

# Bolachas de casca de laranja: uma atividade de modelagem matemática e empreendedorismo sustentável

## RESUMO

**Camila Garbelini da Silva Ceron**  
[cami.garbelini@gmail.com](mailto:cami.garbelini@gmail.com)  
[orcid.org/0000-0003-0524-1340](https://orcid.org/0000-0003-0524-1340)  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), Londrina, Paraná, Brasil.

**Thais Maya Koga**  
[thaismkoga@outlook.com](mailto:thaismkoga@outlook.com)  
[orcid.org/0000-0002-1034-4160](https://orcid.org/0000-0002-1034-4160)  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), Londrina, Paraná, Brasil.

**Adriana Helena Borssoi**  
[adrianaborssoi@utfpr.edu.br](mailto:adrianaborssoi@utfpr.edu.br)  
[orcid.org/0000-0002-1725-6307](https://orcid.org/0000-0002-1725-6307)  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), Londrina, Paraná, Brasil.

**Karina Alessandra Pessoa da Silva**  
[karinasilva@utfpr.edu.br](mailto:karinasilva@utfpr.edu.br)  
[orcid.org/0000-0002-1766-137X](https://orcid.org/0000-0002-1766-137X)  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), Londrina, Paraná, Brasil.

Neste artigo, apresentamos uma proposta de atividade, bem como a resolução por antecipação pelas autoras, destinada a professores dos anos finais do Ensino Fundamental. A proposta desenvolvida em aula de Modelagem Matemática do Mestrado Profissional em Ensino de Matemática buscou verificar a possibilidade de aproximação de conteúdos matemáticos com conceitos de empreendedorismo, além de conscientizar sobre a importância da sustentabilidade com a reciclagem de rejeitos. Após revisão bibliográfica, a análise de dados coletados pelas autoras se deu de forma interpretativa à luz dos referenciais teóricos da Modelagem Matemática, empreendedorismo sustentável e antecipação de soluções. Podemos inferir que, com pouco investimento em rejeitos é possível desenvolver um produto lucrativo e de fácil comercialização, além de abordar conteúdos matemáticos para seu encaminhamento.

**PALAVRAS-CHAVE:** Antecipação. Educação Matemática. Empreendedorismo Sustentável. Modelagem Matemática.

## INTRODUÇÃO

O presente artigo visa apresentar uma proposta de atividade de Modelagem Matemática por meio do empreendedorismo e do reaproveitamento de alimentos. Isso está em consonância com a necessidade de conscientizar quanto à importância da sustentabilidade, já que se nota uma crescente mobilização com relação aos impactos negativos da globalização na sociedade e no ambiente, segundo Beck (2011), na tentativa de enfrentar uma crise sem impedir o progresso.

Logo, almejamos discorrer com professores da educação básica sobre uma possibilidade de despertar no estudante o espírito empreendedor, baseados em Rehfeldt e Martins (2012) e Palma, Vertuan e Silva (2017), complementando com conceitos de antecipação colocados por Smith e Stein (2011) e Carlson et al. (2016), possibilitando reflexões e intuindo que sejam percebidos conceitos e ideias matemáticas relacionados aos problemas do ambiente o qual estamos inseridos e resolver, a partir de um modelo matemático, uma situação-problema estruturada, como sugerem Almeida, Silva e Vertuan (2012).

A escolha do tema se deu, primeiramente, pela leitura de uma reportagem sobre o desperdício de alimento no Brasil, do site Terra, do dia 01/07/2016<sup>1</sup>, “Brasil desperdiça 40 mil toneladas de alimento por dia”. Ainda segundo a reportagem, “os brasileiros têm o hábito de ter um grande estoque de comida em suas casas - nem sempre adequados para o armazenamento, além de fazer compras de alimentos por impulso e prepará-los de forma excessiva à mesa. Outro problema que contribui para o desperdício é o preconceito com o preparo das sobras de comida”. Ou seja, há uma exigência por parte do consumidor de buscar por alimentos esteticamente bonitos.

Entretanto, segundo nutricionistas, quando não consumimos talos e cascas de verduras e legumes, deixamos de ingerir vitaminas e minerais, além de desperdiçar dinheiro e conseqüentemente contribuir para o acúmulo de rejeitos e aumento do desperdício.

A segunda motivação foi o fato de o marido de uma das autoras ter um comércio de frutas e verduras e planejar a implementação de uma máquina de suco de laranja, a qual aumentaria a lucratividade da empresa. No entanto, resultaria em um grande aumento da produção de resíduo sem aparente utilidade, a casca das laranjas.

Ao pesquisarmos sobre empreendedorismo, no site do SEBRAE – Serviço Brasileiro de Apoio às Micro e Pequenas Empresas –, encontramos que: “numa visão mais simplista, podemos entender como empreendedor aquele que inicia algo novo, que vê o que ninguém vê, enfim, aquele que realiza antes, aquele que sai da área do sonho, do desejo, e parte para a ação”. O texto ainda apresenta que, “para se tornar um empreendedor de sucesso, é preciso reunir imaginação, determinação, habilidade de organizar, liderar pessoas e de conhecer tecnicamente etapas e processos”. Por conseguinte, o nosso trabalho buscou relacionar o empreendedorismo e a sustentabilidade com o processo de ensino por meio de atividades de Modelagem Matemática. Visto que os elementos essenciais dentro da sala de aula são os mesmos colocados como o perfil de um empreendedor.

No que tange à Modelagem Matemática como alternativa pedagógica, o encaminhamento se constituiu em busca da resolução das seguintes questões: “Quanto investir para transformar um rejeito em algo rentável? Que lucro esse empreendimento pode trazer? Qual o valor de venda do produto para que os

custos sejam pagos e o valor atraente para o consumidor? Qual é a quantidade ideal de produto por embalagem para a venda de um produto novo no mercado?”. Para isso, partimos do entendimento sobre a antecipação proposta por Carlson et al. (2016), segundo os quais a antecipação é, fundamentalmente, uma previsão docente da forma de como os estudantes poderiam desenvolver as atividades visando relacionar com o propósito matemático da aula.

Desta forma, analisamos receitas sustentáveis relacionadas com rejeitos da laranja como uma proposta de ensino para o professor do Ensino Fundamental, intuindo por meio da Modelagem Matemática desenvolver o empreendedorismo sustentável.

Este artigo está dividido por seções, na introdução apresentamos a proposta do trabalho, em seguida, na segunda seção trazemos reflexões sobre a Modelagem Matemática, no contexto do ensino e também sobre a sua relação com empreendedorismo sustentável, na terceira seção apresentamos uma proposta de atividade de modelagem com características antecipatórias e finalizamos com algumas considerações.

## MODELAGEM MATEMÁTICA

### MODELAGEM MATEMÁTICA COMO ALTERNATIVA PEDAGÓGICA

A potencialidade da Modelagem Matemática para o ensino e para aprendizagem de Matemática foi percebida a partir da década 1980. Quando o *International Conference on the Teaching of Mathematical Modelling and Applications* (ICTMA), conferência internacional que aborda a Modelagem Matemática e aplicações no ensino de matemática, foi lançado.

Entretanto, no Brasil, a área ganhou muitos adeptos a partir de 1990 com a iniciação de conferências nacionais. Mas sua real popularização se deu após o ano 2000, com publicações constantes, discussões importantes a respeito do desenvolvimento de modelos matemáticos e maneiras de se ensinar matemática. Conforme dissertam Almeida e Vertuan (2014) e Souza, Oliveira e Almeida (2017).

A perspectiva de Modelagem Matemática apresenta uma nova tendência de ensinar Matemática, esta que permite o aluno vivenciar problemas de contextos reais utilizando-se da Matemática para determinar sua solução. Segundo Almeida e Vertuan (2014), a atividade de modelagem busca pela solução do problema por meio de um modelo matemático, que se dá apresentando uma solução para o mesmo.

O modelo matemático é a “linguagem ou expressão” matemática utilizada para resolver o problema. Ainda sobre os encaminhamentos de uma atividade de Modelagem Matemática, Almeida e Vertuan (2014, p.3) apresentam que:

[...] uma atividade de modelagem matemática contempla uma situação inicial (problemática), uma situação final desejada (que representa uma solução para situação inicial) e um conjunto de procedimentos e conceitos necessários para passar da situação inicial para a final.

Esses procedimentos são apresentados pelos autores como fases da Modelagem Matemática e ações dos alunos. Segundo os autores, o desenvolvimento de uma atividade de modelagem pode perpassar por fases

caracterizadas como: “inteiração, matematização, resolução e interpretação dos resultados e validação”.

Para Almeida e Vertuan (2014, p. 4-5), a fase de inteiração, é o momento em que o aluno se familiariza com o assunto, que conhece e inteira-se dele, buscando compreender a situação-problema apresentada, ou seja, “implica, portanto, em se cercar de informações sobre esta situação por meio de coleta de dados quantitativos e qualitativos, seja mediante contatos diretos ou indiretos”. A matematização se caracteriza como o momento de transformar “a linguagem natural” em “linguagem matemática”, o qual a partir da compreensão do problema, o aluno utiliza de conceitos e operações matemáticas para resolvê-lo, é o momento de “formulação de hipóteses, seleção de variáveis e simplificações em relação às informações e ao problema definido na fase de inteiração”. Na fase da resolução é construído o modelo matemático a fim de resolver o problema. E a fase de interpretação de resultados e validação é o momento em que o aluno avalia se o modelo criado responde ao problema.

Enquanto isso, o professor tem a incumbência de migrar da aula expositiva para essencialmente investigativa, como expõe Almeida e Vertuan (2014, p.14):

[...] o professor deixa de ser um expositor e passa a ser um orientador que atua, muitas vezes, em caminhos não vislumbrados por ele na preparação de sua aula. Isso porque o caminhar é do aluno e não dele – cabe ao aluno criar hipóteses, testá-las, resolver um problema e decidir se a solução é ou não satisfatória.

Entretanto, mesmo que a interferência do professor seja menor, ele se coloca como partícipe no desenvolvimento das atividades, tendo importância fundamental no planejamento do tema, na antecipação das ações cognitivas e na gestão e orientação de encaminhamentos.

Neste sentido, acreditamos que a Modelagem Matemática é uma ferramenta que permite desenvolver a autonomia, senso crítico e curiosidade nos alunos. Além de construir um paralelo ao espírito empreendedor, pois segundo Rehfeldt e Martins (2012) o empreendedor é autônomo, define por si mesmo o que vai fazer e em qual contexto. Logo, coletando dados, fazendo análises, desenvolvendo seu modelo até o sucesso de sua validação, observamos a linha tênue entre o empreendedor e o aluno modelador. Desta forma, a próxima seção apresenta o que é o empreendedorismo e a sugestão de sua inserção em sala de aula.

## EMPREENDEDORISMO SUSTETÁVEL E RELAÇÃO COM A MODELAGEM MATEMÁTICA

Ser empreendedor, segundo Pombo (2017, p. 1), é “ser um realizador que produz novas ideias através da congruência entre criatividade e imaginação”. O contexto social em que o capitalismo está fortemente presente desperta nas pessoas o anseio de crescer dentro mercado de trabalho. Assim, o desejo de querer ter seu próprio dinheiro, seu próprio negócio, cria um espírito de empreendedorismo nas pessoas, estas que não nascem empreendedoras, mas que por meio das convivências sociais e o anseio de conquistar algo próprio, acabam se transformando.

Porém, analisando o contexto mundial, percebemos que os impactos gerados na natureza devido ao crescimento de empresas e indústrias têm causado grandes

problemas sociais e ambientais. Tentando minimizar os problemas, algumas pesquisas trazem que é crescente o número de empresas que apresentam uma ética e consciência sobre ações e mudanças de comportamento sustentável.

Segundo Jordão, Broega e Martins (2016, p.6):

Algumas tendências gerenciais surgem frente às necessidades de adaptação mercadológica como os sistemas de produção sustentável que incluem a aplicação de conceitos e princípios da ecoeficiência, produção mais limpa, análise do ciclo de vida do produto, logística reversa, reuso, “remanufatura” e ações pautadas por um conjunto de códigos, princípios e normas internacionais.

Sendo assim, pensar em um empreendimento sustentável, além da realização enquanto empreendedor, ainda promove a conscientização em prol de um ambiente sustentável.

Conforme apontado por Palma, Vertuan e Silva (2017, p. 10) é possível aproximar modelagem e empreendedorismo dentro da sala de aula, já que a última está aliada à vocação natural no “sentido de estimular a criação de algum produto de mercado”.

Partindo da mesma ideia, propomos uma atividade de Modelagem Matemática com o tema de Empreendedorismo Sustentável. Assim, escolhemos empreender em uma produção de bolachinhas amanteigadas com o uso de cascas de laranjas que seriam rejeitadas pela produção de sucos com a polpa. Para tanto, fabricamos uma nova receita a partir da adaptação de duas receitas de bolachas amanteigadas de casca de laranja encontradas nos sites Tudo Gostoso e Teoria da Cor, que será explorado na seção a seguir.

### UMA PROPOSTA DE ATIVIDADE DE MODELAGEM MATEMÁTICA

A proposta desta atividade surgiu a partir da disciplina de Modelagem Matemática do mestrado profissional em Ensino de Matemática, do qual as autoras fazem parte, que tinha o objetivo de desenvolver uma atividade de modelagem de terceiro momento. Para situar o leitor, citamos a caracterização de Almeida, Silva e Vertuan para o terceiro momento de familiarização com atividades em que:

[...] os alunos divididos em grupos, são responsáveis pela condução de uma atividade de modelagem, cabendo a eles a identificação de uma situação-problema, a coleta e análise dos dados, as transições de linguagem, a identificação de conceitos matemáticos, a obtenção e validação do modelo e seu uso para a análise da situação, bem como a comunicação desta investigação para a comunidade escolar (ALMEIDA, SILVA, VERTUAN, 2012, p. 26).

Assim, o desenvolvimento da atividade partiu da análise do contexto atual, em que a sociedade se torna cada vez mais consumista e sem consciência do consumo, gerando muito desperdício e produzindo muito lixo. Tal realidade nos causou uma inquietação acerca das questões: Quanto investir para transformar um rejeito em algo rentável? Que lucro esse empreendimento pode trazer? Qual o valor de venda do produto para que os custos sejam pagos e o valor atraente para o consumidor? Qual é a quantidade ideal de produto por embalagem para a venda de um produto novo no mercado?

Ao se propor uma atividade em sala de aula, o professor provisiona alguns encaminhamentos metodológicos, segundo os autores Smith e Stein (2011) e Carlson et al. (2016), a antecipação. A antecipação é o momento em que o professor se dedica a prever a interpretação e o envolvimento dos alunos na atividade, elencar uma diversidade de estratégias, convenientes ou não, que os alunos poderão usar, com diferentes graus de sofisticação.

Neste sentido, segundo Cyrino e Jesus (2014), cabe ao professor conhecer muito bem a atividade que vai propor na aula. É importante que seja resolvida previamente, pois só com a vivência e a experimentação matemática de uma atividade se consegue imaginar algumas das dificuldades que esta pode apresentar. Para, além disso, o trabalho pessoal de exploração matemática da atividade permite ao professor adquirir a confiança necessária para a sua exploração com os alunos e preparar eventuais respostas e a tomar decisões acerca de como estruturar as apresentações e gerir as discussões com base em critérios relacionados com a aprendizagem matemática.

Na seção seguinte, trazemos a antecipação da atividade, bem como conteúdo que podem emergir, os encaminhamentos para a construção do modelo matemático e sua validação.

## DESENVOLVIMENTO DA ATIVIDADE

As questões que nortearam a atividade foram: Quanto investir para transformar um rejeito em algo rentável? Que lucro esse empreendimento pode trazer? Qual o valor de venda do produto para que os custos sejam pagos e seja um valor atraente para o consumidor? Qual é a quantidade ideal de produto por embalagem para a venda de um produto novo no mercado?

A partir destas situações-problema os alunos poderiam pesquisar receitas com o uso integral de alimentos, artesanatos, e outros empreendimentos. Considerando sua realidade familiar, o acesso aos materiais e o consumidor, pensando de maneira sustentável e que ainda possam gerar lucro, os alunos estariam engajados na fase caracterizada com inteiração, segundo Almeida e Vertuan (2014).

Desta forma, dada a justificativa e o contexto da escolha do tema, as autoras optaram por analisar como uma possível antecipação, fazer uma receita de bolachas amanteigadas com o uso de casca de laranja, visando à diminuição do descarte das cascas advindas da máquina de suco. A proposta é uma sugestão a professores dos anos finais do Ensino Fundamental e requer pelo menos 3 aulas de 50 minutos, sendo a primeira destinada a pesquisa e cotação e as outras duas para a preparação do produto.

A proposta sugere que os alunos realizem uma pesquisa a respeito do rejeito a ser transformado, bem como uma cotação de preços dos ingredientes e materiais a serem utilizados, que pode ser feita tanto com a utilização da internet quanto por meio de alguns folhetos impressos de supermercado ou também ligações telefônicas.

Partindo da experimentação de duas receitas existentes, fizemos uma adaptação para a elaboração de uma nova, cuja receita apresentamos no Quadro 1, bem como as respectivas quantidades de ingredientes necessárias:

**Quadro 1** – Receita: Bolacha amanteigada de casca de laranja

Nº ( $i$ )	Quantidade ( $Q$ )	Ingrediente ( $a_i$ )
1	1 colher (sopa)	Fermento em pó
2	4 xícaras (chá)	Farinha de trigo
3	200g	Margarina
4	1 xícara (chá)	Açúcar
5	1 (unidade)	Ovo
6	1 colher (sopa)	Casca de laranja

Fonte: Autoria própria (2018).

Posteriormente, foram identificadas as variáveis e hipóteses do problema, caracterizando a fase de matematização, ou seja, transformando a linguagem natural para a Matemática. Sendo elas, as variáveis consideradas para esta antecipação: quantidade média de casca de uma laranja – independente; custo da receita – independente; preço de venda - dependente.

Já as informações ou hipóteses: a casca de laranja é um rejeito; o tempo de compostagem é maior que o de preparo de uma receita; a casca da laranja pode ser utilizada como matéria-prima de uma receita de bolacha; preço de venda deve ser maior que o custo do produto; preço de venda deve ser acessível.

Assim, a fase de matematização da atividade de modelagem matemática é iniciada. Para o cálculo dos custos dos ingredientes ( $C_1$ ) observado na Tabela 1, considerando a proporção necessária de cada produto ( $a_i$ ), onde  $a_i \in \mathbb{Z}$  tal que  $1 \leq a_i \leq 5$  para todo  $i \in \{1, 2, \dots, 6\}$  para a receita em relação ao valor do produto no mercado. Logo procedemos da seguinte forma:

Seja  $C_1 \in \mathbb{Q}$  dado por:

$$C_1 = \sum_{i=1}^6 \frac{Vp}{Q} a_i$$

O valor pago ( $Vp$ ) é dividido pela quantidade ( $Q$ ) utilizado do produto na receita.

**Tabela 1** – Custo dos Ingredientes ( $C_1$ )

Quantidade ( $Q$ )	Ingredientes ( $a_i$ )	Valor pago ( $Vp$ )
1 colher (sopa) – 13g	Fermento em pó	R\$ 1,99 por 100g
4 xícaras (chá) – 495g	Farinha de trigo	R\$ 2,89 por 1Kg
200g	Margarina	R\$ 3,49 por 500g
1 xícara (chá) – 165g	Açúcar	R\$ 5,59 por 2Kg
1 unidade	Ovo	R\$ 4,79 por 12 unid.
1 colher (sopa) – 13g	Casca de laranja	-
	Total	R\$ 3,95

Fonte: Autoria própria (2018).

Agora, para determinarmos o custo da embalagem ( $C_2$ ), na Tabela 2, multiplicamos o valor pago ( $Vp$ ) por unidade de cada produto ( $bi$ ), onde  $b_i \in \mathbb{Z}$  tal que  $1 \leq b_i \leq 2$  para todo  $i \in \{1,2\}$  pela quantidade ( $Q$ ) necessária. Para tanto, calculamos:

Seja  $C_e \in \mathbb{Q}$  dado por:

$$C_2 = \sum_{i=1}^2 Q \cdot Vp \cdot bi$$

**Tabela 2 – Custo da Embalagem ( $C_2$ )**

Nº ( $i$ )	Quantidade ( $Q$ )	Produto ( $bi$ )	Valor pago ( $Vp$ ) por unid.	Custo ( $C_2$ )
1	30	Saco transparente	R\$ 0,02	R\$ 0,60
2	4,5	Filho (m)	R\$ 0,07	R\$ 0,30
				<b>Total R\$ 0,90</b>

Fonte: Autoria própria (2018).

Finalizando com o custo da utilização do forno elétrico, como podemos observar o resultado na Tabela 3. O cálculo é o produto da potência ( $Pot$ ) pelo preço do kWh ( $PKwh$ ) e o tempo de utilização ( $t$ ) do forno elétrico.

Assim,  $C_3 \in \mathbb{Q}$  dado por:

$$C_3 = Pot \cdot PKWh \cdot t$$

**Tabela 3 – Custo do Forno ( $C_3$ )**

Potência ( $Pot$ )	Preço do kWh ( $PKwh$ )	Tempo de utilização ( $t$ )	Custo ( $C_3$ )
1,75	0,713296	0,5	R\$ 0,62

Fonte: Autoria própria (2018).

O tempo de preparo de duas receitas foi de 30 minutos, considerando que primeiramente foi realizada a pesagem e a média de três laranjas para que fosse avaliada a quantidade média de rejeito de uma unidade, conforme apresentado na Figura 1 – rejeitos (38g) + pratinho (3g), finalizando com o cálculo proporcional do valor a ser investido.

Então, como apresentado na Figura 2, foi desconsiderada a polpa já que esta seria comercializada em forma de suco. Utilizando toda casca, sendo esta granulada e espalhada na massa com quase todos os ingredientes batidos, exceção do fermento que é o último a ser adicionado e misturado sem a utilização de batedeira.

**Figura 1** - Rejeitos de uma laranja



Fonte: Foto feita pelas autoras (2018).

**Figura 2** - Produção de bolachinhas



Fonte: Foto feita pelas autoras (2018).

Massa pronta, as bolachinhas com aproximadamente o mesmo tamanho e formato foram colocadas na assadeira, como mostra Figura 3. Já que tamanhos diversos exigem tempos de cozimentos diferentes e ainda dificulta a distribuição homogênea nas embalagens.

**Figura 3** - Produção de bolachinhas



Fonte: Foto feita pelas autoras (2018).

Depois de 20 minutos no forno, em temperatura média e pré-aquecimento de 10 minutos, foram produzidas 30 porções, conforme mostram as Figuras 4 e 5, com a consistência quebradiça, mas as bordas crocantes, como sequilhos.

**Figuras 4** - Produção de bolachinhas



**Figuras 5** - Produção de bolachinhas



Fonte: Fotos feitas pelas autoras (2018).

Fonte: Fotos feitas pelas autoras (2018).

Por conseguinte, foi calculado o custo da receita (Figura 6), criado um modelo matemático a fim de responder ao problema (fase de resolução). Os conteúdos que emergiram nesta fase foram grandezas diretamente e inversamente proporcionais, e função afim.

**Figura 6** - Custo total da receita

Custo Total da Receita	
Descrição	Valor
Ingredientes	R\$ 3,95
Forno	R\$ 0,62
Embalagem	R\$ 0,90
<b>Total</b>	<b>R\$ 5,47</b>

Fonte: Autoria própria (2018).

Com o auxílio do programa Excel, como observado na Figura 7, calculamos os custos para a produção da receita (generalizando a quantidade de rejeitos) proporcionalmente a cada ingrediente, embalagem e forno.

Na fase de interpretação e Validação, com o intuito de analisar quanto deveria ser o preço de venda que apresentou o custo de R\$ 5,47. Já que a quantidade de lipídeos e açúcares ingerida deve ser pequena, partimos da premissa que 20 gramas seriam suficientes para cada pacote produzido.

**Figura 7** - Cálculo de Custos

Laranja	
Integral	165g
Casca	38g
Investimento	
Qnt. Casca (g)	Valor investido
13	R\$ 5,47
38	R\$ 15,99

  

Validação para uma laranja					
Custo	Porções	Custo por porção	Preço de Venda	Vendas	Lucro
R\$ 5,47	30	R\$ 0,18	R\$ 0,50	R\$ 15,00	R\$ 9,53
R\$ 15,99	88	R\$ 0,18	R\$ 0,50	R\$ 43,85	R\$ 27,86

Fonte: Autoria própria (2018).

Para validar a situação-problema realizou-se a venda, segundo o modelo na Figura 8, no mesmo estabelecimento mencionado que intui futuramente a implementação da máquina de suco, com o valor de cada porção por R\$ 0,50.

Figura 8 – Preço de venda

Custo por porção	Lucro	Preço de Venda
R\$ 0.18	R\$ 0.12	R\$ 0.30
R\$ 0.18	R\$ 0.17	R\$ 0.35
R\$ 0.18	R\$ 0.22	R\$ 0.40
R\$ 0.18	R\$ 0.27	R\$ 0.45
R\$ 0.18	R\$ 0.32	R\$ 0.50
R\$ 0.18	R\$ 0.57	R\$ 0.75
R\$ 0.18	R\$ 0.62	R\$ 0.80
R\$ 0.18	R\$ 0.67	R\$ 0.85
R\$ 0.18	R\$ 0.72	R\$ 0.90
R\$ 0.18	R\$ 0.77	R\$ 0.95
R\$ 0.18	R\$ 0.82	R\$ 1.00
facilitar o troco		

Fonte: Autoria própria (2018).

Construímos o seguinte modelo matemático – Custo ( $C_i$ ) (ingredientes + forno + embalagem) / Quant. de porções (30) = Gasto (G).

Matematicamente podemos construir o seguinte modelo do gasto com cada porção:

$$G = \frac{\sum_{i=1}^3 C_i}{30}$$

Logo, generalizamos que o preço de venda (PV) é representado pelo seguinte modelo:

$$PV = \frac{\sum_{i=1}^3 C_i}{30} + R\$ 0,32$$

A venda das bolachinhas foi surpreendente, conforme apresenta a Figura 9 no momento inicial e algumas horas depois na Figura 10. Em apenas um dia, foram vendidas todas as porções de uma receita para os clientes desta frutaria, os quais se mostraram satisfeitos com o produto adquirido, segundo o comentário do proprietário do estabelecimento.

**Figura 9** - Vendas das bolachinhas em uma frutaria do norte do Paraná



Fonte: Fotos feitas pelo proprietário da frutaria (2018).

**Figura 10** - Vendas das bolachinhas em uma frutaria do norte do Paraná



Fonte: Fotos feitas pelo proprietário da frutaria (2018).

Portanto, por meio da situação-problema proposta: Quanto investir para transformar um rejeito em algo rentável? Inferimos que esta receita de bolachinhas feita com a casca da laranja validou o problema, pois aproveitando a casca que seria descartada e incluindo alguns ingredientes, o que somou um valor de R\$ 5,47. Logo, foi possível produzir as bolachas e vendê-las, obtendo um lucro de R\$ 9,53, ou seja, 174% do valor investido, consolidando a proposta de uma atividade de modelagem matemática que enfoque o empreendedorismo sustentável.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

A Modelagem Matemática é uma alternativa pedagógica, que tem o intuito de desenvolver nos alunos o raciocínio, estratégias de investigação, a ressignificação e construção de conceitos, além de enriquecer as aulas de Matemática. Desta forma, o objetivo deste trabalho é propor, a partir do nosso referencial teórico, uma atividade que se inicia de um problema real e, utilizando a Matemática como ferramenta, busca uma solução, resultante da validação e interpretação.

Por meio desta situação-problema, podemos utilizar a matemática para solucionar o problema, além de conscientizar sobre a importância do reaproveitamento de alimentos e aproximar aos conceitos de empreendedorismo buscando o envolvimento dos alunos ao trabalhar conceitos matemáticos presentes em situações reais e contextualizadas.

Os conceitos matemáticos que podem ser trabalhados são proporção, custos e lucro. Assim, além de tornar os agentes da pesquisa investigadores e autônomos na busca de uma solução para o problema ainda intuiu despertar o espírito empreendedor de transformar o lixo em lucro.

Esta atividade permite analisar um contexto da atualidade, que é reaproveitamento de alimentos e o empreendedorismo que desperta interesse e

criatividade de construir algo novo que possa gerar rentabilidade. Baseados na pesquisa de Cerizza e Vilpoux, (2006) e complementado por Felipe e Santos (2017) com isso, conscientizando os consumidores alunos e professores, podemos mostrar que é possível encontrar a intersecção entre a Matemática, empreendedorismo e sustentabilidade.

Assim, inferimos que investindo apenas R\$ 5,47 em um rejeito conseguimos transformar em bolachas amanteigadas e vender a porção de 20g por R\$ 0,50, gerando um lucro de R\$9,37. Respondendo todas as indagações iniciais: Quanto investir para transformar um rejeito em algo rentável? Que lucro esse empreendimento pode trazer? Qual o valor de venda do produto para que os custos sejam pagos e o valor atraente para o consumidor? Qual é a quantidade ideal de produto por embalagem para a venda de um produto novo no mercado?

Acreditamos que ambientes de aprendizagem que permitam a inteiração do aluno com um contexto da realidade atrelado à matemática, conduz a uma forma de aprendizagem que permite maior autonomia e liberdade de raciocínio matemático que encaminhe na tomada de decisão para algumas ações empreendedoras ou sustentáveis no cotidiano.

Lembramos que esta é apenas uma das antecipações possíveis para esta atividade. Apresentamos as principais conclusões, destacando o progresso e as aplicações que a pesquisa nos propiciou, abrindo um leque de oportunidades para a busca de um ensino contextualizado e motivador no ensino da Matemática.

# Orange shell cookies: an activity of mathematical modeling and sustainable entrepreneurship

## ABSTRACT

In this article, we present a proposition of activity, as well as the resolution by anticipation by the authors, aimed at teachers of the final years of elementary education. The proposal developed in the Mathematical Modeling class of the Professional Master in Mathematics Teaching sought to verify the possibility of approaching mathematical content with concepts of entrepreneurship, in addition to raising awareness about the importance of sustainability with the recycling of tailings. After bibliographic review, the analysis of data collected by the authors was made in an interpretative way in light of the theoretical references of mathematical modeling, sustainable entrepreneurship and anticipation of solutions. We can infer that with little investment in tailings it is possible to develop a profitable product and easy marketing, and address mathematical content for its routing.

**KEYWORDS:** Anticipation. Mathematical Education. Sustainable Entrepreneurship. Mathematical Modeling.

## REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Contexto, 2012.

ALMEIDA, L. M. W.; VERTUAN, R. E. (Org.) Modelagem Matemática na Educação Matemática. In: ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. A. P. (Org.). **Modelagem em Foco**. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda, 2014. v.1, p. 1-20.

BECK, U. **Sociedade de risco**: rumo a uma outra modernidade. [S. l.]: Editora 34, 2011.

BRASIL desperdiça 40 mil toneladas de alimento por dia, 2016. Disponível em: <https://economia.terra.com.br/brasil-desperdica-40-mil-toneladas-de-alimento-por-dia,9ca8cd773b632479ed5bcba0abc1016fbmjwajh9.html>. Acesso em: 21 jun. 2018.

CARLSON, M. A.; WICKSTROM, M. H.; BURROUGHS, E. A.; FULTON E. W. A Case for Mathematical Modeling in the Elementary School Classroom. In: TRENDS IN National Council of Teachers of Mathematics CHAPTER. St. Louis: [S. n.], 2016. p. 121-129.

CERIZZA, A. A.; VILPOUX, O. F. Empreendedorismo e empreendedores: Uma revisão bibliográfica. In: SIMPÓSIO ENGENHARIA DE PRODUÇÃO, 13. 2006. **Anais...** Bauru: SIMPEP, 2006.

CYRINO, M. C. C.; JESUS, C. C. Análise de tarefas matemáticas em uma proposta de formação continuada de professoras que ensinam matemática. **Revista Ciência Educação**, BAURU, v. 20, n. 3, p. 751-764, 2014.

FELIPE, E. S.; SANTOS, A. S. Empreendedorismo: discussão conceitual, definições e um panorama do caso brasileiro. **Revista Digital Desafio Online**, Campo Grande, v.5, n.1, sem paginação, 2017.

JML. **Teoria da Cor: Bolachas de amêndoas e laranja**. 2016. Disponível em: <http://teoriadacor.blogspot.com/2016/07/bolachas-de-amendoa-e-laranja.html>. Acesso em: 23 jun. 2018.

JORDÃO, C.; BROEGA, A. C.; MARTINS, S. B. O empreendedorismo sustentável e a geração de valor no reuso de tecidos do setor têxtil. Estudo de caso do banco de tecido e reuso de São Paulo. In: COLÓQUIO DE MODA, 12., 2016. **Anais...** João Pessoa: ABEPEM, 2016.

PALMA, M. R.; VERTUAN, R. E.; SILVA, K. A. P. Modelagem matemática e uma ação relacionada ao empreendedorismo: Negociando o preço de sanduíches naturais. In: CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO BÁSICA, 10., 2017. **Anais...** Maringá: CNMEM, 2017.

POMBO, A. A. R. **O que é ser empreendedor.** [S. l.]: SEBRAE, 2017 – Serviço Brasileiro de Apoio às Micro e Pequenas Empresas. Disponível em: <http://www.sebrae.com.br/sites/PortalSebrae/bis/o-que-e-ser-empreendedor,ad17080a3e107410VgnVCM1000003b74010aRCRD>. Acesso em: 22 set. 2018.

REHFELDT, M. J. H.; MARTINS, S. N. Práticas de Modelagem Matemática: uma possibilidade para o professor empreendedor. **Acta Scientiae**, Canoas, v. 14, n.2, p. 326-338, maio/ago. 2012.

SMITH, M. S.; STEIN, M. K. **5 Practices for Orchestrating Productive Mathematics Discussions.** Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, 2011.

SOUZA, H. C. T.; OLIVEIRA, C. F.; ALMEIDA, L. M. W. **O seguir regras em uma atividade de modelagem matemática.** In: CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO BÁSICA, 10., 2017. **Anais...** Maringá: CNMEM, 2017.

TAVARES, T. **Tudo gostoso: Biscoito amanteigado de laranja.** Disponível em: <http://www.tudogostoso.com.br/receita/69609-biscoito-amanteigado-de-laranja.html>. Acesso em: 23 jun. 2018.

**Recebido:** 21 abril 2019.

**Aprovado:** 11 junho 2019.

**DOI:** <http://dx.doi.org/10.3895/etr.v3n1.10007>.

**Como citar:**

CERON, C. G. S.; KOGA, T. M.; BORSSOI, A. H.; SILVA, K. A. P. Bolachas de casca de laranja: uma atividade de modelagem matemática e empreendedorismo sustentável. **Ens. Tecnol. R.**, Londrina, v. 3, n. 1, p. 21-36, jan./jun. 2019. Disponível em: <https://periodicos.utfpr.edu.br/etr/article/view/10007>. Acesso em: XXX.

**Correspondência:**

Adriana Helena Borssoi

Avenida dos Pioneiros, 3131, Jardim Morumbi, 86036-370, Londrina, Paraná, Brasil.

**Direito autoral:**

Este artigo está licenciado sob os termos da Licença Creative Commons-Atribuição 4.0 Internacional.

