

## Resolução de Problemas: um caminho para o ensino da Matemática

### RESUMO

**Marcela Camila Picin de Melo**  
[marcela\\_piccin@hotmail.com](mailto:marcela_piccin@hotmail.com)  
<https://orcid.org/0000-0002-9545-1431>  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), Londrina, Paraná, Brasil

**Andresa Maria Justulin**  
[ajustulin@utfpr.edu.br](mailto:ajustulin@utfpr.edu.br)  
<https://orcid.org/0000-0003-4107-8464>  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), Londrina, Paraná, Brasil

O presente texto apresenta reflexões sobre uma pesquisa qualitativa, que envolve o uso da resolução de problemas para o ensino de Matemática. A pesquisa atentou para sua utilização como uma metodologia de ensino que proporcione a construção de conhecimento de conceitos matemáticos, com o aluno como protagonista e o professor, guia e mediador. O problema aqui discutido foi desenvolvido em uma turma do 6º ano do Ensino Fundamental, a fim de propiciar a construção dos conceitos de múltiplos e divisores. Foi escolhido e adaptado do livro: Resolução de Problemas: Teoria e Prática, e aplicado aos alunos por meio da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. Para análise dos dados foram considerados os registros das resoluções apresentadas pelos alunos bem como gravações em áudio e fotos. Durante a resolução do problema gerador, os alunos foram organizados em grupos, o que favoreceu a colaboração entre eles para criar regiões retangulares com alguns números escolhidos pela professora, realizar um jogo com características estudadas e confeccionar um pinheiro numérico, explorando o conteúdo de múltiplos e divisores. Destaca-se que, com o desenvolvimento da atividade de Resolução de Problemas, os alunos apresentaram-se participativos e questionadores em relação aos conteúdos matemáticos estudados e manifestaram interesse por aqueles que emergiram.

**PALAVRAS-CHAVE:** Ensino-aprendizagem. Resolução de Problemas. Múltiplos e Divisores.

## INTRODUÇÃO

Trabalhar com Educação Matemática tem se mostrado um desafio e requer dos profissionais da Educação uma constante reorganização das práticas pedagógicas (ALLEVATO, 2014). Neste sentido, é importante destacar que as discussões atuais sobre inovação em educação voltam-se para o estudo das competências para o século XXI. Formuladas e estudadas por pesquisadores como Soffner (2015) e Perrenoud et al (2002), essas competências delimitam características de indivíduos bem-sucedidos na Era da Informação. Elas traçam um perfil acadêmico, social e profissional e desafiam a educação moderna a abordá-las.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) trata as competências como sendo uma “mobilização de conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas, cognitivas e socioemocionais), atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho” (BRASIL, 2017, p.8). Destaca ainda, que essas competências devem desenvolver no estudante, durante a Educação Básica e, em especial no Ensino Fundamental, a capacidade do Letramento Matemático:

[...] definido como as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas (BRASIL, 2017, p.264).

Neste sentido, faz-se imprescindível repensar as práticas pedagógicas, “adotando práticas reflexivas, estimulando o trabalho em equipe e implementando a construção e desenvolvimento do ensino por meio de projetos e pela resolução de problemas” (ALLEVATO, 2014, p.210). Desse modo, o professor passa a atribuir ao aluno o papel de protagonista do processo de aprendizagem, para que tenha capacidade de se adaptar a novas situações, tenha persistência e criatividade na busca por soluções de vários tipos de problemas, tanto da escola como da vida.

O desenvolvimento das competências apresentadas pela BNCC, demandam que um conjunto de habilidades, comportamentos e atitudes sejam explorados. Desse modo, o presente texto apresenta os primeiros passos de uma pesquisa sobre a utilização da Resolução de Problemas enquanto metodologia para o ensino de Matemática, aspirando que esta corrobore para uma transformação no ensino de conceitos e conteúdos matemáticos. Nessa pesquisa utiliza-se a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, conforme Allevato e Onuchic (2014).

Para as autoras, a referida metodologia constitui-se em uma abordagem mais completa e abrangente do que algumas abordagens envolvendo o uso de problemas apresentadas por outros autores. Nas palavras de Allevato e Onuchic (2014, p. 43), “a palavra composta ensino-aprendizagem-avaliação tem o objetivo de expressar uma concepção em que o ensino, a aprendizagem e a avaliação devam ocorrer simultaneamente durante a construção do conhecimento pelo aluno” e, o professor atuando como incentivador e mediador.

Essa ideia alinha-se com os pressupostos presentes na BNCC, ao destacar a importância da atividade de resolução de problemas pelos alunos do Ensino Fundamental.

Os processos matemáticos de resolução de problemas, de investigação, de desenvolvimento de projetos e da modelagem podem ser citados como formas privilegiadas da atividade matemática, motivo pelo qual são, ao mesmo tempo, objeto e estratégia para a aprendizagem ao longo de todo o Ensino Fundamental. Esses processos de aprendizagem são potencialmente ricos para o desenvolvimento de competências fundamentais para o letramento matemático (raciocínio, representação, comunicação e argumentação) e para o desenvolvimento do pensamento computacional (BRASIL, 2017, p. 264).

O documento ressalta ainda que, para o desenvolvimento de todos os processos de aprendizagem, o aluno deve ser capaz de não apenas resolver problemas, “mas que também reflitam e questionem o que ocorreria se algum dado do problema fosse alterado ou se alguma condição fosse acrescida ou retirada” (BRASIL, 2017, p. 275). Neste sentido, a Metodologia apresentada mostra-se como uma possibilidade para o ensino de Matemática, uma vez que oportuniza ao aluno “aprender tanto sobre resolução de problemas, quanto aprendem Matemática para resolver novos problemas, enquanto aprendem Matemática através da resolução de problemas” (ALLEVATO, 2014, p. 215).

No que se refere à atividade do professor, o ponto de partida para o ensino de conceitos e conteúdos matemáticos é a escolha um problema gerador, “(...) que expressa aspectos-chave desse tópico e técnicas matemáticas devem ser desenvolvidas na busca de respostas razoáveis ao problema dado” (ALLEVATO, ONUCHIC, 2009, p. 142). Nesse sentido, partindo de um problema gerador, com a intenção de refletir sobre o uso da referida metodologia de ensino frente à construção de conhecimento matemático pelos alunos, apresentar-se-ão algumas considerações sobre o desenvolvimento de uma aula através da Resolução de Problemas para a iniciação do conteúdo múltiplos e divisores, com uma turma de 6º ano do Ensino Fundamental.

## O CAMINHO PARA A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Ao referir-se à resolução de problemas, inicialmente é importante apresentar o entendimento das autoras sobre problema. Desta maneira, para o que aqui será discutido, manifestamos nossa concordância com Onuchic (1999, p.215) ao afirmar que problema é “tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em resolver”. Descrita em documentos oficiais (BRASIL, 2017) como uma forma privilegiada da atividade matemática, a resolução de problemas é de fundamental importância para o desenvolvimento de habilidades e competências necessárias para a organização da aprendizagem matemática.

A resolução de problemas sempre esteve presente na história da humanidade como atividade, porém enquanto teoria ou prática de sala de aula faz parte de uma história recente, que remonta ao século XX. Uma das primeiras referências vem de Polya, em seu livro a Arte de Resolver Problemas (1944/ 1995), em que o autor enfatiza quatro passos necessários para a resolução de um problema.

Primeiro temos de *compreender* o problema, temos de perceber claramente o que é necessário. Segundo, temos de ver como os diversos itens estão inter-relacionados, como a incógnita está ligada aos dados, para termos a ideia de resolução, para estabelecermos um *plano*. Terceiro, *executamos* o nosso plano. Quarto, fazemos um *retrospecto* da resolução completa, revendo-a e discutindo-a (POLYA, 1995, p.3-4).

Polya sempre foi uma grande referência para o ensino com resolução de problemas, contudo, outros autores apresentaram diferentes concepções sobre o uso do problema. Autores como Hatfield (1978) e Schroeder e Lester (1989), indicaram diferentes formas de se abordá-la no ensino. Esses autores apresentaram três maneiras diferentes de utilizar a resolução de problemas para o ensino: o ensino *sobre* Resolução de Problemas, o ensino *para* Resolução de Problemas e o ensino *via/através* da Resolução de Problemas.

Para Allevato e Onuchic (2014, p. 37) o ensino *sobre* resolução de problemas “corresponde a considerá-la como um novo conteúdo”, pois são abordadas etapas, regras e processos para a resolução de um problema, não necessariamente matemático, o que remete a abordagem dada à resolução de problemas por Polya. As mesmas autoras descrevem o ensino *para* resolução de problemas como uma abordagem diferente da anterior, onde o foco não está mais na resolução de problemas enquanto método, mas está na aplicação do conteúdo matemático. “Nessa visão, a matemática é considerada utilitária de modo que, embora a aquisição de conhecimento matemático seja de primordial importância, o propósito principal do ensino é ser capaz de utilizá-lo” (ALLEVATO, ONUCHIC, 2014, p.38). Contudo, apesar das ideias anteriores serem viáveis ao ensino da Matemática, elas não representam o foco deste trabalho, que pretende utilizar o ensino *através* da Resolução de Problemas. Nessa visão, a Resolução de Problemas deve ser utilizada como ponto de partida para o ensino de conteúdos matemáticos. Por ser uma abordagem mais atual, Allevato e Onuchic (2014, p.39) apontam que essa opção “é uma das alternativas metodológicas adequadas ao cenário de complexidade em que se apresentam atualmente as escolas, onde se insere o relevante trabalho do educador matemático”.

A Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas tem se mostrado “como um contexto bastante propício a construção de conhecimento, colocando o aluno no centro das atividades de sala de aula, sem prescindir do fundamental papel desempenhado pelo professor como organizador e mediador” (ALLEVATO, ONUCHIC, 2014, p. 48). Além disso, a Metodologia apresenta uma concepção mais atual de avaliação, em que a mesma é realizada durante toda a resolução de problemas, “integrando-se ao ensino com vistas a acompanhar o crescimento dos alunos, aumentando a aprendizagem e reorientando as práticas de sala de aula quando necessário” (ALLEVATO, ONUCHIC, 2009, p.139).

As referidas autoras defendem que a resolução de problemas tem sido de extrema importância para a construção de novos conhecimentos pelos alunos, e dessa maneira, novos conhecimentos proporcionam a proposição e resolução de novos problemas. No entanto, considerando a importância desse conhecimento na formação escolar dos alunos, bem como na formação de professores, percebe-se que a forma de incorporá-lo de modo a promover uma aprendizagem com maior significado, ainda não está clara para os professores (ALLEVATO, ONUCHIC, 2014).

Com a intenção de colaborar com a prática dos professores e auxiliar na utilização da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas, Onuchic e Allevato (2011) sugerem que as atividades sejam organizadas em dez etapas: (1) proposição do problema, (2) leitura individual, (3) leitura em conjunto, (4) resolução do problema, (5) observar e incentivar, (6) registro das resoluções na lousa, (7) plenária, (8) busca de consenso, (9) formalização do conteúdo, (10) proposição e resolução de novos problemas (ONUCHIC, ALLEVATO, 2011).

De acordo com a sugestão apresentada pelas autoras, o professor deve inicialmente escolher o problema gerador, que deve partir de um conteúdo ainda não estudado. Em seguida, os alunos fazem uma leitura individual do problema, de modo que estabeleçam uma compreensão própria do que lhes foi apresentado. Então, os alunos reúnem-se em grupos e fazem uma nova leitura e uma possível discussão, onde cada integrante possa expressar seu entendimento a partir do problema proposto. Neste momento o professor pode auxiliar o esclarecimento de algum conceito que os alunos não tenham compreendido.

Após a leitura, os alunos partem para a resolução do problema, utilizando conceitos já estudados e a colaboração e cooperação de seus colegas de grupo, de modo que possam estabelecer relações entre conteúdos estudados e novos conteúdos que irão emergir. O professor age observando o trabalho dos alunos, incentivando, questionando e sanando possíveis dúvidas que venham a surgir. Após a resolução, os alunos partem para a apresentação de suas resoluções na lousa, da maneira como fizeram, sem medo de erros ou julgamentos.

Na busca pelo consenso, os alunos, em conjunto com o professor, realizam discussões sobre os resultados apresentados, na tentativa da construção do conhecimento que se deseja alcançar. Em concordância com as discussões, o professor formaliza o conteúdo, apresentando aos alunos a padronização do conceito, as diferentes técnicas e demonstrações, se necessário. Para a consolidação do processo, faz-se necessário que o professor proponha a seus alunos a resolução de novos problemas sobre o mesmo conceito que foi estudado.

Este trabalho, utilizando-se das etapas descritas, traz algumas reflexões que foram produzidas durante a resolução de um problema matemático. O intuito é o de apresentar a Resolução de Problemas enquanto metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática, que contribui para a construção do conhecimento matemático dos alunos.

## **PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS**

Esta pesquisa é definida como qualitativa, pois o pesquisador busca analisar os dados e durante o desenvolvimento da atividade, interpretá-los, de modo que possa identificar as contribuições da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, utilizada na construção dos conteúdos de múltiplos e divisores pelos alunos.

Neste sentido, a coleta de dados e o desenvolvimento da pesquisa empírica se deram em um Colégio Particular, de uma cidade do norte do estado do Paraná. Os participantes foram alunos de uma turma de 6º ano do Ensino Fundamental, composta por 16 alunos, e todos participaram do desenvolvimento das atividades.

A Resolução de Problemas enquanto Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática, utilizada nesta pesquisa, recomenda o uso de um problema para iniciar conceitos matemáticos ainda não estudados pelos alunos. Neste sentido, foram escolhidos alunos de 6º ano e os conteúdos de múltiplos e divisores, os quais se apresentam como base para muitos outros conceitos, a fim de apresentar reflexões sobre o uso da referida metodologia, que pode contribuir para a construção do conhecimento dos alunos.

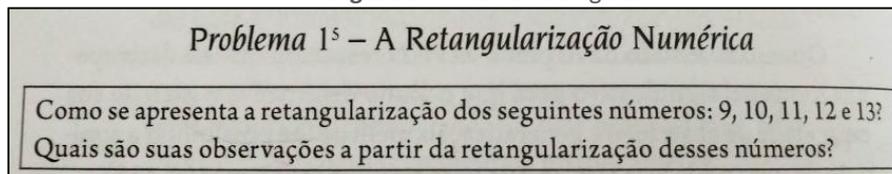
O problema escolhido para iniciar o conteúdo foi adaptado do problema “A Retangularização Numérica” (TRAVASSOS et al., 2014), do livro Resolução de Problemas: Teoria e Prática, de Onuchic et al. (2014). Ele é apresentado com objetivo de compreender o tema divisibilidade, trabalhando conteúdos como números pares e ímpares, números primos e compostos, múltiplos e divisores e a singularidade do número um. Após a escolha do problema, a professora, primeira autora deste texto, que é regente na turma, adaptou o problema e o aplicou à turma escolhida.

Para análise dos resultados foram utilizadas anotações da professora e dos alunos, fotos e gravações. Essas anotações permitiram registrar o que aconteceu em diferentes situações. Com isso, foi possível identificar atitudes, gestos, sentimentos e ações que contribuíram com a análise sobre o uso da Resolução de Problemas enquanto Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática.

## RESULTADOS E DISCUSSÕES MATEMÁTICAS PARA O PROBLEMA RESOLVIDO

Ao se delimitar o tema que seria investigado por meio da Resolução de Problemas, a professora regente decidiu escolher um problema que, para os alunos, fosse desafiador. Nesse sentido, o problema escolhido (Figura 1) possuía tal característica.

Figura 1 – Problema Original



Fonte: Onuchic et al (2014, p.74)

O problema traz como título “A Retangularização Numérica”. Seu enunciado diz: “Como se apresenta a retangularização dos seguintes números: 9, 10, 11, 12 e 13? Quais são suas observações a partir da retangularização desses números?”. Com o problema em mãos, e utilizando as ideias apresentadas no livro sobre como desenvolvê-lo, foram feitos ajustes, de modo que a linguagem do problema a ser proposto fizesse parte do cotidiano dos alunos do 6º ano participante da pesquisa. Desse modo ao invés de utilizar o termo “retangularização”, a professora utilizou a expressão “regiões retangulares”, pois remete ao conceito de área, o qual os alunos já haviam estudado.

Após a adaptação do problema, o mesmo foi implementado seguindo as dez etapas propostas por Onuchic e Allevato (2011), para tanto foram utilizadas quatro

aulas de cinquenta minutos cada. Inicialmente, os participantes foram organizados em grupos com quatro alunos cada e, em seguida, foi disponibilizada a atividade (Figura 2) e quadradinhos feitos com EVA colorido, que eles deveriam utilizar para compor as regiões. Depois, a professora solicitou que os alunos fizessem a leitura individual e, na sequência, com toda a turma. Após essa etapa, os alunos foram orientados a resolverem o problema, utilizando seus conhecimentos prévios e que, em caso de dúvidas, poderiam solicitar a interferência da professora.

**Figura 2 – Atividade Proposta**

COMO APRESENTAR OS NÚMEROS ABAIXO POR MEIO DE REGIÕES RETANGULARES?	
EQUIPE:	
NÚMERO	REGIÃO RETANGULAR
9	
10	
11	
12	
13	
18	

**Fonte:** Autoria própria (2018)

Durante a resolução, os alunos deveriam encontrar uma resposta que representasse de alguma maneira o problema proposto: *“Como apresentar os números abaixo (9, 10, 11, 12, 13 e 18), por meio de regiões retangulares?”*. Durante o processo de resolução, os alunos apresentaram dúvidas e questionamentos. A professora enquanto mediadora contribuiu, instigando o pensamento e relembrando conceitos já estudados.

As dificuldades e dúvidas começaram a surgir logo no primeiro número (9). Vários grupos instigaram: *“Será que podemos fazer no formato 3 x 3?”*. Um aluno respondeu: *“Mas aí não vai ser região retangular, vai ser quadrado!”*. Outros alunos comentaram: *“Mas um quadrado não pode ser um retângulo?”*. A discussão permeava toda a sala, alguns grupos concordaram que sim, que um quadrado faria parte da resposta, outros grupos acharam que não, conforme observa-se na representação de duas equipes (Figuras 3).

**Figuras 3 – Regiões Retangulares para o número 9**

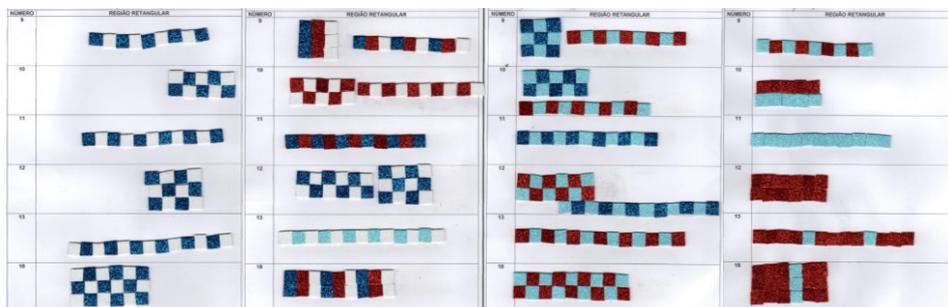


Fonte: Dados da pesquisa

Dentre os outros números dos quais os alunos deveriam construir regiões retangulares, os ímpares foram os que eles apresentaram mais questionamentos, indagações e dúvidas. Criou-se uma discussão nos grupos para tentar realizar as representações. Os alunos manipularam os quadradinhos de modo a obter um retângulo com o número ímpar, porém na maioria das vezes utilizaram a representação no formato de uma única linha. Já com os números pares, eles conseguiram facilmente encontrar pelo menos uma representação. Uma aluna de um dos grupos questionou: *“Com os números ímpares não dá para fazer? Não conseguimos fazer o retângulo professora!”*.

Durante uma aula os alunos discutiram e questionaram. Enfim, encontraram soluções para o problema, representando os números por meio de regiões retangulares. As resoluções construídas pelos grupos estão apresentadas na Figura 4.

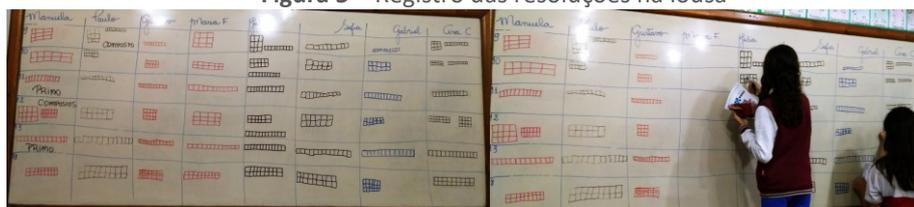
Figura 4 – Resoluções dos grupos



Fonte: Dados da pesquisa

Após a conclusão dos grupos sobre criar regiões retangulares, eles passaram para a etapa de registro de resoluções na lousa, em que um integrante de cada equipe foi convidado a representar o que havia sido construído pelo grupo, no entanto, todos os integrantes auxiliaram nessa etapa. A professora dividiu a lousa para que cada grupo pudesse representar a sua solução (Figura 5). Os alunos se empolgaram, pois dificilmente eles têm esse momento de estar no lugar do professor.

Figura 5 – Registro das resoluções na lousa



Fonte: Dados da pesquisa

Com o registro das resoluções de todos os grupos, utilizando as diferentes maneiras que encontraram para resolver o problema proposto, os grupos conversaram, retratando sobre as diferentes resoluções. Alguns concordaram, outros discordaram, a sessão plenária fez com que a visão dos alunos, frente às diferentes representações dos números, fosse ampliada. A questão de um quadrado ser um retângulo foi novamente debatida e, recorreu-se à literatura a fim de compreender o porquê de tal condição.

O quadro de soluções (Figura 5) nos auxiliou a definir números primos e compostos, pares e ímpares, números considerados múltiplos ou divisores. Conforme iam sendo apresentados os devidos conceitos, os alunos se impressionavam com a Matemática, uma aluna comentou: “*Nossa professora, quanta coisa a gente aprendeu hoje, hein?!*”.

É possível inferir que seguindo as etapas apresentadas por Onuchic e Allevato (2011), o aluno participa mais ativamente do processo de resolução, pois todos os caminhos estão voltados para ele. O professor age como mediador da aprendizagem, auxiliando o pensamento e instigando conceitos já estudados. Desse modo, a “avaliação do crescimento dos alunos é feita continuamente, durante a resolução do problema” (ONUCHIC; ALLEVATO 2011).

Ao fim da apresentação desses novos conceitos houve a aplicação de um jogo, sugerido em Travassos et al. (2014). As autoras apresentam o jogo (Figura 6) como uma verificação da aprendizagem dos conceitos que foram apresentados, a fim de observar quais as conclusões que os grupos obtiveram a partir de suas resoluções.

Figura 6 – Jogo Retangularizando

**Jogo: Retangularizando<sup>6</sup>**  
 Participantes: 2 ou mais.  
 Regra: Escrever a retangularização numérica completa de cada um dos pedidos e levantar propriedades sobre esses números.  
 Pontuação: 5 pontos para as informações corretas de cada número; mais 5 pontos se a propriedade levantada for diferente da dos demais participantes.

Fonte: Onuchic et al (2014, p.77)

O jogo, também conhecido como Stop, tem por objetivo que os grupos escrevam a região retangular por meio de multiplicação e, com isso, consigam estabelecer características para essas regiões (Figura 7), utilizando o que foi estabelecido por meio de consenso durante a plenária.

Figura 7 – Jogo Retangularizando

Bia	9	10	11	12	13
Retangularização	1 x 9 3 <sup>2</sup>	1 x 10 2 x 5	1 x 11	1 x 12 2 x 6 3 x 4	1 x 13
Propriedade	9 é quadrado perfeito	10 é múltiplo de 5	11 é divisor de 11	12 é múltiplo de 3 e 4	13 é ímpar
Pontuação 45	5	5+5	5+5	5+5	5+5

Fonte: Travassos et al. (2014)

Tendo como base as informações encontradas no livro, a professora regente elaborou uma ficha para os grupos utilizarem no jogo (Figura 8). A ficha apresentava os mesmos elementos do jogo apresentado no livro, porém o nome foi adaptado para “Stop de Regiões Retangulares”.

Figura 8 – Stop de Regiões Retangulares

STOP DE REGIÕES RETANGULARES			
EQUIPE			
NUMERO	REPRESENTAÇÃO POR MULTIPLICAÇÃO	CARACTERÍSTICA DO NUMERO	PONTUAÇÃO
9			
10			
11			
12			
13			
18			

Fonte: Autoria própria (2018)

Durante a realização do jogo, os grupos fizeram a anotação em suas fichas e a cada Stop, realizavam novas discussões analisando as respostas escolhidas e chegando a um consenso com relação às mesmas. Como era importante que a característica fosse diferente para obtenção de pontos extras, os grupos mostraram-se empenhados em encontrá-las. Como o jogo era “Stop”, e quando um grupo terminava e pronunciava a palavra os outros deveriam deixar a ficha como estava, alguns grupos não conseguiram preencher todas as informações pedidas ou, em algumas situações, colocaram informações que não estavam de acordo com o que foi solicitado. Já alguns grupos colocaram mais de uma multiplicação, e complementaram com a característica (Figuras 9).

Figuras 9 – Modelos de respostas

9	$9 \times 1$ $3 \times 3$	composto	13	$1 \times 13$	ímpar
18	$9 \times 2$ $2 \times 9$ $3 \times 6$	Par	12	$6 \times 2$ $4 \times 3$	

Fonte: Dados da pesquisa

Nesse sentido, a Base Nacional Comum Curricular (BRASIL 2017, p. 214), aponta que “recursos didáticos como malhas quadriculadas, ábacos, jogos, livros, vídeos, calculadoras, planilhas eletrônicas e softwares de geometria dinâmica têm um papel essencial para a compreensão e utilização das noções matemáticas”. Dessa maneira compreende-se que o jogo faz parte da apropriação de significados pelo aluno que, de maneira lúdica pode revisar conteúdos estudados, sanar dúvidas e discutir diferentes conceitos matemáticos.

Ao terminar o jogo, os grupos fizeram o somatório dos pontos obtidos, a fim de verificar qual deles havia ganhado a competição. Não houve discussões nesse quesito, todos ficaram felizes em participar e demonstraram estar satisfeitos com a atividade realizada (Figura 10). Um dos alunos comentou: “Vamos jogar outro dia de novo? Foi muito legal!”.

Figura 10 – Anotações do jogo Stop

NÚMERO	REPRESENTAÇÃO POR MULTIPLICAÇÃO	CARACTERÍSTICA DO NÚMERO	PONTUAÇÃO	NÚMERO	REPRESENTAÇÃO POR MULTIPLICAÇÃO	CARACTERÍSTICA DO NÚMERO	PONTUAÇÃO	NÚMERO	REPRESENTAÇÃO POR MULTIPLICAÇÃO	CARACTERÍSTICA DO NÚMERO	PONTUAÇÃO
9	3x3	ímpar	3	9	9x1=9	ímpar	5	9	9x1	ímpar	5
10	5x2	par	3	10	2x5=10	par	3	10	5x2	par	3
11	7x7	ímpar	5	11	1x11=11		1	11	1x11	ímpar	5
12	2x6 12x1	par	5	12	2x6=12	par	5	12		composto	3
13	13x1	ímpar	5	13	1x13=13	ímpar	5	13	1x13 13x1	ímpar	5
18	2x9 9x2	composto par	5	18	9x2 2x9 3x6	par	3	18	2x9 3x6 9x2	par	3

Fonte: Dados da Pesquisa

Para a realização das duas atividades aqui apresentadas (Figuras 2 e 8) foram disponibilizadas duas aulas de 50 minutos cada, em um único dia. Pode-se perceber o empenho e a participação ativa dos alunos durante a Resolução do Problema e do jogo matemático.

No livro do qual as atividades aqui apresentadas foram adaptadas, há uma última proposta, ainda relacionada com o problema inicial. Essa atividade versa sobre os divisores de um número natural (Figura 11) e nela é proposta a construção de um Pinheiro Numérico (Figura 11), com o objetivo de conhecer os divisores naturais de uma sequência de números. O livro apresenta descrições e procedimentos que podem ser utilizados para a aplicação dos conceitos em sala de aula. São trazidos aqui alguns recortes, na intenção de apresentar a riqueza conceitual explorada com o problema.

Figuras 11 – Pinheiro Numérico

**Extensão do problema**  
 O professor poderá estender as ideias de divisibilidade discutindo com os alunos, no Ensino Básico, a construção de um "Pinheiro Numérico".

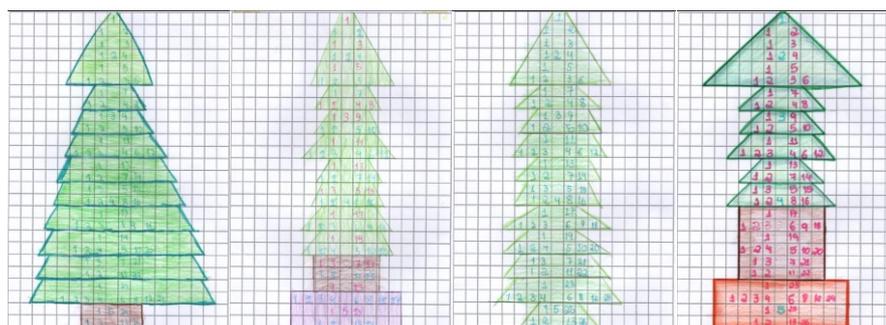
**Pinheiro Numérico**  
 Outra forma visual e bastante informativa para observar propriedades da divisibilidade é a construção do Pinheiro Numérico.



Fonte: Travassos et al. (2014, p. 80, p. 83)

Com o intuito de realizar mais essa complementação para o problema, foi utilizada mais uma aula, para a construção do Pinheiro Numérico. A professora disponibilizou aos alunos, nessa data, em duplas, uma folha de papel quadriculado e seguindo os passos apresentados no livro, os alunos construíram os pinheiros e determinaram os divisores naturais dos números de 1 até 26. A professora, enquanto mediadora, explicou o método de construção aos alunos e, em seguida, de forma cooperativa, as duplas foram se ajudando a fim de efetivar a construção dos pinheiros. Alguns dos resultados obtidos foram apresentados na figura 12.

Figuras 12 – Pinheiros Numéricos



Fonte: Dados da pesquisa

Durante o desenvolvimento da atividade, a professora disse aos alunos que após colocarem os divisores, seria formado um pinheiro. Vários deles comentaram: "Como um pinheiro? Não tô vendo pinheiro nenhum!". Contudo, ao finalizarem a distribuição dos divisores e com o auxílio da professora, os números deram forma ao pinheiro, e todos ficaram impressionados. A mesma deixou os alunos livres para finalizarem o pinheiro como desejassem, do modo apresentado anteriormente. É importante destacar que ao "invés de colocar-se como foco do ensino de Matemática, ao ser considerada como metodologia de ensino, a resolução de problemas faz da compreensão seu foco central e seu objetivo" (ALLEVATO, ONUCHIC, 2014, p.48). Neste sentido, ela passa de uma atividade limitada de aplicação de conhecimento, para uma atividade de construção de conhecimento, onde o aluno por meio de um problema gerador aplica previamente algo que já conhecia, a fim de construir algo novo ao final.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

O ensino da Matemática se faz presente durante toda a Educação Básica, e uma das formas de apresentá-lo é por meio da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, que coloca o aluno como parte integrante do processo de ensino-aprendizagem, agindo de forma ativa na construção do próprio conhecimento. As discussões apresentadas no decorrer deste artigo, referem-se a uma pesquisa em estágio inicial. Essa implementação em sala de aula foi uma experiência, na tentativa de vivenciá-la e apresentar suas contribuições ao processo de apropriação do conhecimento matemático pelos alunos.

Os dados obtidos e brevemente analisados, foram construídos no contexto do Ensino Fundamental, e produzidos a partir de um problema, escolhido do livro “Resolução de Problemas: Teoria e Prática” (ONUCHIC et al., 2014), a fim de iniciar os conteúdos matemáticos de Múltiplos e Divisores. A partir do problema aplicado, a professora regente da turma trabalhou com os alunos vários conceitos matemáticos que foram emergindo a partir da situação. Assim, os alunos puderam lembrar conteúdos já estudados e construir novos conhecimentos relevantes a partir da resolução do problema escolhido. Nesse caso, o problema do livro se apresentou de forma interessante para aqueles alunos.

Com relação à Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, a professora seguiu o roteiro de atividades a serem desenvolvidas pelo professor, sugerido por Onuchic e Allevato (2011) e pode perceber como os alunos mostraram-se participativos e questionadores durante a resolução do problema. Nas gravações de áudio, que foram produzidas naquele contexto, há uma variedade de falas de alunos e de grupos que contribuem para demonstrar a importância da metodologia para o ensino de Matemática, algumas das quais foram transcritas no decorrer deste artigo.

É importante destacar que os alunos se sentiram animados durante a resolução do problema, pois ao mesmo tempo em que aprendiam Matemática tiveram a oportunidade de trabalhar em grupos, de sentir-se desafiados, de expor suas ideias, de trabalhar com materiais diferentes e de desenvolver seu papel de forma mais ativa, e com autonomia para utilizar a lousa para expor suas ideias. Os alunos puderam, ainda, se divertir com um jogo matemático e atribuir significado àquele conteúdo que estavam estudando. A resolução de problemas proporcionou aos alunos a oportunidade de demonstrar suas reais capacidades, sendo construtores do próprio conhecimento. Vale ressaltar que durante as aulas posteriores os próprios alunos revisitavam as aulas de Resolução de Problemas, com a intenção de resgatar conceitos lá estudados, lembrar falas de seus grupos e apresentaram interesse em repetir tais aulas.

Neste sentido, a BNCC enfatiza que a sociedade moderna “impõe um olhar inovador e inclusivo a questões centrais do processo educativo: o que aprender, para que aprender, como ensinar, como promover redes de aprendizagem colaborativa e como avaliar o aprendizado” (BRASIL, 2017, p. 14). Desse modo, é possível entender que o caminho para a resolução de problemas não é simples, é preciso que o professor esteja preparado para escolher um problema que seja adequado à realidade de seus alunos e, que tenha empenho em conhecer as diferentes etapas que conduzem a efetivação do ensino, com o aporte da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas.



# Problem Solving: A Pathway to Teaching Mathematics

## ABSTRACT

The present text presents reflections about a qualitative research, that involves the use of the solving problem to the teaching of Math. The research attempted to its utilization as a methodology of teaching that provides a construction of knowledge of math concepts, with a student as the protagonist and the teacher, guide and mediator. The discussed problem here was developed in a sixth grade class of the elementary school, to propitiate the construction of concepts of multiple and divisors. It was chosen and adapted from the book: Problem Solving: Theory and Practice, and applied to the students by the Methodology of Teaching-Learning-Evaluation of Math through the Problem Solving. To the analyze of the data were considered the records presented by the students as well as audio recording and fotos. During the solving problem generator, the students were organized in groups, this helped the collaboration among them to create rectangle regions with some numbers that were chosen by the teacher, to perform a game with studied characteristics and to make the numeral pine, exploring the subject of multiple and divisors. Stands out that with the development of the activity of Problem Solving, the students presented themselves participative and questioner in relation to the math matters studied and showed interested by those that emerged.

**KEYWORDS:** Teaching-learning. Problem Solving. Multiples and Dividers.

## REFERÊNCIAS

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. Ensinando Matemática na Sala de Aula através da Resolução de Problemas. **Boletim GEPEN**, Rio de Janeiro, n. 55, p. 1-19, 2009. Disponível em: <http://www.ufrjr.br/SEER/index.php/gepem/article/view/54/87> . Acesso em: 26 jun.2018.

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: por que Através da Resolução de Problemas? In: ONUCHIC, L. R. et al. (Orgs). **Resolução de problemas: teoria e prática**. Jundiaí: Paco Editorial, 2014.

ALLEVATO, N.S.G. Trabalhar através da resolução de problemas: possibilidades em dois diferentes contextos. **VIDYA**, Santa Maria, v. 34, n. 1, p. 209-232, jan./jun. 2014. Disponível em: <https://www.periodicos.unifra.br/index.php/VIDYA/article/view/26> . Acesso em: 30 Jun. 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, MEC, 2017. Disponível em: [http://basenacionalcomum.mec.gov.br/wp-content/uploads/2018/06/BNCC\\_EI\\_EF\\_110518\\_versaofinal\\_site.pdf](http://basenacionalcomum.mec.gov.br/wp-content/uploads/2018/06/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf) . Acesso em: 26 jun. 2018.

HATFIELD, L. L. Heuristical emphasis in the instrution of mathematical problem solving: Rationales and research. In: HATFIELD, L. L. BRADBARD, D. A. (org). **Mathematical Problem Solving: papers from a research workshop**. Colombus: ERIC, 1978.

ONUCHIC, L. R. Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V. **Pesquisa em Educação Matemática**. São Paulo: Editora UNESP, 1999. p. 199-220.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **BOLEMA**. Boletim de Educação Matemática. UNESP. Rio Claro, v.25, p.73-98, 2011. Disponível em: <http://www.redalyc.org/pdf/2912/291223514005.pdf> . Acesso em: 26 jun. 2018.

ONUCHIC, L. R. et al. (Orgs). **Resolução de problemas: teoria e prática**. Jundiaí: Paco Editorial, 2014.

PERRENOUD, P. et al. **As competências para ensinar no século XXI**. A formação dos professores e o desafio da avaliação. Porto Alegre: Artmed Editora, 2002.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas: Um novo aspecto do método matemático**. Tradução e adaptação Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: interciência, 1995.

SCHROEDER, T. L.; LESTER, F. K. Developing understanding in mathematics via problem solving. In: Trafton, P. R.; Shulte, A. P. (Org.). **New directions for elementary school mathematics**. Reston: NCTM, 1989. p. 31-42.

SOFFNER, R.K. Competências do Século 21. **Revista PPGP**. Unicamp. Campinas, 2015. Disponível em:  
<http://www.revistappgp.caedufjf.net/index.php/revista1/article/viewFile/82/52> .  
Acesso em: 26 jun. 2018.

TRAVASSOS, M. L. G. L et al. Números e Operações. In: ONUCHIC, L. R. et al. **Resolução de problemas: teoria e prática**. Jundiaí: Paco Editorial, 2014.

**Recebido:** 02 maio 2019.

**Aprovado:** 11 junho 2019.

**DOI:** <http://dx.doi.org/10.3895/etr.v3n1.10052>.

**Como citar:**

MELO, M. C. P.; JUSTULIN, A. M. Título do artigo. **Ens. Tecnol. R.**, Londrina, v. 3, n. 1, p. 112-128, jan./jun. 2019. Disponível em: <[2https://periodicos.utfpr.edu.br/etr/article/view/10052](https://periodicos.utfpr.edu.br/etr/article/view/10052)>. Acesso em: XXX.

**Correspondência:**

Andresa Maria Justulin

Avenida dos Pioneiros, 3131, Jardim Morumbi, 86036-370, Londrina, Paraná, Brasil.

**Direito autoral:**

Este artigo está licenciado sob os termos da Licença Creative Commons-Atribuição 4.0 Internacional.

