ACTIO: Docência em Ciências
ISSN: 2525-8923

http://periodicos.utfpr.edu.br/actio

Ideias base do conceito de função mobilizadas por estudantes do ensino fundamental e ensino médio

Fabricia Bernardino
fabriciabernardi123@hotmail.com
orcid.org/0000-0001-9650-6804
Universidade Estadual do Paraná (UNESPAR), Campo Mourão, Paraná, Brasil.

Wellington Fernando Delvechio Gama Garcia
wellingtondelvechio@gmail.com
orcid.org/0000-0002-6577-7430
Universidade Estadual do Paraná (UNESPAR), Campo Mourão, Paraná, Brasil.

Veridiana Rezende
rezendeveridiana@gmail.com
orcid.org/0000-0002-4158-2196
Universidade Estadual do Paraná (UNESPAR), Campo Mourão, Paraná, Brasil.

RESUMO

De acordo com documentos curriculares, o conceito de função deve ser estudado oficialmente no 8º e no 9º ano do Ensino Fundamental, e aprofundado no Ensino Médio. No entanto, desde os anos iniciais é possível introduzir ideias base – variável, correspondência, dependência, regularidade e generalização – desse conceito, para que no decorrer do processo escolar o conceito de função possa ser desenvolvido pelos estudantes. Sendo assim, realizamos esta pesquisa com o objetivo de analisar as ideias base sobre função mobilizadas por estudantes do 9º do Ensino Fundamental e 3º ano do Ensino Médio, mediante a resolução de tarefas matemáticas sobre função afim. A coleta de dados ocorreu por meio de entrevistas semiestruturadas, que foram gravadas em áudio e que contou com tarefas matemáticas previamente elaboradas para os estudantes resolverem. As análises mostram que os estudantes mobilizam parcialmente as ideias base de função, e que as maiores dificuldades ocorrem em relação à noção de generalização. Além disso, os alunos manifestaram dificuldades em reconhecer uma função nas representações gráficas e linguagem natural.

PALAVRAS-CHAVE: Ensino de Matemática. Educação Básica. Função afim.

INTRODUÇÃO

O conceito de função é certamente um dos conceitos fundamentais da Matemática, porém, seu estudo é complexo, podendo gerar dificuldades aos alunos em fase de aprendizagem escolar de diferentes níveis de ensino, e até mesmo aos professores, conforme revelam algumas pesquisas (NUNES; SANTANA, 2017; PIRES; MERLINE; MAGINA, 2015; RAMOS; CURI, 2014).

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2017) menciona como essencial que o estudo de noções básicas de função inicie durante a introdução de ideias algébricas desde os anos iniciais, a partir da regularidade, estabelecimento de regras de formação de uma sequência, proporcionalidade e resolução de problemas envolvendo a variação proporcional direta entre duas grandezas. Ainda de acordo com este documento (BRASIL, 2017), o estudo desse conceito deve ser aprimorado e formalizado no 9º ano do Ensino Fundamental e no 1º ano do Ensino Médio.

Nesse sentido, Braga (2006) também defende que as ideias de variação e de dependência (duas noções base para as funções) deveriam ser exploradas desde os anos iniciais e, dessa forma, progressivamente, ao longo do processo escolar, transitar pelas representações tabulares, gráficas e analíticas, atingindo a formalização do conceito de função pelo sujeito. No entanto, ainda segundo Braga (2006, p. 82-83), no ensino de funções "[...] frequentemente a atenção do aluno é focada na montagem da expressão algébrica, não havendo, em geral, nenhuma menção nem questionamentos quanto à variação e à relação de dependência das grandezas envolvidas".

Enquanto algumas pesquisas (NOGUEIRA, 2014; PAVAN, 2010; BRAGA, 2006) e documentos curriculares (BRASIL, 2017; BRASIL, 1998) apontam para a necessidade de se incluir situações com ideias base de funções (variável, dependência, regularidade, generalização) para alunos dos anos iniciais, outras pesquisas (NUNES; SANTANA, 2017; PIRES; MERLINE; MAGINA, 2015; RAMOS; CURI, 2014) apontam erros e incompreensões de estudantes de Licenciatura em Matemática e de professores da Educação Básica em relação às funções.

Segundo Vergnaud (1990), a aprendizagem de um conceito se dá ao longo do processo escolar, em decorrência das diferentes situações vivenciadas pelos sujeitos. Para este pesquisador, a aprendizagem de um conceito não ocorre por meio de uma única situação, e, ao mesmo tempo, uma única situação envolve diferentes conceitos. Vergnaud (2003) atribui muita importância à reflexão nas aprendizagens matemáticas, e tenta compreender, nas ações dos sujeitos, aquelas que estão relacionadas a conhecimentos implícitos, por ele denominados de invariantes operatórios, que podem ser incorretos, do ponto de vista do conhecimento escolar, ou verdadeiros. Segundo o pesquisador, não é apenas a resolução de um problema pelos sujeitos que interessa, mas sim o modo pelo qual eles resolvem e, principalmente, os conhecimentos (invariantes operatórios) que os alunos mobilizam ao resolver um problema.

Com esse olhar, também surge a necessidade de reconhecermos os principais erros manifestados nas resoluções dos estudantes relacionados a um conceito matemático, para que possamos propor boas tarefas em sala de aula na tentativa de desestabilizar os conhecimentos equivocados, proporcionando aprendizagens aos estudantes.

Nesse sentido, desenvolvemos esta pesquisa com o objetivo de analisar ideias base sobre função mobilizadas por estudantes do 9º do Ensino Fundamental e do 3º ano do Ensino Médio, mediante a resolução de tarefas matemáticas sobre função afim. Para isso, os sujeitos da pesquisa resolveram sete (07) tarefas matemáticas, em situação de entrevistas semiestruturadas, que foram gravadas em áudio. Os sujeitos da pesquisa foram 06 estudantes da Educação Básica, sendo 03 estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental e 03 estudantes do 3º ano do Ensino Médio.

A seguir, apresentaremos alguns aspectos da teoria dos Campos Conceituais, que proporcionou subsídios para o desenvolvimento desta pesquisa, bem como as ideias base de função, seguidas de exemplos.

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA: PRESSUPOSTOS DA TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS E IDEIAS BASE DE FUNÇÃO

A teoria dos Campos Conceituais nasceu na década de 1980, sendo que uma de suas finalidades era explicar o processo de conceitualização das estruturas aditivas e multiplicativas. Contudo, devido a eficácia dessa teoria, no que se refere a compreender os processos cognitivos no decorrer do desenvolvimento de um sujeito, ela tem contribuído com pesquisas dos mais variados campos científicos, tais como Física, Biologia, Psicologia, entre outros.

Vergnaud teve seu doutorado orientado por Jean Piaget e, segundo Rezende (2013), a teoria de Vergnaud além de complementar pressupostos teóricos do mestre genebrino, consiste em elementos que apresentam diferenças notáveis entre essas teorias, como a importância atribuída ao papel da linguagem, dos símbolos e da representação para a formação de um conceito, por exemplo.

Segundo Vergnaud (1990), para o estudo de um conceito são necessários diversos outros conceitos, situações, símbolos, representações, propriedades e teoremas, todos interligados, formando o que o pesquisador denomina por Campo Conceitual. Ou seja, um conceito não pode ser examinado e apreendido isoladamente, são necessárias diversas situações para compreendê-lo. E, igualmente, uma única situação pode estar ligada a diversos outros conceitos.

Vergnaud (1990) defende que a primeira entrada de um Campo Conceitual são as situações que dão sentido ao conceito. Sendo assim, considerando a experiência e pesquisas identificadas pelos autores deste texto, inferimos que o Campo Conceitual das funções ainda não está estabelecido pela comunidade científica, apresentando-se como um caminho a ser desbravado pelos pesquisadores. Contudo, podemos afirmar que as diferentes situações que contemplam o Campo Conceitual das funções envolvem diversos conceitos e elementos matemáticos necessários para a resolução destas situações. Dentre estes elementos, citamos as noções de número (reais, irracionais, racionais, inteiros), continuidade, infinito, potência, raízes da função, polinômios, variável, dependência, correspondência, generalização, domínio, imagem, contradomínio, pontos de máximo e mínimo, plano cartesiano, taxa de variação, proporcionalidade, eixos coordenados, equações, diferentes tipos de funções, entre muitos outros. Além dos conceitos, diferentes representações matemáticas tais como a gráfica, numérica, figural, linguagem natural e diferentes símbolos também fazem parte do Campo Conceitual das funções.

Para compreender a noção de Campo Conceitual é preciso considerar a definição de *conceito* estabelecida por Gérard Vergnaud. Para este pesquisador, um conceito é definido como um conjunto de três elementos C (S, I, R), sendo que S é o conjunto das situações que dão sentido ao conceito; I é o conjunto de invariantes operatórios; R é o conjunto de representações simbólicas necessário para representar os conceitos envolvidos nas situações, bem como as resoluções dessas situações.

Um outro conceito essencial na teoria dos Campos Conceituais é denominado pelo pesquisador de *esquema*. De acordo com Vergnaud (2009), o conceito de esquema é fundamental para a compreensão da atividade do sujeito que aprende. Aprender é construir conhecimentos e o conhecimento, segundo a teoria piagetiana, é um processo de adaptação. Mas, adaptação a quê? Adaptamo-nos às situações, mediante a evolução da organização de nossas atividades (VERGNAUD, 2009). Desse modo, o pesquisador define esquema como:

> [...] uma totalidade dinâmica funcional, uma organização invariante de conduta, quanto a uma certa classe de situações. Essa organização comporta objetivos e esperas, regras de ação, tomada de informação e de controle e é estruturada por invariantes operatórios, isto é, conhecimentos adequados para selecionar a informação e processá-la (conceitos-em-ato e teoremas-em-ato) (VERGNAUD, 2003b, p. 66).

No decorrer das análises da presente pesquisa não tivemos a intenção de explicitar os esquemas mobilizados pelos sujeitos. Mas, procuramos indicar momentos em que os alunos não dispunham de um esquema pronto e organizado para apresentar a resolução/resposta para as situações apresentadas.

No que diz respeito às ideias base de função, Nogueira (2014) menciona cinco ideias base que são essenciais para a compreensão deste conceito, que são as ideias de variável, correspondência, dependência, regularidade e generalização, conforme descritas a seguir.

A ideia de **variável** representa um elemento qualquer de um conjunto, e geralmente é denominado por uma letra. Segundo Nogueira (2014), mesmo para estudantes do Ensino Médio essa noção gera confusões, e frequentemente os alunos não costumam ter clareza sobre a diferença entre incógnita e variável. Segundo Caraça (1951), a noção de variável é uma das mais difíceis para os alunos. Assim, para auxiliar na compreensão desta ideia pelos alunos, é importante que desde os anos iniciais os alunos vivenciem em sala de aula tarefas envolvendo noções de variável, para que com o decorrer dos anos escolares os estudantes possam se apropriar dessa noção matemática.

Baseado em Nogueira (2014), apresentamos o exemplo a seguir que trata de uma situação envolvendo a ideia de variável, e que pode ser implementada com os alunos desde os anos iniciais. Considere multiplicações do número 1 por outros números, como por exemplo:

$1 . 0 = 0$; $1 . 5 = 5$; $1 . 23 = 23$; $1 . (-8) = -8$; $1 . 2/3 = 2/3$ e $1 . 146 = 146$.

Sabemos que o produto do número 1 por um outro número qualquer resulta o próprio número. Isso sempre ocorre, não importando o valor desse número.

Assim, podemos utilizar uma expressão matemática para indicar esse fato, ou seja, podemos considerar a letra x (ou qualquer outra) para indicar um número qualquer (que pode ser variável) e escrevemos: $1 \cdot x = x$.

De acordo com Caraça (2004), a ideia de **correspondência** é essencial para a compreensão do conceito de função e também para a Matemática como ciência, devido ao início da contagem pelos povos antigos que faziam correspondência entre um objeto e um número na sucessão natural. Particularmente em relação ao conceito de função, para se estudar leis quantitativas é preciso criar um instrumento cuja essência seja a correspondência entre dois conjuntos (CARAÇA, 2004).

A ideia base de **dependência** é outra ideia essencial para caracterizar uma função. Numa relação funcional, uma das grandezas, denominada de variável dependente, é univocamente determinada pela variação da outra, a variável independente (TINOCO, 2004). De acordo com Nogueira (2014), com essa ideia matemática podemos observar a dependência entre grandezas que ocorre em fenômenos da física, da biologia e de outras áreas de estudo, e que no estudo das funções, sabendo o que é variável, o aluno poderá identificar variáveis dependentes e independentes.

No que diz respeito à ideia base de **regularidade**, Nogueira (2014) considera que muitos fenômenos apresentam regularidades, que ao serem identificadas permitem fazer previsões para etapas ou situações seguintes que não podem ser observadas.

A "descoberta" da regularidade pode ser iniciada desde muito cedo, na "[...] Educação Infantil, trabalhando com desenhos as crianças podem ser estimuladas a descobrir o 'padrão de repetição' de uma sequência" (NOGUEIRA, 2014, p. 8). Um exemplo de regularidade mencionado pela autora se refere a uma situação relacionada às rodas de um automóvel utilitário que esteja em concordância com o código de trânsito brasileiro (CTB): um carro possui cinco rodas, dois carros possuem dez rodas, três carros possuem quinze rodas e assim por diante. Nesta situação, observa-se que existe uma regularidade na qual podemos obter por meio dela a quantidade de rodas que terão vinte carros. Segundo Nogueira (2014), para crianças maiores apresentar sequências numéricas do tipo: 5, 10, 15, 20, 25, ... e pedir que os alunos adivinhem o número seguinte, já é uma atividade que objetiva a observação de regularidades. Esta mesma ideia pode ser aplicada no estudo de múltiplos e divisores, de potências, entre outros.

A autora menciona ainda que "[...] o reconhecimento de regularidades em situações reais, em sequências numéricas, ou padrões geométricos é uma habilidade essencial à construção do conceito de função" (NOGUEIRA, 2014, p. 8). Desse modo, entendemos como essencial que a ideia de regularidade seja explorada no decorrer do processo escolar, para que no momento da formalização deste conceito os alunos não se deparem com obstáculos na aprendizagem, mas sim com a continuidade da construção do conceito de função, uma vez que estariam construindo este conceito desde os anos iniciais.

No que concerne à **generalização**, a partir do momento que se estabelece uma regularidade é possível obter a generalização, que envolve abstração (CAMPINELI; CAMPINELI, 2006). É preciso que o aluno tenha domínio neste quesito, que consiga avaliar corretamente as variáveis, a dependência (ou não) presente em determinado problema e, por fim, identificar a regularidade existente e a generalização, que se trata de um elemento decisivo para a construção do conceito de função (TINOCO, 2004).

Utilizando o exemplo mencionado anteriormente, relacionado às rodas de carros, podemos obter uma fórmula matemática que relaciona o número de carros à quantidade de rodas, ou seja, N = 5.n, sendo que N é o número de rodas; e n é o número de carros; e 5 é o número de rodas por carro. Essa lei matemática diz respeito à generalização. Sendo assim, por meio deste exemplo notamos a presença das cinco ideias base de função: **variável** uma vez que variando o número de carros obtemos o número de rodas; **dependência** pois o número total de rodas depende do número de carro, sendo que N é a variável dependente, uma vez que depende da quantidade de carros analisados e n é a variável independente; **regularidade** uma vez que para cada valor particular atribuído ao número de carro notamos uma regularidade nos valores obtidos para a quantidade de rodas; **generalização** no momento em que a expressão algébrica ou a linguagem natural é utilizada para representar que a quantidade de rodas é dada pela multiplicação do número cinco por uma quantidade n (qualquer) de carros.

No processo de generalização, é preciso que os alunos também desenvolvam a capacidade de apresentar argumentos na linguagem natural, que justifiquem a validade da lei para qualquer caso, registrando-os. O registro de leis gerais em linguagem algébrica ou gráfica é um passo decisivo para que se construa o conceito de função. Para isso, consideramos fundamental selecionar atividades que tenham significados para o aluno e que estejam ligadas ao seu dia a dia. Mediante tais situações, o aluno se familiariza também com as diversas formas de representar funções: linguagem natural; representação gráfica e representação simbólica (numérica e algébrica). Defendemos que a generalização por meio de linguagem simbólica deve ser inserida aos poucos no decorrer do processo escolar, para que no 9º ano o estudante possa compreender esta e as demais ideias base essenciais para o conceito de função.

No que se refere às diferentes representações matemáticas, Duval (2013) é enfático ao afirmar que a compreensão de um conceito matemático ocorre por meio da articulação entre os diferentes registros de representação semiótica, denominados pelo autor como: registros de representação em linguagem natural, gráfica, figural (figuras geométricas) e simbólica (representações algébricas e numéricas). Essa articulação entre os registros deve ocorrer, do ponto de vista do pesquisador, por meio da transformação de um registro de representação semiótica para outro, e vice-versa, ou seja, as tarefas matemáticas propostas aos alunos devem proporcionar idas e vindas entre os registros.

Considerando elementos que compõem o Campo Conceitual das funções, e tomando como princípio que as diferentes situações presentes no Campo Conceitual da função afim também envolvem as cinco ideias base mencionadas acima, notamos a complexidade deste campo conceitual, fato que justifica os erros e dificuldades de estudantes e professores, apontados em algumas pesquisas (NUNES; SANTANA, 2017; PIRES; MERLINE; MAGINA, 2015; RAMOS; CURI; 2014).

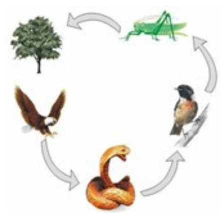
Nesse sentido, partimos do pressuposto que um conceito está em constante aprimoramento pelo sujeito, sendo compreendido no decorrer da experiência escolar por meio das diferentes situações que lhes são propostas. Sendo assim, e considerando que as ideias base de função devem ser estudadas desde os anos iniciais, desenvolvemos este trabalho com a intenção de analisar ideias base sobre função mobilizadas por estudantes do 9º do Ensino Fundamental e 3º ano do Ensino Médio, mediante a resolução de tarefas matemáticas sobre função afim. Com esta pesquisa, tivemos a intenção de compreender se estas ideias base são mobilizadas de modo adequado por estudante que finalizam o Ensino Fundamental e o Ensino Médio.

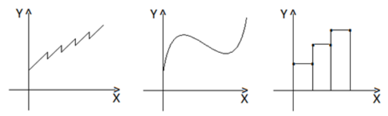
APRESENTAÇÃO DAS TAREFAS E PROCEDIMENTOS PARA A COLETA DE INFORMAÇÕES PARA A PESQUISA

Para o desenvolvimento deste trabalho, selecionamos sete (07) tarefas matemáticas sendo que cada uma delas envolve pelo menos duas ideias base de função. Para a seleção das tarefas, primeiramente realizamos diversos estudos de artigos relacionados ao conceito de função (NUNES; SANTANA, 2017; PIRES; MERLINE; MAGINA, 2015; RAMOS; CURI; 2014), principalmente aqueles publicados em periódicos científicos disponíveis *online* da área de Ensino, qualificados como A1, A2 e B1, por meio de um levantamento destes textos realizado pelos autores desta pesquisa[1]. Além destes artigos, também foram considerados para nossos estudos dissertações de mestrado em Educação Matemática, como por exemplo, Roratto (2010) e Pavan (2009), com foco nas ideias base de função. Durante os estudos, buscamos por tarefas que contemplassem as ideias base de função, que serviram como parâmetro para as escolhas do instrumento de pesquisa.

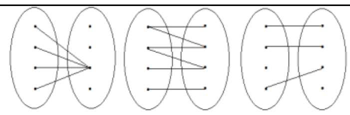
Apresentamos no Quadro 1 cada uma das tarefas associadas às suas ideias base que estão vinculadas.

Quadro 1 - Instrumento elaborado pelos autores para a pesquisa

<table>
<tr><th>Tarefas</th><th>Ideias base</th></tr>
<tr><td>Tarefa 1 (RORATTO, 2010) - Entende-se por Cadeia Alimentar o “conjunto das espécies animais e vegetais, dispostas em níveis, de forma que a espécie situada em nível superior se alimenta da inferior”. Sabendo que o tamanho de uma população está diretamente relacionado com a quantidade de alimento disponível e inversamente proporcional à quantidade de predadores existentes, responda as perguntas a respeito da cadeia alimentar ilustrada.

a) O que acontecerá com as outras espécies se houver uma redução da quantidade de vegetais nesse ecossistema? Por quê?
b) Se, por algum motivo, aumentar consideravelmente o número de águias na região, o que acontecerá com cada uma das espécies? Por quê?
c) Se a população de passarinhos reduzir consideravelmente, o que acontecerá com a população de águias? E com a de vegetais? Por quê?
d) Quais são as relações de dependência presentes no enunciado e na figura?</td><td>Dependência e Correspondência</td></tr>
<tr><td>Tarefa 2 (RORATTO, 2009) - O senhor Traba Lhador foi a fotocopiadora ao lado de seu trabalho e deparou-se com a seguinte tabela:
<table><tr><td>Quantidade</td><td>Valor da Cópia em Preto e Branco (R$)</td><td>Valor da Cópia Colorida (R$)</td></tr><tr><td>1</td><td>0,09</td><td></td></tr></table></td><td>Variável
Correspondência
Dependência
Regularidade
Generalização</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>
<table>
<tr><td>2</td><td>0,18</td><td>2,40</td></tr>
<tr><td>3</td><td>0,27</td><td>3,60</td></tr>
<tr><td>4</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>5</td><td>0,45</td><td>6,00</td></tr>
<tr><td>6</td><td></td><td>7,20</td></tr>
<tr><td>7</td><td>0,63</td><td></td></tr>
<tr><td>8</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>9</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>10</td><td>0,90</td><td>12,00</td></tr>
</table>
a) Quais as relações de dependência na tabela?
b) Do que depende o preço a ser pago por um cliente que for até a fotocopiadora?
c) Os valores expressos na coluna “Quantidade” dependem de alguma outra grandeza?
d) Quanto custaria 12 cópias em preto e branco? E 12 cópias coloridas?
e) Você poderia indicar uma lei matemática que represente a quantidade de cópias em preto e branco e o valor a ser pago? E para cópias coloridas?
</td><td></td></tr>
<tr><td>
Tarefa 3 (Autores desta pesquisa) - O restaurante Rango cobra R$ 2,30 pelo consumo de 100g de comida. Duas pessoas foram ao restaurante Rango e cada uma consumiu uma lata de refrigerante que custa R$ 3,20 e as seguintes quantidades de alimentos:
Fabricia consumiu 200g. Fernando consumiu 410g.
a) Qual o valor pago por cada pessoa?
b) Você poderia indicar uma expressão matemática (lei) que relaciona o peso (p) ao valor a ser pago (V), incluindo o refrigerante?
c) Se uma pessoa consome um refrigerante e, em média, 400g por dia de segunda a sexta-feira, em 4 semanas, quanto ela gastará?
d) Wellington almoçou no restaurante Rango e pagou R$ 21,60 pela refeição mais um refrigerante. Quantos gramas de comida ele consumiu?
</td><td>Variável
Correspondência
Dependência
Regularidade
Generalização</td></tr>
<tr><td>
Tarefa 4 (TENÓRIO; OLIVEIRA; TENÓRIO, 2014) – Seu Joaquim está analisando duas propostas de planos de saúde:
Plano 1: Inscrição R$100,00 e a cada consulta R$50,00
Plano 2: Inscrição R$160,00 e a cada consulta R$40,00
a) Do que depende o gasto total (y) de cada Plano?
b) É possível determinar uma lei de formação para cada plano? Se sim, determine:
c) Qual o valor gasto após três consultas?
d) Qual o valor gasto após seis consultas?
e) É possível afirmar que em determinadas condições: O plano 1 é mais econômico? E o plano 2?
f) Você poderia representar num mesmo plano cartesiano os gráficos de cada plano?
g) Após a construção do gráfico, você mudaria a sua resposta em relação ao item (e)? Justifique a sua resposta.
</td><td>Variável
Correspondência
Dependência
Regularidade
Generalização</td></tr>
<tr><td>
Tarefa 5 (CARNEIRO; FANTINEL; SILVA, 2003) - Podemos afirmar que as situações a seguir representam funções?
Um carro se move, numa certa rodovia. O motorista, a cada ponto de pedágio, anota a distância percorrida e o tempo de percurso.


A relação f: R → R $\begin{cases} -3x^2+3, x \geq 0 \\ 5, x < 0 \end{cases}$
</td><td>Variável
Correspondência
Dependência
Regularidade
Generalização</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>Os pares valores Y a 

<table><tr><th>X</th><th>y</th></tr><tr><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>2</td><td>4</td></tr><tr><td>3</td><td>9</td></tr><tr><td>$\sqrt{4}$</td><td>16</td></tr><tr><td>5</td><td>25</td></tr><tr><td>6</td><td>36</td></tr></table>

de para X e seguir:</td><td></td></tr>
<tr><td>Tarefa 6 (RORATTO, 2009) - Uma caixa de água tem capacidade de 1000 litros e possui certa quantidade de água em seu interior. Em determinado instante, uma torneira é aberta para encher a caixa. Baseado no gráfico abaixo, que representa o volume de água no interior da caixa em função do tempo

durante os primeiros 10 minutos e, sabendo que a taxa de aumento de vazão da torneira permanece constante até o completo enchimento da caixa, responda as perguntas.
a) Que grandezas o gráfico associa?
b) É possível indicar qual é a variável dependente e qual é a independente? Justifique.
c) Quantos litros havia na caixa após 7 minutos?
d) Qual a taxa de vazão de água da torneira?
e) Você poderia indicar a lei matemática que expressa o volume de água na caixa em função do tempo?
f) Você poderia indicar o domínio e a imagem dessa lei?
g) Quanto tempo levará até o completo enchimento da caixa?
h) Supondo que a torneira fique aberta durante 25 minutos, quantos litros de água irão transbordar?</td><td>Variável
Correspondência
Dependência
Regularidade
Generalização</td></tr>
<tr><td>Tarefa 7 - Você já estudou sobre funções nas aulas de Matemática? Em caso positivo diga, para você, o que é função?</td><td></td></tr>
</table>

Fonte: Autoria própria (2018).

Após a seleção das tarefas, fizemos contato com duas escolas públicas do interior do Paraná, apresentamos nosso projeto para as respectivas direções das escolas e pedimos a colaboração para que pudéssemos aplicar as tarefas com os estudantes. Diante da aprovação das direções, solicitamos seis[2] alunos para colaborarem com a nossa pesquisa, sendo três do 9º ano e três alunos do 3º ano do Ensino Médio. Explicamos que seria importante o professor selecionar estes alunos de modo que eles tivessem desempenhos mediano em Matemática, não sendo um aluno com destaque e nem com muitas dificuldades nessa disciplina.

A aplicação das tarefas foi realizada na forma de entrevista semiestruturada, e foi gravada em áudio, oportunizando ao pesquisador dialogar com os estudantes. As tarefas foram realizadas pelos alunos individualmente, em uma sala disponibilizada pela orientadora pedagógica do colégio. As tarefas foram impressas em folhas individuais e entregues aos estudantes uma por vez, conforme eles finalizavam cada uma delas entregávamos a tarefa seguinte. Foram disponibilizados lápis, borracha, régua e calculadora. Durante as resoluções, quando os estudantes mobilizavam conhecimentos errôneos, instigávamos os alunos a repensarem, lançando perguntas do tipo: "você acha que é isso mesmo que o problema está pedindo? Você pode refazer a leitura do problema? Será que o problema teria outra resposta?"

Durante os questionamentos não fazíamos validações das respostas, mas procuramos proporcionar aos estudantes reflexões que os levavam a perceber seus erros e apresentar uma resposta diferente da inicial. Sendo assim, entendemos, fundamentados em Vergnaud (1990), que as entrevistas proporcionaram momentos de aprendizagens para os estudantes.

Com base nos registros escrito e oral dos alunos, realizamos as análises da pesquisa. Para a identificação dos sujeitos da pesquisa, utilizamos as siglas EF para alunos do Ensino Fundamental, e EM para alunos do Ensino Médio, juntamente com um número indicado para cada aluno (EXEMPLO: EF1, EM3), de forma a preservar a identidade dos entrevistados.

ANÁLISE DAS RESOLUÇÕES DOS ALUNOS

A primeira tarefa teve como objetivo propiciar reflexões sobre a ideia base de dependência e correspondência de variáveis, representados em linguagem natural – a tarefa foi proposta em linguagem natural e as respostas dos alunos também eram apresentadas em linguagem natural. O contexto da tarefa é referente a uma cadeia alimentar, na qual um animal pertencente a cadeia dependia diretamente de outro animal (pois se alimentaria dele), este mesmo animal dependia também indiretamente de todos os outros animais daquele grupo. Um dos pontos que consideramos interessante nessa tarefa é que os alunos têm a possibilidade de perceber a noção de dependência direta e indireta ilustradas na tarefa, que aparentemente não se trata de uma tarefa matemática, mas que as ideias envolvidas são matemáticas.

Em relação à primeira tarefa, os três alunos do 9º ano atenderam às expectativas prévias dos pesquisadores, eles refletiram um tempo para responder, mas apresentaram a resposta esperada, como por exemplo, que a “Águia depende da Cobra, a Cobra depende do Pássaro, o Pássaro depende do Gafanhoto e o Gafanhoto depende dos Vegetais, e que, se diminuir o número de Águias, o número de Cobras aumenta, assim o número de Pássaros diminui, levando ao aumento do número de Gafanhotos, e, por consequência, a diminuição no número de Vegetais”.

O Aluno EF2, apesar de responder a todas as questões corretamente, apresentou dificuldades em explicitar suas respostas, e constantemente refazia a leitura das questões da tarefa. Baseados em Vergnaud (1990), entendemos que este aluno não tinha um esquema pronto para a resolução da tarefa 1, e que foi preciso refletir sobre a situação, mobilizar seus conhecimentos prévios, mobilizar diferentes esquemas que o conduziu a apresentar a resposta correta para a tarefa 1 proposta.

Em relação aos alunos do 3º ano do Ensino Médio, notamos que eles generalizavam suas respostas, apresentando inicialmente esquemas equivocados, concluindo, por exemplo, que se devido a algum fator um animal diminui, todos os demais também diminuem. Os três alunos do Ensino Médio apresentaram soluções equivocadas, mas solicitamos que repensassem e após suas próprias análises conseguiram finalizar a atividade corretamente. Como exemplo de solução equivocada apresentamos a resposta do aluno EM2 para o item (b), para o qual a resposta correta é que as cobras e os gafanhotos irão diminuir pelo motivo das águias que se alimentam das cobras terem aumentado, e como os pássaros dos quais as cobras se alimentam aumentaram, os gafanhotos também irão reduzir. O aluno EM2 respondeu que a cobra iria diminuir e por consequência todos os animais iriam diminuir o que foi um pensamento errôneo. Como citado, durante a entrevista e com a intenção de que o aluno percebesse sobre o seu erro, perguntamos se realmente todos os animais iriam diminuir. O aluno EM2, ao refletir, modificou sua resposta e concluiu que apenas as cobras e os gafanhotos iriam diminuir.

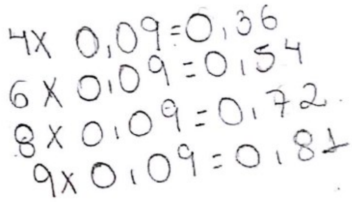
A segunda tarefa também tinha como objetivo retomar a questão da dependência entre variáveis, mas também proporcionar a articulação das ideias de correspondência, regularidade, dependência e generalização. Diferente da tarefa 1, a tarefa 2 envolve linguagem natural e representação simbólica (numérica e algébrica). Nesta tarefa, os alunos deveriam utilizar operações matemáticas (adição, subtração, multiplicação e divisão) para a resolução do problema, que está associada a uma regularidade que, por sua vez, os conduziriam à generalização.

Durante as entrevistas com os alunos do 9º ano, diversas intervenções foram necessárias por parte do pesquisador. As respostas foram diferentes das esperadas pelos pesquisadores, e os alunos mobilizaram incorretamente diversos conceitos e estratégias (esquemas). Ao ser questionado se a variável *Quantidade* (independente) dependia de alguma outra coisa, o aluno EF2 respondeu: “Do mesmo jeito que a quantidade depende do valor, o valor também depende da quantidade, não depende? [...] É talvez porque se eu vou lá imprimir e eu não tenho tanto dinheiro eu vou imprimir pouco”. Chamamos atenção para esta fala do aluno, pois os pesquisadores não esperavam uma resposta como esta, ou seja, ressalta o fato de que o contexto do adulto é diferente do contexto da criança e do adolescente, e embora a questão de cópias de xerox possa fazer parte da realidade escolar, essa situação envolve o fator financeiro, e a resposta do aluno sinaliza para o fato que ter dinheiro para fazer cópias nem sempre faz parte da realidade dos adolescentes das escolas públicas brasileiras.

Ainda na tarefa 2, o aluno EF3 respondeu que a coluna que representava a variável *Quantidade* não dependia de outra grandeza, porém, apesar de estar correta, o aluno demonstrou não dominar a ideia base de dependência, pois não conseguiu explicar ao pesquisador porque essa variável não dependia de outra. Identificamos ainda que os alunos do Ensino Fundamental, por diversas vezes, confundiram os operadores soma e multiplicação e, além disso, os três alunos utilizaram para fazer as contas na calculadora o número 0,90 ao invés do número 0,09, que seria o correto de acordo com os dados da tarefa proposta. Notamos na resposta deste aluno equívocos relacionados à manipulação de números decimais, que também foi manifestada por outros estudantes. Brousseau (1976) alerta para os obstáculos de origem didática relacionados a esses números e, dentre um dos obstáculos possíveis, o pesquisador menciona o fato de que alguns assumem implicitamente, e de modo incorreto, uma definição para números decimais como sendo um número natural com vírgula. Essa concepção do aluno para número decimal pode gerar diversas dificuldades relativas às operações com estes números, as quais refletem a incompreensão de ideias como as de densidade da reta dos números reais, de conjuntos de números discretos, de ordem, de sucessores etc. (ALMOULOUD, 2007; BROUSSEAU, 1976).

Com relação à generalização da situação proposta na tarefa 2, o aluno EF2 não conseguiu fazer a generalização sozinho, uma vez que ele confundiu as variáveis quantidade de cópias, valor a ser pago e a constante de multiplicação (valor de cada cópia). Porém, apesar de muitas dúvidas por parte do aluno, e mediante auxílio do pesquisador o aluno chegou à generalização correta por meio da representação algébrica: $y = 0{,}09x$. A figura 1 mostra os cálculos numéricos realizado pelo aluno EF2, confirmando que ele mobilizou a ideia regularidade.

Figura 1 - Resolução do aluno EF2



Fonte: Autoria própria (2018).

Destacamos que esse procedimento de cálculo realizado pelo aluno EF2 na figura 1, associado à ideia base regularidade se refere ao processo que antecipa a generalização – processo que envolve abstrações e pensamento matemático mais avançado por se desprender de números e valores particulares da função. Nesses momentos, consideramos oportuno que o professor proporcione momentos para que os alunos avancem para a generalização.

No que diz respeito aos alunos do 3º ano, dois alunos resolveram corretamente a tarefa, mas apresentaram dificuldades em relação à generalização – expressão matemática – relacionada ao número de cópias. Particularmente, o aluno EM1 mostrou não mobilizar esquema pronto e organizado para responder tal situação. No item (e), por exemplo, o aluno EM1 obteve a expressão f(x) = y, alegando que f(x) representa o valor a ser pago, e y a quantidade de cópias. Notamos que ao apresentar a expressão f(x) = y o estudante faz a associação da situação proposta com uma função, porém, justifica de modo inadequado os significados de f(x) e y. Esse fato nos revela, baseados em Vergnaud (1990), que o estudante ainda não se apropriou do conceito de função no decorrer do processo escolar, e que uma situação como esta, que demanda a generalização de uma regularidade apresentada, ainda não faz parte do repertório de esquemas mobilizados pelo aluno EM1, mesmo cursando o 3º ano do Ensino Médio.

Porém, esta tarefa juntamente com o diálogo estabelecido com o pesquisador trouxe aprendizagens para o estudante, colaborando para a organização prévia de um esquema elaborado pelo aluno. Pois, no momento em que ele apresentou como resposta a expressão $\mathrm{f(x)} = \mathrm{y}$, fizemos uma intervenção solicitando que ele substituísse o valor de 8 cópias e conferisse com a tabela que ele havia completado. Assim ele o fez, obtendo em seus cálculos valores diferentes dos apresentados pela tabela. Com isso, o aluno pôde refletir sobre a situação, mobilizando seus conhecimentos prévios e conseguindo apresentar as expressões generalizadas corretas $\mathrm{f(x)} = \mathrm{y}\ .\ 0{,}09$ para cópias preto e branco e $\mathrm{f(x)} = \mathrm{y}\ .\ 1{,}20$ para cópias coloridas.

A terceira tarefa teve como objetivo retomar a ideia de dependência de maneira diferente das anteriores, e também envolveu as ideias de correspondência, variável, regularidade e generalização por meio de uma lei matemática. Nesta tarefa o aluno também deveria realizar operações matemáticas para obter a variável independente em função da variável dependente.

Em relação aos alunos do 9º ano, observamos dificuldades na conversão de unidades de medida, conforme observamos na fala do aluno EF1 após o pesquisador solicitar a explicação sobre seus cálculos do item a: "[...] esses 10g eu acrescentei fazendo a conta 100g dividido por 2,30 que deu 0,23". Notamos que ele inverteu os valores do numerador e do denominador e outro erro se refere ao valor de 2,30 dividido por 100 que é igual a 0,023 e não 0,23. No último item da tarefa 3, foi informado o valor a ser pago pelo cliente e o aluno deveria calcular quanto o cliente consumiu de comida em gramas, sendo que ao final das operações o valor alcançado seria 8 (representando 8 porções de 100g) e a resposta deveria ser 800g. Somente os alunos EF1 e EF2 conseguiram realizar esta tarefa, mas ainda apresentaram dúvidas e hesitações durante a resolução.

Analisando as respostas dos estudantes do 3º ano do Ensino Médio, no item (b) o aluno EM2 apresentou dificuldades para obter a generalização, apresentando de modo incorreto a expressão $\mathrm{V} = \mathrm{x}\ .\ 2{,}30$. Neste momento, com a intenção de que ele percebesse que a expressão não é adequada para a situação proposta, fizemos a intervenção solicitando que substituísse na lei determinada por ele os valores encontrados no item (a). Assim, observando que os valores adquiridos não correspondiam aos adequados, o aluno EM2 reconheceu que faltava somar o refrigerante e conseguiu obter a generalização correta, dada por: $\mathrm{V} = \mathrm{x}\ .\ 2{,}30 + 3{,}20$.

No item (d) foi informado que um cliente gastou x reais e perguntava quantos gramas o cliente consumiu. O aluno EM3 realizou as operações na calculadora e obteve o valor 8 (oito) que correspondia a 800g. Mas em sua resposta escreveu que o cliente consumira 8g, o que não é correto. Recorremos, então, ao enunciado o qual os valores dependem do consumo que é dado a partir de 100g. O aluno EM3 refletiu, mas ainda não obteve êxito em sua resposta. Nesse caso, o questionamos sobre Fernando que consumiu 410g, que é superior a 8g, e pagou uma quantia muito inferior. Com esta pergunta, o aluno fez novas reflexões e conseguiu apresentar com êxito a resposta correta. Essa é mais uma situação em que a intervenção do pesquisador foi essencial para fazer o aluno refletir sobre a tarefa proposta, reorganizar seus esquemas mobilizados anteriormente e apresentar a resposta correta para a tarefa 3.

A quarta tarefa teve como objetivo retomar a questão de dependência e da generalização, incluindo as ideias de correspondência, variável, regularidade e ainda a representação gráfica. Nesta tarefa, provavelmente por influência de suas resoluções anteriores, observamos que os alunos EF1 e EF3 desenvolveram melhor a generalização em relação às tarefas antecedentes, visto que o aluno EF3 conseguiu realizar a questão com algumas intervenções do pesquisador, que antes não havia conseguido e o aluno EF1 não necessitou de intervenções. Já o aluno EF2 não conseguiu realizar a tarefa, percebemos certo desconforto por parte do aluno ao tentar resolver esta tarefa, ou seja, ele não tinha esquemas prontos para resolvê-la e seus conhecimentos prévios não foram suficientes para organizar um esquema que o levasse à solução da tarefa 4.

Com relação à representação gráfica exigida na Tarefa 4, os alunos do 9º ano não mostraram habilidades para resolvê-la, apresentando muitas dúvidas e houve a necessidade de várias intervenções durante a realização desta. Porém, notamos que os conhecimentos dos alunos avançaram, mesmo que localmente, provavelmente em decorrência das intervenções feitas pelo pesquisador e em função das tarefas anteriores. O aluno EF1 fez a representação gráfica da maneira correta (gráfico de uma função dos Naturais nos Naturais), mesmo não tendo trabalhado em sala de aula, conforme informou o seu professor ao pesquisador. O aluno EF2, apesar de não ter realizado a generalização nesta tarefa, conseguiu com o auxílio do pesquisador representar graficamente os dois planos de saúde propostos na tarefa, em função do número de consultas.

Com relação aos alunos do 3º ano, conforme eles resolviam as tarefas, percebemos um avanço de suas respostas corretas em relação à generalização das funções. Observamos que no item (e), que questionava se em algum momento um plano de saúde era mais vantajoso que outro, os alunos davam a resposta correta, mas não explicavam em quais condições, conforme era solicitado na tarefa, ou seja, respondiam corretamente, mas não conseguiam explicar o porquê. Do ponto de vista de Duval (2013), para a compreensão de um conceito, é essencial que o estudante coordene diferentes registros de representação semiótica. Neste caso, notamos que os alunos têm dificuldades em expressar com suas palavras (linguagem natural) quais são os motivos que indicam que um plano de saúde é mais vantajoso do que o outro. Essa dificuldade do aluno pode ser resultado de um processo de ensino em que raramente o aluno precisa explicar em linguagem natural as interpretações e resultados matemáticos propostos em sala de aula.

A quinta tarefa teve como objetivo analisar os conhecimentos do aluno sobre o que é função, considerando diferentes representações: algébrica, linguagem natural e gráfica. Nossas análises apontam dificuldades dos alunos principalmente em relação à representação gráfica.

No que se refere aos alunos do 9º ano, os sujeitos da pesquisa se mostraram mais familiarizados para reconhecer uma função por meio do diagrama de Venn (item c). No caso da linguagem natural, os alunos tiveram dificuldades em se expressarem em relação às outras representações, quando questionados sobre o porquê de ser ou não uma função. Eles reconheciam que se tratava de uma função, mas não conseguiam dar explicações para suas afirmações. No item sobre a representação gráfica (item b), os três alunos consideraram que o primeiro gráfico era função devido ao "*padrão dos riscos*" como disse o aluno EF3, e o aluno EF2 afirmou: "Eu não consigo ver função só no desenho". Já a relação que trata de uma função composta (item d), todos eles afirmaram que nunca viram nada parecido nas aulas, por isso não conseguiram realizar este item da tarefa 5. Na representação simbólica na forma de tabela (item e), os alunos EF1 e EF2 responderam corretamente dizendo que não era função, alegando que "não era função porque um estava saindo do padrão (que era x^2)".

Observando as respostas dos alunos do 3º ano, no item (b) em relação ao primeiro gráfico, o aluno EM3 respondeu corretamente que o gráfico não representa uma função. Porém, ao justificar, ele respondeu que não é função porque ele nunca havia visto um gráfico de tal forma, o que não justifica corretamente a afirmação. Após analisar os demais gráficos e os Diagramas de Venn, o aluno EM3 foi questionado novamente sobre sua justificativa, e neste momento ele respondeu corretamente que o primeiro e o último gráfico não representam função, pois para um único valor de x temos mais de um correspondente em y.

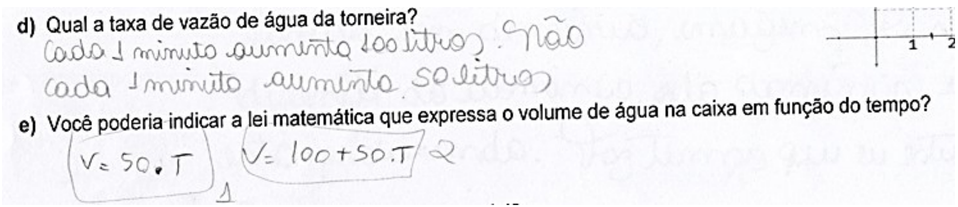
Nossas análises mostram que os alunos estão mais familiarizados com as representações das funções na forma de diagramas de Venn, fato que pode prejudicar a essência da compreensão do conceito de função, uma vez que as diferentes representações simbólicas, as diferentes representações matemáticas (gráficas, linguagem natural, simbólica (algébrica e numérica), figural) precisam ser exploradas progressivamente em sala de aula, proporcionando que os alunos vivenciem diferentes situações (VERGNAUD, 1990) para a compreensão do conceito.

No item (d), os alunos também demonstraram não estar familiarizados com a inequação apresentada. O aluno EM1 respondeu inicialmente que não se tratava de uma função, pedimos que ele pensasse na construção do gráfico cartesiano, e após refletir por um tempo, mobilizar seus conhecimentos prévios, ele modificou sua resposta alegando que se tratava de função.

A sexta tarefa teve como objetivo retomar a ideia base de dependência, variável, regularidade, correspondência e generalização, mas com a diferença que os alunos deveriam analisar um gráfico presente no enunciado da questão. Nesta tarefa, os alunos do 9º ano apresentaram menos dificuldades do que nas tarefas anteriores, só que não sabiam alguns conceitos tais como domínio e imagem de uma função.

Quanto aos estudantes do 3º ano do Ensino Médio, apresentamos a seguir a resolução do aluno EM1:

Figura 2 - Resolução do aluno EM1


d) Qual a taxa de vazão de água da torneira?

Cada 1 minuto aumenta 100 litros. Não

cada 1 minuto aumenta 50 litros

e) Você poderia indicar a lei matemática que expressa o volume de água na caixa em função do tempo?

V= 50.T 1 V= 100+50.T 2

Fonte: Autoria própria (2018).

Podemos observar pela figura 2 que no item (d) inicialmente o aluno não conseguiu fazer uma boa interpretação do gráfico e observar que a taxa de vazão é de 50 litros por minuto, pedimos que ele analisasse novamente o gráfico e com esta nova análise o aluno obteve êxito e respondeu corretamente ao item. Observamos outra resposta incorreta desse mesmo aluno no item (e), pois novamente ele apresentou dificuldades para obter a lei matemática na questão, porém não foi necessária intervenção neste item, pois o próprio aluno reconheceu seu erro e o corrigiu. Ou seja, notamos que a ideia base de generalização não estava acomodada por este aluno, ele não possuía um esquema previamente organizado para responder a esta tarefa. Mas podemos afirmar que ele fez reflexões e avançou em suas reflexões, apresentando expressão correta e generalizada ao término da tarefa.

Para finalizar as tarefas, fizemos o seguinte questionamento aos alunos: "você já estudou sobre funções nas aulas de Matemática? Em caso positivo diga, para você, o que é função?".

Em relação a terem estudado funções, os alunos do Ensino Médio disseram que sim, mas que faz algum tempo. Já os alunos do Ensino Fundamental disseram ter visto pouca coisa e, segundo seus professores, eles tiveram apenas uma introdução ao conceito, no caso dos alunos EF1 e EF2, e o aluno EF3 não tinha visto nada ainda.

Apresentamos a seguir as respostas dos 6 (seis) sujeitos da pesquisa sobre o que é função:

Aluno EF1 – "Função é quando uma coisa depende de outra".

Aluno EF2 – "Função é quando uma coisa depende de outra para outra coisa".

Aluno EF3 – "Função é quando tem algo crescendo".

Aluno EM1 – "Função serve para achar um valor que dependa de uma quantidade. Então função tem domínio e imagem. A Imagem depende do Domínio, com o domínio, você acha o que está procurando. Faz tempo que eu estudei".

Aluno EM2 – "Função é quando você tem algo que depende de outro".

Aluno EM3 – "É quando temos algo dependente e algo que não depende de nada, algo independente, algo que podemos construir o gráfico."

Notamos nas falas dos alunos do Ensino Fundamental que eles possuem uma visão do conceito de função restrita principalmente à ideia de dependência (alunos EF1 e EF2). Além disso, o aluno EF3 concebe função apenas como uma relação de crescimento, ou seja, possui uma compreensão incorreta do conceito em questão, afinal uma função pode ser ou representar um fenômeno crescente, decrescente, não crescente ou não decrescente.

Já em relação aos alunos do Ensino Médio, como era de se esperar, notamos que o conceito de função está mais desenvolvido do que para os alunos do Ensino Fundamental, pois eles mencionam elementos e relações de dependência, domínio, imagem, gráfico. Porém eles ainda se limitam, assim como os alunos do Ensino Fundamental, principalmente à ideia de dependência.

CONCLUSÕES

Apesar das diferenças nos níveis e experiências escolares existentes entre os alunos do 9º ano do Ensino Fundamental e os alunos do 3º ano do Ensino Médio, todos os alunos entrevistados manifestaram dúvidas, erros, dificuldade em expressar suas ideias na linguagem natural, equívocos relacionados à ideia base de generalização, não reconhecimento das funções em um certo tipo de representação, como a gráfica, e facilidade em identificar função por meio do diagrama de Venn.

Inferimos que a familiaridade dos sujeitos desta pesquisa com os diagramas de Venn pode ser resquícios do Movimento da Matemática Moderna, momento em que a teoria de conjuntos, linguagem algébrica e diagramas tiveram forte influência nos livros didáticos e na formação dos professores de Matemática. Atualmente, mesmo que com menos frequência, os diagramas ainda estão presentes nos livros didáticos de Matemática principalmente para o ensino de funções.

Segundo os professores dos alunos no 9º ano, que foram sujeitos desta pesquisa, o conteúdo de função estava sendo introduzido no momento da entrevista, por meio dos diagramas de Venn. Acreditamos que este foi o motivo de todos os alunos do 9º ano manifestarem familiaridade com a identificação de uma função por meio de diagrama de Venn. Já em relação aos alunos do 3º ano, todos os alunos haviam estudado o conceito de função formalmente desde o 9º ano do Ensino Fundamental. No entanto, mesmo com esta diferença de experiência escolar, os alunos do 9º ano e 3º ano do Ensino Médio mobilizaram conhecimentos semelhantes, principalmente os errôneos. A principal diferença percebida entre as resoluções desses alunos refere-se ao fato de que os alunos do 9º ano demoravam mais tempo para formular suas respostas, enquanto que os alunos do 3º ano apresentaram mais agilidade, ou seja, os conhecimentos prévios dos alunos do 3º ano do Ensino Médio os permitiam mobilizar diferentes esquemas rapidamente e apresentar uma resposta (correta ou não) para a situação proposta.

Além disso, destacamos que os alunos do 9º ano apresentaram dificuldades em relação às generalizações propostas, enquanto que os estudantes do 3º ano apresentaram dificuldades principalmente nas primeiras tarefas, e conforme as tarefas foram avançando, percebemos que seus conhecimentos foram se acomodando e se adaptando às situações, propiciando aos alunos momentos de aprendizagens e familiaridade com a generalização das situações propostas.

Um fato que chama a atenção é que cinco (05) alunos, dentre os seis (06) entrevistados, ao serem questionados sobre o que é função apresentaram respostas envolvendo a ideia base de dependência, e em geral as respostas foram centralizadas em “função é algo que depende de outra coisa”, não sendo possível perceber diferenças significativas entre as respostas dos alunos do 9º e do 3º ano.

Destarte, as análises revelam que os alunos do 9º ano, mesmo não tendo estudado formalmente o conteúdo de função, apresentaram habilidades para responder algumas tarefas, principalmente as relacionadas às ideias base de dependência, correspondência, variável e regularidade. Esse fato sinaliza que ideias base do conceito de função vêm sendo trabalhadas, mesmo que implicitamente no decorrer do processo escolar, conforme preconizam algumas pesquisas brasileiras (NOGUEIRA, 2014; PAVAN, 2010; BRAGA, 2006), bem como a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (2017). Além disso, ao analisar o desempenho dos alunos durante o processo de resolução das tarefas, podemos afirmar que as tarefas possibilitaram reflexões sobre o conceito de função, propiciando aprendizagens aos sujeitos da pesquisa, especialmente em relação à mobilização de cinco ideias base de função: variável, dependência, correspondência, regularidade e generalização.

Sendo assim, consideramos que as tarefas propostas nesta pesquisa podem proporcionar contribuições para a ação do professor em sala de aula de diferentes níveis de ensino, pois elas permitem aos alunos a mobilização de diferentes ideias matemáticas e conceitos sobre funções, tais como: variável, dependência, generalização, correspondência, regularidade, domínio, imagem, plano cartesiano, representações algébrica, gráfica, linguagem natural, funções crescente e decrescente, números (reais, inteiros, racionais, decimais) etc., além de diferentes propriedades matemáticas. Essa diversidade de situações elaboradas com a intenção de contemplar estes diferentes elementos do campo conceitual das funções é essencial para ser explorada ao longo do processo escolar, conforme preconiza Vergnaud (1990), para a aprendizagem de um conceito matemático.

Basic ideas of the concept of function mobilized by primary and secondary school students

ABSTRACT

According to curricular documents, the concept of function must be studied in the 8th and 9th years of Elementary School, and deepened in High School. However, since the initial years it is possible to introduce base - variable, correspondence, dependence, regularity and generalization - of this concept so that during the course of the school process this concept can be developed by students. Thus, we carry out this research with the objective of analyzing the basic ideas about function mobilized by students of the 9th grade and 3rd year of secondary education, by solving mathematical tasks on related function. Data collection took place through structured interviews, which were recorded in audio, and had previously developed mathematical tasks for the students to solve. The analyzes show that students partially mobilize the basis ideas of function, but that the greatest difficulties occur in relation to the notion of generalization. In addition, students expressed difficulties in recognizing a function in graphical representations and natural language.

KEYWORDS: Mathematics Education. Basic Education. Affine function.

NOTAS

1 O artigo produzido pelos autores desta pesquisa está sendo avaliado por pareceristas de um periódico científico e tem como título: Funções afim e quadrática no ensino de matemática: um estudo bibliográfico de pesquisas brasileiras publicadas em periódicos científicos.

2 Esta pesquisa se refere aos estudos de Iniciação Científica de dois acadêmicos do Curso de Matemática, autores deste trabalho. No momento de coleta de dados, considerando suas primeiras experiências com pesquisas qualitativas na área de Educação Matemática, consideramos que analisar dados de 6 estudantes, sendo 3 do Ensino Fundamental e 3 do Ensino Médio seria uma quantidade pertinente para o trabalho a ser realizado pelos acadêmicos.

AGRADECIMENTOS

Agradecemos à Fundação Araucária (Agência de Fomento do Estado do Paraná) e ao CNPq – Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico pelo apoio financeiro, relacionado às bolsas de Iniciação Científica destinadas aos dois primeiros autores deste texto, que contribuíram para a realização desta pesquisa.

REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, S. **Fundamentos da Didática da Matemática**. Curitiba-PR: Editora UFPR, 2007.

BRAGA, Ciro. **Função:** a alma do Ensino da Matemática. 1.ed. São Paulo: Annablume, 2006.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação. **Base Nacional Comum Curricular.** Brasília: MEC, 2017.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio.** Brasília: MEC, 1999.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC, 1998.

BROUSSEAU, G. Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques. *In*: VANHAMME, W; VANHAMME, J. **La problématique et l'enseignement de la mathématique.** XXVIIIe rencontre organisée par la Commission Internationale pour l'Etude et l'Amélioration de l'Enseignement des Mathématiques, Louvain-la-Neuve, pp.101-117, 1976.

CAMPITELI, H. C.; CAMPITELI, V. C. **Funções.** Ponta Grossa: Editora UEPG, 2006. P. 21-37.

CARAÇA, B. J. **Conceitos Fundamentais da Matemática**. 1.ed. Lisboa: Tipografia Matemática, 1951.

CARNEIRO, V. C. G.; FANTINEL, P. C.; SILVA, H. F. Significados circulantes na formação de Professores. **Revista Bolema.** Rio Claro-SP, v.16, n.19, p.1-20, 2003.

NOGUEIRA, C. M. I. **Construindo o Conceito de Funções**, 2014.

NUNES, C. B.; SANTANA, E. R. S. Concepções Errôneas de Alunos de Licenciatura em Matemática sobre o Conceito de Função. **JIEEM**, v.10, n.2, p.65-71, 2017.

PAVAN, L. R. **A mobilização das Ideias Básicas do Conceito de Função por crianças da 4ª série do Ensino Fundamental em situações-problema de estruturas aditivas e/ou multiplicativas.** 2010. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência e Matemática) - Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2010

PIRES, R. F.; MERLINE, V.; MAGINA, S. Função: Concepções Manifestadas por um Grupo de Professores. **Educação Matemática em Revista**, v.20, n.44, p. 21-29, 2015.

RAMOS, M. L.; CURI, E. Modelo de Análise Didática dos Erros: um guia para analisar e tratar erros referentes à função polinomial do 2º grau. **REVEMAT**, v.9, n. 1, p. 27-42, 2014.

REZENDE, V. **Conhecimentos sobre números irracionais mobilizados por alunos brasileiros e franceses:** um estudo com alunos concluintes de três níveis de ensino. 2013. Tese (Doutorado em Educação Para a Ciência e o Ensino de Matemática) – Universidade Estadual de Maringá, Maringá-PR, 2013.

RORATTO, C. **A história da Matemática como Estratégia para o alcance da aprendizagem significativa do conceito de função**. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade Estadual de Maringá, Maringá-PR, 2010.

TENÓRIO, A.; OLIVEIRA, M. E. F.; TENÓRIO, T. A influência do Geogebra na Resolução de Exercícios e Problemas de Função Polinomial do 1° grau. **JIEEM.** Rio de Janeiro, v.7, n.2, p. 98- 126, 2014.

VERGNAUD, G. A gênese dos campos conceituais. *In*: GROSSI, Esther Pillar (org.). **Por que ainda há quem não aprende?**. 2. ed. Petrópolis: Editora Vozes, 2003.

VERGNAUD, G. La théorie des champs conceptuels. **Recherche en Didactique des Mathématiques**. Grenoble: La Pensée Sauvage, vol. 10, n. 2.3, pp. 133 a 170, 1990.

Recebido: 24 ago. 2018
Aprovado: 13 abr. 2019
DOI: 10.3895/actio.v4n2.8758
Como citar:
BERNARDINO, F.; GARCIA, W. F. D. G.; REZENDE, V. Ideias base do conceito de função mobilizadas por estudantes do Ensino Fundamental e Ensino Médio. **ACTIO**, Curitiba, v. 4, n. 2, p. 127-147, mai./ago. 2019. Disponível em: https://periodicos.utfpr.edu.br/actio. Acesso em: XXX
Correspondência:
Fabricia Bernardino
Av. Guilherme de Paula Xavier, n. 2595, CEP 87303252. Jardim Urupês, Campo Mourão, Paraná, Brasil.