de transformar a situação real em um modelo matemático, como evidenciado na experimentação didática. Os dados reunidos forneceram uma base quantitativa para a análise e permitiram aos alunos explorar as relações entre as variáveis envolvidas. Na Tabela 1 estão detalhadas as informações consideradas pelo grupo durante esse processo, destacando os valores do volume de água em diferentes momentos ao longo dos dias de observação. Esses registros foram essenciais para a posterior construção do modelo matemático que descreve o fenômeno de evaporação da água no recipiente ao longo do tempo.

Tabela 1 – Dados empíricos coletados na atividade 1

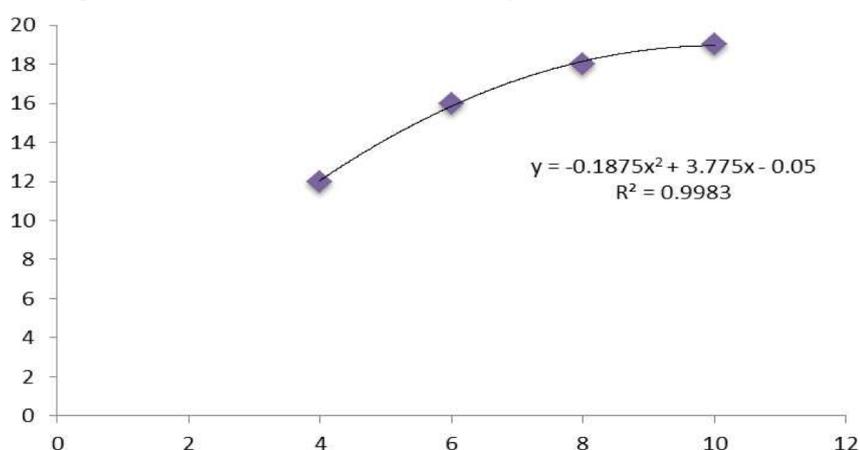
Sal (g)	Temperatura inicial (°C)	Temperatura final (°C)	Varição (°C)
4	27	15	12
6	28	12	16
8	28	10	18
10	28	9	19

Fonte: Relatório dos alunos (2024).

Com base nos dados coletados pelos alunos, o professor conduziu uma discussão para evidenciar o entendimento dos alunos sobre as possíveis relações entre as grandezas. Os alunos argumentaram que a adição de sal de cozinha causava uma redução não linear na temperatura do sistema, indicando que os dados não poderiam ser modelados por uma função afim.

Para auxiliá-los na dedução do modelo matemático, os alunos recorreram ao *software* Microsoft Excel. Como já haviam utilizado esse recurso em atividades de Modelagem anteriores, os alunos utilizaram o conhecimento prévio que tinham sobre sua utilização. Entre as opções disponíveis, o grupo selecionou uma função polinomial de segundo grau ($y = -0,1875x^2 + 3,775x - 0,05$, sendo x a massa de sal de cozinha, em gramas, e y a variação de temperatura, em °C) como aquela que melhor se ajustava aos dados empíricos, conforme representado na Figura 3.

Figura 3 – Modelo matemático deduzido pelos alunos na atividade 1



Fonte: Relatório dos alunos (2024).

O modelo matemático deduzido foi interpretado em termos do efeito crioscópico do sal, objeto de investigação. Ao observarem o comportamento dos dados, os alunos notaram que a variação de temperatura parecia estar se aproximando de um ponto de estabilização, sugerindo que, após uma determinada massa de sal ser adicionada à solução, a variação de temperatura se manteria constante. Em outras palavras, os alunos indicaram que o fenômeno observado poderia corresponder a uma função definida por partes, mesmo que esse conceito não tivesse sido abordado em sala de aula.

Na etapa seguinte, os alunos se encarregaram de **trabalhar matematicamente** para resolver o problema definido na primeira etapa da atividade. Para determinar a maior massa de sal a ser adicionada ao sistema, eles aplicaram os conhecimentos sobre funções polinomiais de segundo grau. Utilizando o modelo matemático deduzido, os alunos optaram por encontrar o ponto de máximo da função para identificar o maior valor que a variável dependente poderia atingir. Dessa forma, utilizando as fórmulas estudadas em sala de aula, determinaram que o valor máximo de sal a ser adicionado seria de 10,5 gramas. É válido destacar que, para a obtenção desse resultado, os alunos optaram por fazer algumas aproximações.

Com base nesse resultado, os alunos **interpretaram-no** em termos do modelo real. Retornando à situação experimental, identificaram as implicações desse resultado. Os alunos concordaram que o valor obtido fazia sentido para a situação, pois a variação observada nos dados parecia se encaminhar para a estabilidade. Eles ponderaram que, a partir de uma determinada massa de sal adicionada ao sistema, não seria possível reduzir ainda mais a temperatura, mantendo-a constante. Os alunos consideraram que isso

poderia estar relacionado ao fato de que o sal não seria capaz de se solubilizar completamente, sendo depositado no fundo do béquer.

Para **validar** o resultado, o professor sugeriu a realização de mais dois ensaios experimentais, adicionando 10,5 e 12 gramas de sal. Os alunos notaram que, em ambos os ensaios, a variação de temperatura atingida no sistema foi a mesma (19,5 °C), indicando que esse valor possivelmente não se alteraria mesmo com a adição de maiores massas de sal. Assim, ao retornar à situação real investigada, os alunos concluíram que o modelo matemático deduzido foi capaz de fornecer um resultado que atendia à situação investigada, concluindo a atividade.

Na atividade 2, o objetivo foi investigar o fenômeno da evaporação da água. Os procedimentos e a temática foram definidos pelo professor, visto que era o primeiro contato dos estudantes com a Modelagem Matemática. Para fins textuais, descrevemos, a seguir, as ações e os resultados obtidos por um dos grupos durante o desenvolvimento dessa atividade.

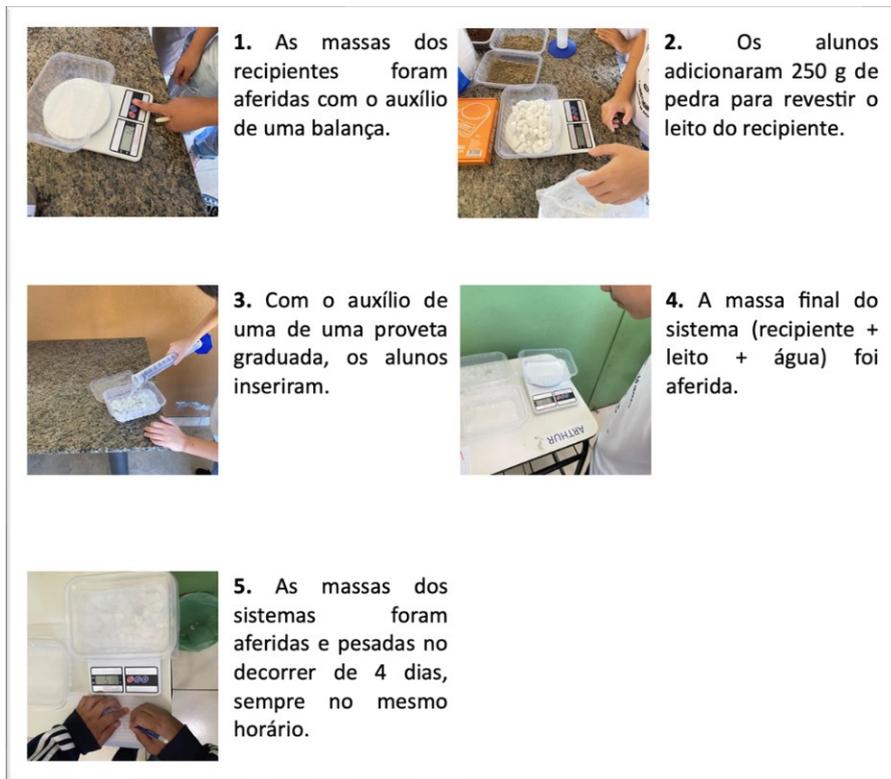
Inicialmente, o professor iniciou uma discussão com a turma para **compreender** o problema, identificando os conhecimentos prévios dos alunos sobre transformações físicas. Os alunos demonstraram compreensão dos estados físicos da matéria, mencionaram situações cotidianas de transformações físicas e lembraram-se das temperaturas de fusão e ebulição da água.

Em seguida, foi apresentado à turma um vídeo da internet que abordava o fenômeno da secagem de roupas, destacando que a evaporação da água ocorre em temperaturas abaixo de seu ponto de ebulição (100 °C). As discussões do vídeo estavam alinhadas com o conteúdo estudado na disciplina de Ciências, pois os alunos estavam estudando sobre o ciclo hidrológico na época em que a atividade foi desenvolvida.

O professor propôs, então, um problema para investigação experimental: quanto tempo leva para que a água contida em um recipiente evapore completamente? Essa questão não apenas estimulou a curiosidade dos estudantes, mas também os desafiou a aplicar os conceitos teóricos aprendidos em sala de aula de forma prática, promovendo uma abordagem prática do conhecimento científico.

Nessa investigação, para a **simplificação/estruturação** da situação modelo, o professor orientou os alunos, divididos em grupos, a construir sistemas que permitissem acompanhar a evaporação da água no ambiente escolar. A Figura 4 apresenta um resumo das ações experimentais realizadas nessa etapa.

Figura 4 – Síntese das ações empreendidas na experimentação da atividade 2



Fonte: Autoria própria (2024).

Na análise desta situação, o volume de água, em mL, foi considerado como variável dependente, enquanto o tempo, em dias, foi considerado como variável independente. Para garantir uma abordagem consistente e simplificar as análises, foi decidido manter constantes o volume de água adicionado no recipiente e a massa do material de leito.

Para **matematizar** o modelo real e dar suporte à investigação experimental, os alunos foram orientados a coletar dados ao longo de um período de quatro dias. O professor instruiu-os a realizar as medições sempre no mesmo horário durante esse período, a fim de identificar variações que ocorressem em intervalos fixos de 24 horas. Essa abordagem sistemática permitiu uma análise mais precisa e consistente dos dados coletados.

A Tabela 2 apresenta os dados coletados pelos alunos ao longo dos quatro dias, fornecendo informações essenciais para a construção e análise do modelo matemático.

Tabela 2 – Dados empíricos coletados na atividade 2

Dia	Massa do sistema (g)
1 (controle)	511
2	502
3	494
4	476

Fonte: Relatório dos alunos (2024).

Na etapa de **trabalhar matematicamente**, os alunos foram orientados a propor um método para determinar o tempo necessário para que toda a água presente no recipiente evaporasse. O professor solicitou que os alunos determinassem a taxa de evaporação da

água, ou seja, a variação no volume de água que ocorre em um intervalo de tempo de um dia.

Para isso, inicialmente, foi necessário determinar o volume de água que evaporava a cada dia. Utilizando o conceito de densidade, os alunos observaram variações de 9 mL entre o primeiro e o segundo dia, 8 mL entre o segundo e o terceiro e 18 mL entre o terceiro e o quarto dia.

Os alunos buscaram então identificar um valor que pudesse representar globalmente o fenômeno, correspondente à taxa de evaporação da água no experimento. Para isso, recorreram à concepção que tinham sobre o conceito de média aritmética, considerando-a como um valor equitativo para uma distribuição mais uniforme dos dados. Determinaram que a taxa de evaporação da água seria de 12 mL/dia, estimando que levariam 21 dias para que toda a água evaporasse com base nessa taxa.

Ao **interpretar** esse resultado, os alunos consideraram possíveis influências externas, como a temperatura ambiente, a presença ou ausência de ventilação e eventuais erros na aferição da massa. A **validação** da atividade também ocorreu experimentalmente, com o professor acompanhando a evolução dos sistemas. Verificou-se que a evaporação completa ocorreu no 19º dia. Uma vez que os alunos reconheceram os fatores que poderiam ter influenciado na diferença entre o resultado matemático e o resultado experimental, o professor optou por finalizar a atividade sem revisitar o ciclo da atividade de Modelagem Matemática.

RESULTADOS E DISCUSSÕES

A análise das atividades de Modelagem Matemática com experimentação didática revela a profunda interconexão entre os objetos de conhecimento e os métodos de ensino empregados, ressaltando a relevância de cada abordagem na formação do entendimento dos alunos. Observamos que cada uma dessas atividades estava mais intimamente ligada a uma categoria específica de mobilização de objetos de conhecimento, como foi evidenciado em Araki e Kato (2022). Essa constatação ressalta a importância de uma seleção cuidadosa de estratégias pedagógicas que estejam em sintonia com os conteúdos a serem explorados.

Na atividade 1, podemos perceber que os objetos de conhecimento das Ciências da Natureza foram mobilizados enquanto consequência das atividades de Modelagem Matemática com experimentação didática. Desta forma, os alunos recorriam aos conceitos da Matemática (função polinomial do segundo grau, ponto de máximo) para explicar o entendimento de objetos de conhecimento das Ciências da Natureza que ainda não haviam sido contemplados naquela etapa de ensino, a constar: termometria e solubilidade dos sais. De acordo com a BNCC (BRASIL, 2018), tais objetos de conhecimento contemplam habilidades destinadas ao Ensino Médio.

É crucial destacar que, mesmo de forma simplificada, as ações desenvolvidas durante essa atividade não se limitaram à transmissão de conhecimento, mas oportunizaram um ambiente propício para a construção ativa do conhecimento, tomando como base suas concepções prévias (SCHNETZLER, 1992). Essas concepções, embora incipientes, podem servir como base para o desenvolvimento dos conhecimentos científicos dos alunos. Não se trata de um processo linear de introdução sequencial de novos conceitos, mas sim de estabelecimento de novos relacionamentos conceituais, visando à ampliação e consolidação das ideias cientificamente aceitas (DUARTE, 2005).

Já na atividade 2, os objetos de conhecimento da Matemática estiveram presentes desde o início do desenvolvimento da experimentação didática no contexto da Modelagem Matemática. Nessa atividade, as anotações e informações provenientes da Matemática foram mais requeridas do que as provenientes das Ciências. No entanto, os conhecimentos

das Ciências da Natureza auxiliaram na compreensão de conceitos matemáticos que ainda não haviam sido explorados pelos alunos, como observado na menção à média aritmética.

Portanto, o uso da experimentação didática pode adotar um caráter demonstrativo (ARAÚJO; ABIB, 2003), contribuindo para ilustrar e tornar menos abstratos os conceitos e teorias a serem estudados pelos alunos. Embora frequentemente associada ao ensino de ciências naturais, essa abordagem é igualmente valiosa no ensino de matemática. Para Almeida e Malheiro (2018), a experimentação didática pode constituir uma ferramenta poderosa no ensino da matemática, oferecendo uma abordagem prática e tangível para a aprendizagem de conceitos abstratos. Ela não apenas facilita a compreensão e a retenção do conhecimento, mas também torna a matemática mais envolvente e relevante para os alunos, preparando-os para aplicar suas habilidades matemáticas de maneira eficaz em diversas situações do mundo real.

Em termos gerais, as ações desenvolvidas nas experimentações didáticas subsidiaram as atividades de Modelagem Matemática, com os alunos fazendo referência ao fenômeno observado experimentalmente em etapas subsequentes da atividade. Tal observação é corroborada por Suart e Marcondes (2008) ao afirmarem que as ações experimentais favorecem o desenvolvimento de habilidades cognitivas de alta ordem nos alunos, como investigação, resolução de problemas e tomada de decisões.

Além disso, destacamos a presença de interações entre os objetos de conhecimento de diferentes áreas, visando ao desenvolvimento de concepções únicas sobre os aspectos relacionados às atividades de Modelagem Matemática com experimentação didática. Essas interações são mais evidentes nas etapas de **matematização** do modelo real e **interpretação** do resultado matemático, conforme proposto por Blum e Leiß (2007).

A incursão da experimentação didática no contexto das atividades de Modelagem Matemática também abre espaço para discussões sobre a validação de resultados empíricos e matemáticos, decorrentes desse tipo de atividade. Conforme mencionado por Galiazzi et al. (2001), a proposição dessas atividades visa ir além da visão indutivista, permitindo que os alunos, ao formularem modelos que representem fenômenos observados, desenvolvam habilidades de análise crítica e previsão fundamentadas em dados concretos (OREY; ROSA, 2007).

As atividades de Modelagem Matemática com experimentação didática ressaltam o papel fundamental da Matemática como uma linguagem universal para descrever fenômenos científicos complexos. Dessa forma, a Matemática, fundamentada em suas regras e axiomas, fornece o suporte necessário para a elaboração de modelos teóricos que representam situações complexas. Esses modelos contribuem significativamente para o desenvolvimento de habilidades analíticas e de resolução de problemas, mesmo quando são criados por alunos dos anos finais do Ensino Fundamental, em versões mais simples que as leis oriundas das Ciências da Natureza.

Embora no contexto das Ciências da Natureza, os cientistas façam uso de modelos científicos como representações simplificadas e abstratas da realidade (BARBOSA, 2009), o nível de abstração exigido para a obtenção desses modelos é bastante elevado, tornando-os pouco acessíveis para alunos nessa fase do ensino. Portanto, os modelos matemáticos derivados estão sujeitos a limitações e incertezas, uma vez que são construídos com base em suposições e simplificações que podem não abranger todos os aspectos de um fenômeno real.

Assim, as atividades de Modelagem Matemática com experimentação didática promovem uma abordagem interdisciplinar do conhecimento, incentivando uma visão integrada em que diferentes disciplinas se conectam e complementam umas às outras. Essa integração entre áreas como Matemática, Ciências da Natureza e outras disciplinas enriquece a experiência educacional dos alunos, proporcionando-lhes uma compreensão mais abrangente e contextualizada dos conceitos estudados. Ao explorar conexões entre diferentes áreas do conhecimento, os alunos são incentivados a desenvolver habilidades

de pensamento crítico, criatividade e resolução de problemas, preparando-os para enfrentar desafios complexos no mundo real. Essa abordagem holística da aprendizagem não apenas fortalece o entendimento dos alunos sobre os temas abordados, mas também os capacita a aplicar seus conhecimentos de forma mais eficaz em diversas situações.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Tomando como ponto de partida a interação entre Modelagem Matemática e experimentação didática, almejamos apresentar reflexões mais abrangentes sobre as implicações que emergem das atividades conjuntas dessas duas abordagens educacionais. A questão central que guia nossa análise é: “Que implicações, quanto à mobilização de objetos de conhecimento das Ciências da Natureza e da Matemática, decorrem de atividades de Modelagem Matemática com experimentação didática?”. Ao investigar essa problemática, nossa intenção é compreender não apenas as implicações imediatas dessas atividades, mas também seus efeitos mais amplos no processo de aprendizagem dos alunos, especialmente no contexto dos anos finais do Ensino Fundamental, uma fase crucial em sua trajetória escolar.

Ao analisar minuciosamente duas atividades de Modelagem Matemática com experimentação didática, torna-se evidente que cada uma delas desencadeia implicações distintas, moldadas pela natureza específica dos objetos de conhecimento mobilizados, conforme delineado no estudo de Araki e Kato (2022).

Na primeira atividade, observamos um enfoque em objetos de conhecimento das Ciências da Natureza mobilizados a partir de conceitos da Matemática. Nesse contexto, os conceitos e métodos matemáticos forneceram uma estrutura analítica que permitiu aos alunos explorar e compreender fenômenos naturais complexos, como crioscopia e trocas de calor. A Modelagem Matemática desempenhou um papel crucial ao fornecer ferramentas para a análise e interpretação desses fenômenos, enquanto a experimentação didática ofereceu um meio tangível para explorar conceitos abstratos em um ambiente concreto.

Por outro lado, na segunda atividade, foi possível introduzir novos objetos de conhecimento matemático aos alunos, utilizando como ponto de partida conceitos previamente explorados na disciplina de Ciências. Essa abordagem demonstrou a versatilidade da Modelagem Matemática, que pode ser adaptada para integrar e explorar conceitos de diferentes disciplinas. Além disso, a experimentação didática desempenhou um papel fundamental ao proporcionar uma oportunidade para os alunos aplicarem esses conceitos matemáticos em um contexto prático, contribuindo para uma compreensão mais profunda e significativa dos princípios matemáticos envolvidos.

Ao refletir sobre as implicações dessas atividades, é importante destacar a interação dinâmica entre os objetos de conhecimento das Ciências da Natureza e da Matemática. Essa interação não só enriquece a experiência de aprendizagem dos alunos, mas também promove uma compreensão mais holística e integrada dos fenômenos naturais e matemáticos. Além disso, ao investigar os objetos de conhecimento presentes em ambas as atividades, identificamos a presença de uma interação sinérgica entre as áreas de Ciências da Natureza e Matemática, especialmente nas etapas de transição do ciclo proposto por Blum e Leiß (2007). Essa interação sugere que a Modelagem Matemática com experimentação didática pode servir como uma ponte entre disciplinas aparentemente distintas, proporcionando aos alunos uma compreensão mais profunda e integrada do mundo ao seu redor.

Portanto, essa abordagem não apenas amplia o repertório de ferramentas pedagógicas disponíveis para os educadores, mas também prepara os alunos para enfrentar os desafios complexos do mundo real, onde os problemas muitas vezes transcendem os limites disciplinares tradicionais. Como tal, essa abordagem não apenas nutre o desenvolvimento cognitivo dos alunos, mas também os capacita a se tornarem pensadores críticos e solucionadores de problemas criativos em uma variedade de contextos.

Didactic experimentation in Mathematical Modelling activities: implications in the mobilization of knowledge objects

ABSTRACT

In this article, we present research conducted in mathematics classes during the final years of elementary school, guided by the following question: "What implications, regarding the mobilization of knowledge objects in Natural Sciences and Mathematics, arise from Mathematical Modeling activities with didactic experimentation?" Our analyses rely on data produced through the development of two Mathematical Modelling activities with didactic experimentation in a school in the northern region of Paraná state. Analyses of video and audio recordings, photographs, and written records, supported by the theoretical framework of qualitative research, allowed us to demonstrate that didactic experimentation in Mathematical Modeling activities influences the direction of the knowledge objects that will be mobilized, as well as the subsequent actions undertaken by the students.

KEYWORDS: Middle school. Mathematics teaching. Scientific education.

NOTAS

1 No estudo em questão, realizamos um de dissertações e teses desenvolvidas em programas de pós-graduação de instituições de ensino superior nacionais, desenvolvidas nos anos finais do Ensino Fundamental e que abarcam Modelagem Matemática e experimentação didática. Para tanto, recorremos à Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD), selecionando 10 pesquisas (nove dissertações e uma tese).

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, W. N. C.; MALHEIRO, J. M. S. A argumentação e a experimentação investigativa no ensino de Matemática. **Alexandria**, v. 11, n. 2, p. 57-83, nov. 2018. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/alexandria/article/view/1982-5153.2018v11n2p57>. Acesso em: 05 jun. 2024.
- ALVES FILHO, J. P. **Atividades experimentais: do método à prática construtivista**. 2000. 302 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2000. Disponível em: https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/20123909/mod_resource/content/0/tese_-_capitulo_1_historico_dos_projetos.pdf. Acesso em: 09 jun. 2024.
- ARAKI, P. H. H. **Atividades experimentais investigativas em contexto de aulas com modelagem matemática: uma análise semiótica**. 2020. 169 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2020. Disponível em: https://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/bitstream/1/4898/1/LD_PPGMAT_M_Araki%2C_Paulo_Henrique_Hideki_2020.pdf. Acesso em: 07 abr. 2024.
- ARAKI, P. H. H.; KATO, L. A. Aproximações entre modelagem matemática e experimentação didática revelados a partir de uma revisão sistemática de pesquisas nacionais. In: ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 9., 2022, União da Vitória. **Anais[...]** União da Vitória, PR: Unespar, 2022.
- ARAÚJO, M. S. T.; ABIB, M. L. V. S. Atividades experimentais no ensino de física: diferentes enfoques, diferentes finalidades. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 25, n. 2, p. 176-194, 2003. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/rbef/a/PLkjm3N5KjnXKgDsXw5Dy4R/?format=pdf&lang=pt>. Acesso em: 07 jun. 2024.
- AZEVEDO, M. C. P. S. Ensino por investigação: problematizando as atividades em sala de aula. In: CARVALHO, A. M. P. (Org.). **Ensino de Ciências – unindo a pesquisa e a prática**. São Paulo, SP: Thomson, 2004.
- BARBOSA, J. C. Modelagem e modelos matemáticos na educação científica. **Alexandria**, v. 2, n. 2, p. 69-85, jul. 2009. Disponível em: https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/4504064/course/section/5816165/Barbosa_2009.pdf. Acesso em: 07 jun. 2024.
- BECKER, F. **A epistemologia do professor: o cotidiano da escola**. Petrópolis, RJ: Vozes, 2013.

BLUM, W.; LEIB, D. How do students and teachers deal with modelling problems? *In*: HAINES, C.; GALBRAITH, P.; BLUM, W.; KHAN, S. (Eds.). **Mathematical modelling (ICTMA 12)**: Education, engineering and economics. Chichester: Horwood, 2007. p. 222-231.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, DF: MEC, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br>. Acesso em: 05 jun. 2024.

DUARTE, M. C. Analogias na educação em ciências: contributos e desafios. **Investigações em Ensino de Ciências**, v. 10, n. 1, p. 7-29, 2005. Disponível em: <https://ienci.if.ufrgs.br/index.php/ienci/article/view/520>. Acesso em: 07 jun. 2024.

ENGLISH, L. Mathematical modelling with young learners. *In*: LAMON, S.; PARKER, W.; HOUSTON, K. (Eds.). **Mathematical modelling: a way of life**. Cambridge: Horwood Publishing, 2003. p. 3-17.

GALIAZZI, M. C.; ROCHA, J. M. B.; SCHMITZ, L. C.; SOUZA, M. L.; GIESTA, S.; GONÇALVES, F. P. Objetivos das atividades experimentais no ensino médio: a pesquisa coletiva como modo de formação de professores de ciências. **Ciência & Educação**, v. 7, n. 2, p. 249-263, 2001. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/ciedu/a/xJ9FZcgBpg8NKq3KyZNs3Hk/>. Acesso em: 07 jun. 2024.

GARNICA, A. V. M. Pesquisa qualitativa e Educação (Matemática): de regulações, regulamentos, tempos e depoimentos. **Mimesis**, v. 22, n. 1, p. 35-48, 2001. Disponível em: https://secure.unisagrado.edu.br/static/biblioteca/mimesis/mimesis_v22_n1_2001_art_02.pdf. Acesso em: 07 jun. 2024.

LINGERFJÄRD, T. Mathematical modelling in teaching education – necessity or unnecessarily. *In*: BLUM, W.; GALBRAITH, P. L.; HENN, H.; NISS, M. (Eds.). **Modelling and applications in mathematics education**. The 14th ICMI study. Nova Iorque: Springer, 2007. p. 333-340.

NISS, M.; BLUM, W. **The learning and teaching of mathematical modelling**. Abingdon: Routledge, 2020.

OECD. **PISA 2022 Results (Volume I)**: The state of learning and equity in education. Paris, França: OECD, 2023. Disponível em: https://www.oecd-ilibrary.org/education/pisa-2022-results-volume-i_53f23881-en. Acesso em: 05 jun. 2024.

OREY, D. C.; ROSA, M. A dimensão crítica da modelagem matemática: ensinando para a eficiência sociocrítica. **Horizontes**, v. 25, n. 2, p. 197-206, jul./dez. 2007. Disponível em: https://lyceumonline.usf.edu.br/webp/portalUSF/itatiba/mestrado/educacao/uploadAddress/Horizontes_25_2_07%5B11066%5D.pdf. Acesso em: 07 jun. 2024.

RADDER, H. **The philosophy of scientific experimentation**. Pittsburgh, EUA: University of Pittsburgh Press, 2003.

SASSERON, L. H. Ensino de ciências por investigação e o desenvolvimento de práticas: uma mirada para a Base Nacional Comum Curricular. **Revista Brasileira de Pesquisa em Educação em Ciências**, v. 18, n. 3, p. 1061-1085, dez. 2018. Disponível em: <https://periodicos.ufmg.br/index.php/rbpec/article/view/4833>. Acesso em: 07 jun. 2024.

SCHNETZLER, R. P. Construção do conhecimento e ensino de ciências. **Em Aberto**, v. 11, n. 55, p. 17-23, jul./set. 1992. Disponível em: <https://emaberto.inep.gov.br/ojs3/index.php/emaberto/article/view/2155>. Acesso em: 07 jun. 2024.

SELLES, S. E. Lugares e culturas na disciplina escolar Biologia: examinando as práticas experimentais nos processos de ensinar e aprender. In: TRAVERSINI, C.; EGGERT, E.; PERES, E.; BONIN, I. (Orgs.). **Trajetórias e processos de ensinar e aprender: práticas e didáticas**. Porto Alegre, RS: EDIPUCRS, 2008. p. 592-617.

SILVA, C.; KATO, L. A. Quais elementos caracterizam uma atividade de modelagem matemática na perspectiva sociocrítica? **Bolema**, v. 26, n. 43, p. 817-838, ago. 2012. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/bolema/a/cnBcrRgqRCLHTDrtXXqyKbv/abstract/?lang=pt>. Acesso em: 07 jun. 2024.

SUART, R. C.; MARCONDES, M. E. R. As habilidades desenvolvidas por alunos do ensino médio de química em uma atividade experimental investigativa. **Revista Brasileira de Pesquisa em Educação em Ciências**, v. 8, n. 2, maio/ago. 2008. Disponível em: <https://periodicos.ufmg.br/index.php/rbpec/article/view/4022>. Acesso em: 07 jun. 2024.

TROWBRIDGE, L. W.; BYBEE, R. W. **Becoming a secondary school science teacher**. Columbus, EUA: Merrill, 1990.

VERONEZ, M. R. D.; CASTRO, É. M. V. Intervenções do professor em atividades de modelagem matemática. **Acta Scientiae**, v. 20, n. 3, p. 431-450, maio-jun. 2018. Disponível em: <http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta/article/view/3525>. Acesso em: 07 jun. 2024.

Recebido: 14 abr. 2024.

Aprovado: 15 jul. 2024.

DOI: <http://dx.doi.org/10.3895/etr.v8n2.18426>.

Como citar:

ARAKI, P. H. H.; KATO, L. A.. A experimentação didática em atividades de Modelagem Matemática: implicações na mobilização de objetos de conhecimento. **Ens. Tecnol. R.**, Londrina, v. 8, n. 2, p. 155-171, ago. 2024. Disponível em: <https://periodicos.uffpr.edu.br/etr/article/view/18426>. Acesso em: XXX.

Correspondência:

Wellington Piveta Oliveira

Universidade Federal de Mato Grosso do Sul. Campus do Pantanal. Corumbá, Mato Grosso do Sul, Brasil.

Direito autoral:

Este artigo está licenciado sob os termos da Licença Creative Commons-Atribuição 4.0 Internacional.

