

# Ensino de frações através da Resolução de Problemas: construção de um Produto Educacional

## RESUMO

**Edson Junior Monteiro**  
[professorjmonteiro@gmail.com](mailto:professorjmonteiro@gmail.com)  
[orcid.org/0000-0002-8831-0083](https://orcid.org/0000-0002-8831-0083)  
Universidade Cruzeiro do Sul  
(UNICSUL), São Paulo, São Paulo,  
Brasil

**Janaína Poffo Possamai**  
[janainap@furb.br](mailto:janainap@furb.br)  
[orcid.org/0000-0003-3131-9316](https://orcid.org/0000-0003-3131-9316)  
Universidade Regional de  
Blumenau (FURB), Blumenau,  
Santa Catarina, Brasil

**Norma Suely Gomes Allevato**  
[normallev@gmail.com](mailto:normallev@gmail.com)  
[orcid.org/0000-0001-6892-606X](https://orcid.org/0000-0001-6892-606X)  
Universidade Cruzeiro do Sul  
(UNICSUL), São Paulo, São Paulo,  
Brasil

Este artigo tem como objetivo discutir a construção de um Produto Educacional relacionado com o ensino de frações, proposto para o 6º ano do Ensino Fundamental, orientado pela Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. Para tanto, apresenta-se o referencial teórico relacionado com a Resolução de Problemas e com as diferentes personalidades dos números racionais, de modo a elucidar os entendimentos assumidos. A construção do Produto Educacional é discutida e os resultados indicam que é possível desenvolver propostas com vistas às perspectivas atuais da Resolução de Problemas e que utilizem o livro didático como fonte de consulta, permitindo que se avance para um ensino em que o professor é o mediador e o estudante o protagonista de sua aprendizagem.

**PALAVRAS-CHAVE:** Resolução de Problemas. Elaboração de Problemas. Sequência didática. Ensino de Matemática.

## INTRODUÇÃO

O ensino de números racionais é de natureza complexa, especialmente na sua representação fracionária, uma vez que dependendo da situação em que se insere pode assumir diferentes significados. Além disso, a complexidade se estende pelo fato da associação com os números inteiros se constituir como conhecimento prévio dos estudantes e cujos conceitos relacionados não são de imediata transferência, especialmente no que tange a comparação e as operações aritméticas.

Uma das possibilidades de os estudantes construírem significados na transição dos números inteiros para os racionais, em especial no entendimento de fração, que é foco deste estudo, está no ensino através da Resolução de Problemas. Nessa forma de trabalho os estudantes são colocados como protagonistas da construção do seu conhecimento, tendo o professor como mediador e incentivador.

É nesse contexto que se insere a pesquisa retratada neste artigo, que tem como objetivo discutir a construção de um Produto Educacional relacionado com o ensino de frações proposto para o 6º ano do Ensino Fundamental, orientado pela Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas (ALLEVATO; ONUCHIC, 2021).

Para socialização desse estudo, na sequência discutem-se os entendimentos assumidos no contexto da Resolução de Problemas; as diferentes personalidades dos números racionais; a caracterização metodológica da pesquisa; o Produto Educacional desenvolvido; e, por fim, as considerações finais.

## RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Uma discussão importante relacionada com a Resolução de Problemas é o entendimento do que é um problema. É comum que a ideia de problema remeta àqueles com enunciados, em que há um texto que deve ser lido e interpretado pelo estudante de modo que ele consiga extrair os dados para elaborar uma resolução. Porém, Cai e Lester (2012, p. 148) ressaltam que “alguns ‘problemas com enunciados’ não são suficientemente problemáticos para os estudantes e, portanto, deveriam ser considerados apenas como exercícios para os alunos realizarem”.

Van de Walle (2009), que expressa o posicionamento de Hiebert *et al.* (1997), define problema como “qualquer tarefa ou atividade em que os alunos não conhecem as regras, métodos ou não percebem a existência ou a forma ‘correta’ para chegar à resolução”. Ainda, Onuchic (1999, p. 215) indica que “[...] problema é tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em resolver”, remetendo à ideia de que é necessário o interesse, a vontade do resolvidor de buscar a solução.

Nas aulas de Matemática é comum o professor explicar uma atividade no quadro e depois pedir para que os estudantes resolvam uma lista de questões, habitualmente denominadas de problemas, que tem como intuito aplicar o conteúdo que foi ensinado. Aplicar o conhecimento construído a outros contextos ou outras situações, matemáticas ou não, é importante. Porém, como cabe aos estudantes repetir, fixar, aplicar a técnica ou método apresentado pelo professor, essas questões possivelmente não se constituem como problemas para eles. Essa prática, comum nas aulas de Matemática, decorre do fato de que:

A convicção popular é a de que de alguma maneira os alunos aprendem pelas listas de exercícios. Na realidade, os exercícios só podem ajudar os estudantes a ficarem mais rápidos no que eles já sabem. [...] Os exercícios de fixação não são uma atividade reflexiva. A natureza deles pede que os alunos façam o que já sabem fazer, mesmo que eles tenham acabado de aprender isso. O enfoque dos exercícios está nas habilidades processuais (VAN DE WALLE, 2009, p. 88).

Não se quer aqui indicar que os exercícios devem ser totalmente eliminados, uma vez que é possível que algumas habilidades e procedimentos precisem ser aperfeiçoados, e os exercícios podem ser um meio de fazer isso. Porém se quer alertar aqui para a prática limitada e atual, não é recomendável dar aos estudantes poucas oportunidades para que construam seus conhecimentos como resultado da busca pela resolução de um problema. Nesse sentido, corrobora o documento da Base Nacional Comum Curricular (BNCC):

Na Matemática escolar, o processo de aprender uma noção em um contexto, abstrair e depois aplicá-la em outro contexto envolve capacidades essenciais, como formular, empregar, interpretar e avaliar – criar, enfim –, e não somente a resolução de enunciados típicos que são, muitas vezes, meros exercícios e apenas simulam alguma aprendizagem (BRASIL, 2018, p. 277).

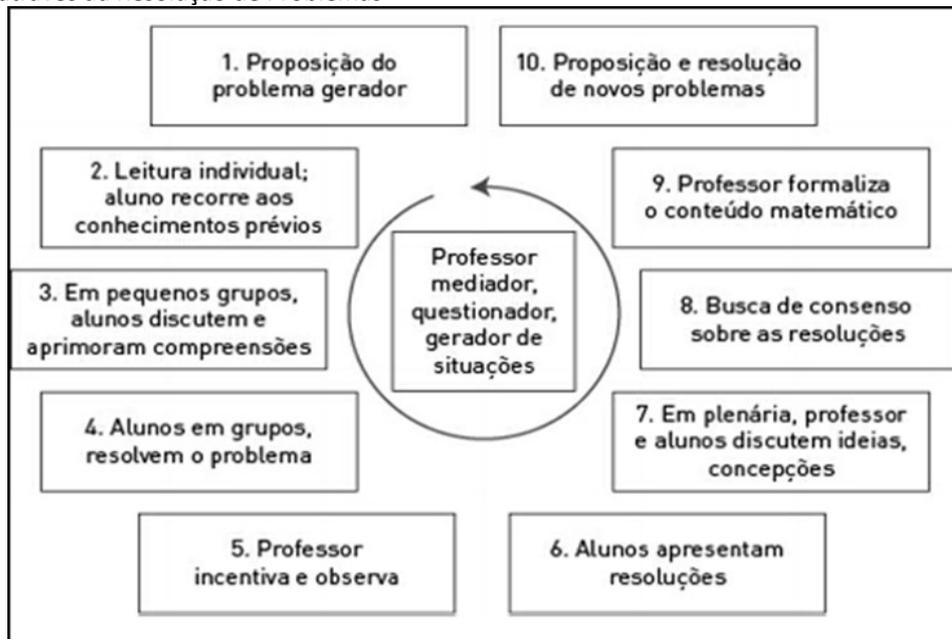
Neste aspecto, cabe ressaltar que está indicada na BNCC a resolução de problemas, entre outros processos matemáticos, como “formas privilegiadas da atividade matemática, motivo pelo qual são, ao mesmo tempo, objeto e estratégia para a aprendizagem, ao longo de todo o Ensino Fundamental” (BRASIL, 2018, p. 264).

Ajustando-se à essas orientações, também o Currículo Paulista enfatiza que:

A Resolução de Problemas é uma atividade central no ensino de Matemática porque favorece não apenas que os estudantes articulem e refinem seu pensamento, mas também que percebam diferentes perspectivas para enfrentar uma dada situação (SÃO PAULO, 2019, p. 313).

Em consonância com essas discussões, neste estudo pautamos no trabalho com a Resolução de Problemas pela Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, que é uma proposta organizada em 10 etapas, permitindo auxiliar o professor no desenvolvimento das atividades em sala de aula com os estudantes. Essa metodologia, apresentada por Allevalo e Onuchic (2021), é resultado dos estudos dos integrantes do Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas (GTERP) da Universidade Estadual Paulista (UNESP) e também vem sendo bastante explorada nos trabalhos do Grupo de Pesquisa e Estudos Avançados em Educação Matemática (GPEAEM), da Universidade Cruzeiro do Sul. A Figura 1 apresenta a organização dessas 10 etapas:

**Figura 1** – As 10 etapas da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas



Fonte: Allevato e Onuchic (2021, p. 55)

Conforme ressaltado na Figura 1, a metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas envolve o professor como mediador do processo de ensino e aprendizagem, deixando de se colocar como “transmissor de conteúdo” e se colocando como aquele que questiona, incentiva, motiva os estudantes na construção do seu conhecimento.

Cabe esclarecer um dos princípios da metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas que está denominado na primeira etapa como problema gerador. Nessa forma de trabalho, o problema gerador “[...] visa à construção de um novo conteúdo, conceito, princípio ou procedimento; ou seja, o conteúdo matemático necessário ou mais adequado para a resolução do problema ainda não foi trabalhado em sala de aula” (ALLEVATO; ONUCHIC, 2021, p. 52).

Allevato e Onuchic (2021, p. 50) esclarecem, também, o entendimento da palavra composta ensino-aprendizagem-avaliação:

A palavra composta ensino-aprendizagem-avaliação tem o objetivo de expressar uma concepção em que o ensino, a aprendizagem e a avaliação devem ocorrer simultaneamente durante a construção do conhecimento pelo aluno, com o professor atuando como guia e mediador.

Retratando o entendimento da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, Allevato e Vieira (2016) indicam que:

O que se pretende é que, partindo dos conhecimentos que já possui, o aluno se coloque em uma dinâmica de resolução do problema e que no percurso de sua resolução aprenda matemática, aprenda o conteúdo que o professor pretende que ele aprenda e outros

conteúdos, eventualmente, não previstos pelo professor (ALLEVATO; VIEIRA, 2016, p. 119).

Agrega-se a esses elementos o potencial que a Resolução de Problemas oferece de trabalho com as conexões, entendidas em suas diversas possibilidades, no âmbito do ensino e da aprendizagem de conteúdos matemáticos: com outras disciplinas ou domínios do saber; com a vida “real”, incluindo práticas e ações diárias; com outras profissões e o mundo do trabalho; com conteúdo de outros domínios matemáticos, como a Geometria, a Estatística e outros; com outros conceitos e procedimentos matemáticos; entre diferentes representações dos objetos matemáticos; com os conhecimentos prévios dos estudantes, construídos em etapas anteriores da escolaridade ou na vida pessoal; entre outras (ALLEVATO; ONUCHIC, 2019).

Nessa perspectiva acredita-se que o Produto Educacional desenvolvido, e discutido neste estudo, é uma forma de apresentar aos professores uma nova possibilidade para que o estudante se aproprie dos conhecimentos, valorizando o que ele já sabe e envolvendo-o na construção do saber matemático, em particular sobre frações, através da resolução de problemas.

Esclarecidos esses aspectos acerca da Resolução de Problemas, na sequência discutem-se os diferentes significados dos números racionais, esclarecendo o posicionamento assumido em relação ao termo fração.

### **OS DIFERENTES SIGNIFICADOS QUE ENVOLVEM OS NÚMEROS RACIONAIS**

Os documentos oficiais normativos – BNCC (BRASIL, 2018) e Currículo Paulista (SÃO PAULO, 2019) – utilizam o termo fração para se referir ao objeto de conhecimento relacionado com o significado parte-todo e quociente, e o termo representação fracionária para expressar a forma de escrita de um número racional.

Nesse contexto cabe ressaltar que, apesar de toda fração ser um número racional, nem todo número racional representa uma fração. Na sequência discute-se os diferentes significados atribuídos aos números racionais, explicitando o entendimento de fração.

Os diferentes significados que os números racionais assumem são estudados por Onuchic e Allevato (2008) e apresentados em sua pesquisa como “personalidades”. Em relação às personalidades dos números racionais, as autoras destacam cinco: ponto racional, quociente, razão, fração e operador.

Segundo as autoras, “as diferentes “personalidades” que os números racionais podem assumir constituem campos semânticos distintos. “Para compreender o significado dos ‘números racionais’ é preciso considerar a teoria matemática à qual eles estão submetidos, a classe de situações do mundo real a que eles se aplicam e as relações entre teoria e estas situações” (ONUCHIC; ALLEVATO, 2008, p. 85).

Segundo Onuchic e Allevato (2008, p. 94, grifo do autor), o “operador define uma estrutura multiplicativa de números racionais”. A ideia de número racional enquanto operador, está associada a um conjunto de instruções que levam a executar uma ação, um processo. Por exemplo, calcular  $\frac{2}{3}$  de 12 implica em executar a ação de multiplicar o valor por 2 e dividir por 3, ou ainda, de dividir por 3 e depois multiplicar por 2.

O significado de número racional como razão está vinculado à ideia de relação entre grandezas de mesma ou diferentes unidades de medida. Pode-se, por exemplo, determinar a razão entre a área de dois triângulos e indicá-la com uma representação fracionária. Ou ainda, no cotidiano das pessoas, a razão é utilizada para determinar o consumo de um veículo, ao se verificar a razão entre a distância percorrida e a quantidade de combustível utilizado, podendo ser indicado o resultado por meio de representação fracionária ou decimal. Onuchic e Allevato (2008, p. 16), indicam que “[...] As propriedades da razão são fundamentalmente diferentes daquelas da fração”.

É importante que o professor de Matemática tenha clareza sobre esses significados, pois há implicações sobre como operar com os números racionais nessas diferentes personalidades. No caso das razões, pode-se ilustrar, como exemplo, uma sala de aula em que há 2 meninas para cada 3 meninos, representados pela razão  $\frac{2}{3}$ , enquanto em outra turma há 3 meninas para cada 5 meninos, a razão é de  $\frac{3}{5}$ . Nesse caso, se juntarmos as turmas haverá 5 meninas para cada 8 meninos, ou seja, a razão entre a quantidade de meninas e meninos é de  $\frac{5}{8}$ . Esse exemplo ilustra que a operação entre razões difere daquela realizada com frações, ressaltando a importância de compreensão dos significados.

O significado de número racional como fração é indicado por Onuchic e Allevato (2008) como parte de um todo. Nesse aspecto, Van de Walle (2009, p. 322) ressalta que “as partes fracionárias são partilhas iguais (repartir) ou porções de tamanhos iguais de um todo ou unidade. Uma unidade pode ser um objeto ou uma coleção de coisas”.

As tarefas de compartilhamento, comuns no cotidiano das pessoas, dos estudantes, envolvem a ideia de fração como parte todo. Por exemplo, uma pizza é particionada habitualmente em partes de mesmo tamanho e compartilhada entre as pessoas, que comem parte de um inteiro.

O modo como escrevemos as frações, como um número na parte superior (numerador) e outro na parte inferior (denominador) de uma barra, ou seja, é uma forma de representação. Cabe destacar que não é a representação fracionária que informa o significado atribuído como uma fração, mas sim o contexto e o significado produzido para os números.

Na fração, o número da parte superior indica contagem, contar um conjunto para enumerá-lo, por isso é denominado de numerador. O número da parte de baixo denomina a fração indicando como a fração é lida, dando nome às partes, assim como existem diferentes denominações para as classes de coisas (VAN DE WALLE, 2009). Por essa razão é chamado denominador. Explicar isso aos estudantes é necessário, embora não seja suficiente para lhe proporcionar a efetiva compreensão do significado de fração.

Nesse aspecto, Van de Walle (2009, p.328) sugere como explicação razoável aos estudantes que se considere:

Número da parte superior: Esse é o número de contagem. Ele diz quantas repartições ou partes temos. Diz quantos foram contados. Diz quantas partes sobre as quais estamos conversando. Conta as partes ou repartições.

Número de parte inferior: Esse diz o que está sendo contado. Diz que parte fracionária está sendo contada. Se ele for um 4, quer dizer que estamos contando quartos; se ele for um 6, estamos contando sextos, e assim por diante.

Ressalta-se que no entendimento de fração como parte-todo sempre é possível identificar que é a unidade, o todo de referência, podendo estar relacionado com uma quantidade discreta ou contínua. Ainda, essa unidade assume uma compreensão diferente dos números naturais, em que a unidade é sempre associada ao número um, a um único objeto. Na fração a unidade pode envolver vários objetos assumidos como o todo de referência.

Nos casos em que o denominador de um número racional não se refere ao que está sendo contado, denominado, tem-se a personalidade do quociente. Segundo Onuchic e Allevato (2008, p. 88), quociente é uma das personalidades dos números racionais e cujo significado envolve uma situação “[...] quando um número de objetos precisa ser repartido igualmente num certo número de grupos”.

Pode-se entender a diferença entre as personalidades de fração como parte todo e de quociente, dado que no primeiro caso tem-se a unidade particionada em partes iguais, enquanto no segundo caso há uma divisão de uma medida por outra.

Por exemplo, na situação em que três pizzas devem ser divididas igualmente por cinco crianças, o número racional representa um quociente que é o resultado da divisão de três pizzas por cinco crianças, ou seja, no contexto de fração pode-se tomar cada pizza como a unidade de referência, sendo que cada criança receberia uma parte da pizza de um todo que é particionado em cinco pedaços, ou seja, receberia um quinto de cada pizza. Como são três pizzas, cada criança receberia três pedaços de um quinto da pizza.

## CARACTERIZAÇÃO METODOLÓGICA

O estudo delineado neste artigo é resultado de uma pesquisa de mestrado, fundamentada na abordagem qualitativa. Cabe ressaltar que essa pesquisa se insere em um mestrado profissional na área de Ensino, o qual tem como premissa “[...] construir pontes entre conhecimentos acadêmicos gerados na pesquisa em educação e ensino para sua aplicação em produtos e processos educativos voltados às demandas da sociedade e às necessidades regionais e nacionais” (BRASIL, 2019, p. 3).

A pesquisa envolveu a escolha de referenciais teóricos relacionados com a Resolução de Problemas e, também, sobre frações, para serem utilizados nas análises de material didático referente a frações, bem como para subsidiar a construção das sequências didáticas para o ensino de frações, que compõe o Produto Educacional que foi desenvolvido.

O Produto Educacional se constitui de um material contendo uma sequência didática composta por quatro atividades, com problemas que envolvem conceitos relacionados com fração. Esse material tem potencial para ser desenvolvido com os estudantes do 6º ano, bem como para ser ressignificado para outras práticas em contextos formais e não formais de ensino, e ser utilizado em cursos de formação continuada para professores de Matemática. As atividades foram organizadas, conforme apresentado no Quadro 1:

**Quadro 1** – Sequência didática do Produto Educacional

ATIVIDADE	OBJETO DE CONHECIMENTO	HABILIDADES
1	Significado de fração – parte todo	Compreender frações associadas a ideias de partes de inteiros e resultado de divisão.
2	Comparação de frações e equivalência	Comparar e ordenar frações, identificando frações equivalentes.
3	Cálculo de fração de um número natural e adição e subtração de frações de mesmo denominador.	Resolver problemas que envolvam o cálculo da fração de uma quantidade e cujo resultado seja um número natural.
4	Adição e subtração de frações com denominadores diferentes.	Resolver e elaborar problemas que envolvam adição ou subtração com números racionais positivos na representação fracionária.

**Fonte:** Elaborado pelos autores

Em cada uma dessas atividades, indicadas no Quadro 1, é apresentada uma sequência adaptada da proposta de Krulik e Rudnick (2005), orientada para a utilização do roteiro sugerido por Allevato e Onuchic (2021) para a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. A adaptação se fez necessária para elucidar melhor as compreensões relacionadas com a metodologia recomendada para implementação das atividades.

Na sequência discute-se como se deu essa adaptação e construção do Produto Educacional com vistas a atender aos referenciais teóricos adotados.

### **DISCUSSÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL**

No desenvolvimento do Produto Educacional, a adaptação da proposta de Krulik e Rudnick (2005) foi realizada com vistas a atender aos objetos de conhecimento e habilidades indicadas na Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018) e considerando que os problemas sejam trabalhados utilizando a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas (ALLEVATO; ONUCHIC, 2021). Assim, cada sequência didática foi organizada da seguinte forma:

**Objeto do conhecimento:** conforme indicação da BNCC, a ser desenvolvido por meio de um problema gerador

**Habilidades:** conforme indicação da BNCC sendo destacado em negrito na habilidade a parte que compete ao problema gerador ou deixando sem grifo quando a habilidade é trabalhada na íntegra.

**Pensando nos estudantes:** uma breve discussão sobre as ideias que os estudantes podem trazer como conhecimento prévio;

**Questão apresentada no livro didático e problema gerador:** apresentação da atividade disponível no livro didático e proposta de problema gerador adaptado

dessa atividade, para ser resolvido pelos estudantes, antes da apresentação do conteúdo pelo professor;

**Observar e incentivar:** sugestões e dicas de como o professor pode abordar os estudantes ou a turma durante as etapas de resolução de problemas, plenária e busca de consenso;

**Formalização:** descrição do conteúdo a ser apresentado pelo professor com base no problema gerador resolvido pelos estudantes;

**Elaboração de novos problemas:** sugestões de extensão da atividade para avaliar e/ou ampliar a compreensão dos estudantes acerca do objeto de conhecimento central na sequência.

Para construir os problemas geradores foram realizadas adaptações das questões do livro didático, que é utilizado na escola em que o primeiro autor desse artigo atua, de modo que se possa orientar em outros contextos o professor para que “[...] ensine as ideias ou conceitos importantes, não as páginas. Considere mais os objetivos do capítulo do que as atividades da lição” (VAN DE WALLE, 2009, p. 92).

Os problemas geradores, adaptados de situações apresentadas do livro didático, envolveram contextos relacionados ao mundo real. Sempre que possível, é importante que essa relação seja estabelecida, porém problemas no contexto da própria Matemática também podem ter potencial para desenvolver uma aula baseada na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas.

Cai e Lester (2012) ressaltam que o papel do professor na escolha dos problemas a serem propostos aos estudantes é o de revisar, selecionar, adaptar ou aperfeiçoar atividades que favoreçam a compreensão e a construção de procedimentos ou conceitos matemáticos que serão o foco do professor para aquele problema. Além disso, é importante que os problemas também promovam o desenvolvimento de habilidades relacionadas com raciocinar e se comunicar matematicamente.

Em relação à proposta de Krulik e Rudnick (2005), as orientações ao professor que esses autores apresentam nos tópicos Sobre a Matemática e Estratégias de Resolução, são indicadas nas sequências didáticas do Produto Educacional nas seções intituladas Pensando nos Estudantes, Observar e Incentivar e na Formalização. As adaptações não se referem apenas a elementos de nomenclatura utilizada, mas duas contribuições adicionais são incorporadas:

- Em relação ao problema inicial, a adaptação apresenta o problema exibido no livro didático e o problema gerador, de modo que os professores que porventura venham a utilizar o Produto Educacional possam entender e se inspirar nos ajustes realizados;
- Outro ponto está na apresentação de novos problemas nas seções Avaliando a Compreensão e Estendendo a Matemática de Krulik e Rudnick, cujos tópicos são incorporados em Elaboração de novos problemas (no Produto Educacional) trazendo uma perspectiva atual da criação de problemas pelos estudantes como forma de avaliar a sua compreensão acerca dos objetos de conhecimento abordados

através do problema gerador, bem como encorajar que elaborem novos e melhores problemas.

Na continuação, apresenta-se uma das sequências didáticas que compõem o Produto Educacional desenvolvido, a sequência didática 4, que é relacionada com adição e subtração de frações com denominadores diferentes, a fim de esclarecer estes aspectos considerados na sua construção.

### ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO DE FRAÇÕES COM DENOMINADORES DIFERENTES

**Objeto do conhecimento:** adição e subtração de frações com denominadores diferentes.

**Habilidades:** (EF06MA10) Resolver e elaborar problemas que envolvam adição ou subtração com números racionais positivos na representação fracionária (BRASIL, 2018, p. 301).

Figura 2: Compra em partes



Veja, agora, mais estas situações:

3 Helena foi à feira com certa quantia. Gastou  $\frac{1}{2}$  dessa quantia na banca de frutas e  $\frac{1}{3}$  dessa quantia na banca de verduras e legumes. Que fração da quantia inicial Helena gastou nessas duas bancas?

Fonte: Giovanni Júnior e Castrucci (2018, p. 150)

#### Quadro 2: Problema gerador

Helena foi à feira com 60 reais. Ela gastou  $\frac{1}{2}$  dessa quantia na banca de frutas e  $\frac{1}{3}$  do que tinha na banca de verduras e legumes.

a) Qual fração representa a quantidade que ela gastou, no total, indo à feira? R.  $\frac{5}{6}$

Qual fração representa a quantidade de dinheiro que restou, em relação ao total que ela tinha inicialmente? R.  $\frac{1}{6}$

b) Se ela ainda gastou  $\frac{1}{2}$  do que havia sobrado, comprando um pastel, qual fração representa o valor que ela gastou com o pastel em relação ao total que ela levou para a feira? R.  $\frac{1}{12}$

- c) Se, enfim, ela resolveu ir embora, qual fração representa o valor em dinheiro que ela levou de volta para sua casa, em relação ao total que ela tinha inicialmente? R.  $\frac{1}{12}$
- d) O que você compraria com o dinheiro que sobrou? R. pessoal

Fonte: Monteiro, Allevato e Possamai (2022, p. 21)

Cabe ressaltar a importância do livro didático como fonte para selecionar ou adaptar problemas que possibilitem desenvolver a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, conforme orientações apresentadas em Possamai, Allevato e Monteiro (2022).

**Observar e incentivar:** O professor pode incentivar contando uma história ligada ao cotidiano do estudante. O fato dele realizar atividades semelhantes no seu dia a dia pode ajudar na hora de resolver esse problema.

É interessante que o professor sugira aos estudantes avaliarem os métodos utilizados em problemas anteriores, registrando as diferenças e semelhanças ou, ainda, indicando as limitações. Vale, também, questionar os estudantes sobre as quantidades a que eles estão se referindo na hora de organizar a estratégia de resolução.

**Formalização:** As estratégias utilizadas pelos estudantes no problema gerador possivelmente terão relação com a vida dos estudantes, com situações como fazer compras em feiras, supermercados, lojas físicas e lojas virtuais, nas quais, algumas vezes, eles precisarão fracionar o dinheiro para realizar as compras necessárias. É importante que essas relações e as estratégias dos estudantes sejam valorizadas pelo professor nesse momento.

Na formalização, o professor irá abordar o conteúdo de adição e subtração de frações com denominadores diferentes. Nesse aspecto é importante retomar as estratégias utilizadas pelos estudantes para discutir, ampliar e generalizar o processo.

**Elaboração de novos problemas:** O professor pode propor aos estudantes que construam um orçamento com os gastos necessários para manterem suas necessidades básicas pelo período de um mês – com água, luz, telefone fixo, telefone celular, internet, gás de cozinha e imposto predial ou condomínio – e identifiquem em forma de fração o que cada valor representa em função do total gasto, realizando perguntas e construindo problemas relacionados com esse contexto.

Outra ideia seria pedir para que os estudantes selecionem duas questões do livro didático que envolvam adição ou subtração de frações (ou o professor pode escolher) e solicitar que escrevam diferenças e semelhanças entre os problemas e depois que tentem reformular um dos problemas de modo que ambos tenham a mesma estrutura matemática na resolução.

Cabe salientar que, nessa sequência didática, a Elaboração de novos problemas é indicada na perspectiva tanto da criação de um problema a partir de um uma situação e objeto de conhecimento definido, quanto a partir de reformulação de um problema existente.

Nas outras sequências didáticas a elaboração de problemas pelos estudantes também solicitou que os estudantes elaborem problemas a partir de uma imagem fornecida, a partir da criação de novas perguntas para o problema gerador, e a

partir da análise de situações da própria escola ou de vivências com o uso de materiais didáticos.

### **CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Este artigo teve como objetivo discutir a construção de um Produto Educacional relacionado com o ensino de frações proposto para o 6º ano do Ensino Fundamental, orientado pela Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas

Conforme discutido, construiu-se um Produto Educacional com o intuito de orientar professores para o desenvolvimento de uma prática pedagógica, relacionada com frações, para o 6º ano do Ensino Fundamental, sob a perspectiva da Resolução de Problemas. Esse produto é constituído de uma breve discussão sobre a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, de um caderno que contém as sequências didáticas que foram construídas de indicações que permitem ao professor elaborar outros problemas geradores.

Nessas sequências didáticas, a elaboração de problemas pelos estudantes é indicada para ser realizada na décima etapa da metodologia, com o intuito de consolidar as aprendizagens de conhecimento pretendidos para o problema gerador. Esse é um aspecto inovador desta pesquisa, uma vez que as prescrições curriculares atuais têm indicado fortemente a associação das habilidades de elaborar e resolver problemas, sendo a elaboração uma forma de ampliar o contexto da resolução de problemas.

Por fim, podemos inferir que a construção do conhecimento em frações com alunos do 6º ano do Ensino Fundamental, por meio da Resolução de Problema pode se dar por meio de problemas geradores e se concretiza com a formalização, dos objetos de conhecimento, pelo professor. Nesse processo, o desenvolvimento de habilidades perpassa pela formação integral dos estudantes que são envolvidos em um ambiente de discussão, de troca de ideias, de argumentação e de desenvolvimento da criatividade e criticidade frente às resoluções dos problemas e a elaboração de novos problemas.

Como caminho para pesquisas futuras, sugere-se que as sequências didáticas propostas no Produto Educacional sejam utilizadas com estudantes e que os resultados sejam analisados, bem como se pondere sobre as implicações de avaliar a aprendizagem por meio de elaboração de problemas pelos estudantes. Também, como sugestão, pode-se discutir as sequências didáticas na perspectiva dos diferentes registros de representação semiótica de fração, possibilitando ampliar as discussões em relação às dificuldades de aprendizagem relacionadas.

# Teaching Fractions through Problem Solving: Construction of an Educational Product

## ABSTRACT

This article aims to discuss the construction of an Educational Product related to the teaching of fractions, proposed for the 6th year of Elementary School, guided by the Methodology of Teaching-Learning-Assessment of Mathematics through Problem Solving. Therefore, the theoretical framework related to Problem Solving and the different personalities of rational numbers is presented, in order to elucidate the assumed understandings. The construction of the Educational Product is discussed and the results indicate that it is possible to develop proposals with a view to the current perspectives of Problem Solving and that use the textbook as a reference source, allowing progress towards a teaching in which the teacher is the mediator and the student the protagonist of his learning.

**KEYWORDS:** Problem Solving. Elaboration of Problems. Following teaching. Mathematics Teaching.

## REFERÊNCIAS

- ALLEVATO, Norma Suely Gomes; ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática. *In: ONUCHIC, Lourdes de la Rosa et. al. (org.) Resolução de Problemas: teoria e prática.* 2 ed. Jundiaí: Paco, 2021. p. 40-62.
- ALLEVATO, Norma Suely Gomes; ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. As conexões trabalhadas através da Resolução de Problemas na Formação Inicial de Professores de Matemática. **REnCiMa**, São Paulo, v. 10, p. 1-14, 2019.
- ALLEVATO, Norma Suely Gomes; VIEIRA, Gilberto. Do ensino através da resolução de problemas abertos às investigações matemáticas: possibilidades para a aprendizagem. **Quadrante**, v. 25, n. 1, p. 113-132, 2016.
- CAI, Jinfa; LESTER, Frank. Por que o Ensino com Resolução de Problemas é importante para aprendizagem do aluno? Tradução de BASTOS, A. S. A. M.; ALLEVATO, N. S. G. **Boletim GEPEM**, Rio de Janeiro, n. 60, p. 241-254, 2012.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC/SEB, 2018. Versão completa. Disponível em: [http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC\\_EI\\_EF\\_110518\\_versaofinal\\_site.pdf](http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf). Acesso em: 07 mar. 2021.
- GIOVANNI JUNIOR, José Ruy; CASTRUCCI, Benedicto. **A conquista da matemática: 6º ano Ensino Fundamental Anos Finais**. São Paulo: FTD, 2018.
- KRULIK, Stephen; RUDNIK, Jesse A. **Problem-Driven Match: Applying the Mathematics Beyond Solutions**. Chicago, IL: Wright Group/ McGrawHill, 2005.
- MONTEIRO, Edson Junior; ALLEVATO, Norma Suely Gomes; POSSAMAI, Janaína Poffo Possamai. **O ensino de frações através da Resolução de Problemas**. São Paulo: Universidade Cruzeiro do Sul, 2022. 26 f.
- ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. Ensino-Aprendizagem de Matemática Através da Resolução de Problemas. *In: BICUDO, M. A. V. (org.). Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas*. São Paulo: Editora Unesp, 1999. p. 199-218.
- ONUCHIC, Lourdes de la Rosa; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. As diferentes “personalidades” do número racional. **Bolema**, Rio Claro, v. 21, n. 31, p. 79-102, 2008.
- POSSAMAI, Janaína Possamai; ALLEVATO, Norma Suely Gomes; MONTEIRO, Edson Junior. O Livro didático como fonte para a proposição de problemas geradores nas aulas de Matemática. *In: COLÓQUIO DE LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA, 1.*, 2023, Rio Claro - SP. **[Anais eletrônico...]** Disponível em:

<https://sites.google.com/view/grupoteorema/cldm/anais-do-1%C2%BA-cldm?authuser=0>. Acesso em: 06 abr. 2023.

SÃO PAULO. Secretaria da Educação. **Currículo paulista**. São Paulo, 2019.  
Disponível em:

<https://efape.educacao.sp.gov.br/curriculopaulista/wpcontent/uploads/sites/7/2019/09/curriculo-paulista-26-07.pdf>. Acesso em: 08 mar. 2021.

VAN DE WALLE, Jhon. A. **Matemática no Ensino Fundamental: Formação de Professores e Aplicações em Sala de Aula**. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

**Recebido:** 13 outubro 2022.

**Aprovado:** 10 abril 2023.

**DOI:** <http://dx.doi.org/10.3895/etr.v6n2.16022>.

**Como citar:**

MONTEIRO, Edson Junior; POSSAMAI, Janaína Poffo; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. Ensino de frações através da Resolução de Problemas: construção de um Produto Educacional. **Ens. Technol. R.**, Londrina, v. 6, n. 2, p. 68-82, jul./dez. 2022. Disponível em: <<https://periodicos.utfpr.edu.br/etr/article/view/16022>>. Acesso em: XXX.

**Correspondência:**

Janaína Poffo Possamai

Universidade Regional de Blumenau - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, Rua Antônio da Veiga, 140, Câmpus 1 Sala T-210, Itoupava Seca, Blumenau, Santa Catarina, Brasil.

**Direito autoral:**

Este artigo está licenciado sob os termos da Licença Creative Commons-Atribuição 4.0 Internacional.

