

Tecnologias digitais da informação e comunicação e história da matemática: uma abordagem por meio do Crivo de Eratóstenes

RESUMO

Muitos docentes não se sentem seguros ou acreditam que não têm tempo o suficiente para o desenvolvimento de atividades utilizando metodologias de ensino diferentes. Assim, é necessário que ações de formação sejam implementadas com o intuito de oferecer oportunidades de vivenciar abordagens diferenciadas para o ensino. Essa pesquisa se insere no âmbito dessa questão. Os autores desenvolveram um objeto de aprendizagem utilizando a ferramenta histórica conhecida como Crivo de Eratóstenes, visando também incluir a história da matemática como metodologia de ensino. O objeto desenvolvido foi aplicado com uma turma de alunos da licenciatura em matemática e professores da rede básica de ensino do Estado do Paraná durante a realização de um curso de extensão numa universidade pública do norte do Paraná. O curso tinha como objetivo tratar sobre o uso da lousa digital interativa na educação básica. Os cursistas tiveram a oportunidade de criar seus próprios objetos de aprendizagem para aplicação na lousa digital interativa e também operaram o objeto que foi desenvolvido pelos autores para esta pesquisa. No final, os cursistas responderam a um questionário e as suas respostas foram analisadas e discutidas. Os autores concluíram que é importante para o professor a busca por atualizações por meio de cursos de formação continuada e procurar suporte para o desenvolvimento de atividades que utilizem essas novas tendências, que estão presentes na sala de aula. Concluíram também que o professor é capaz de desenvolver um objeto de aprendizagem possível de ser usado pedagogicamente em suas aulas.

PALAVRAS-CHAVE: Crivo de Eratóstenes. História da Matemática. TDIC.

Paulo Henrique Rodrigues

prodrigues@alunos.utfpr.edu.br

orcid.org/0000-0002-8859-6763

Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), Cornélio Procopio, Paraná, Brasil

Eliane Maria de Oliveira Araman

elianearaman@utfpr.edu.br

orcid.org/0000-0002-1808-2599

Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), Cornélio Procopio, Paraná, Brasil

Tiago Henrique dos Reis

treis@utfpr.edu.br

orcid.org/0000-0003-3155-077X

Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), Cornélio Procopio, Paraná, Brasil

INTRODUÇÃO

Os professores de matemática que atuam nas escolas brasileiras nos dias atuais se deparam com o constante desafio que é atrair a atenção dos alunos para as suas aulas. O ensino de matemática no Brasil passa por mudanças desde o movimento da Escola Nova, que chegou ao país em 1882, com Rui Barbosa.

Atualmente são conhecidas diversas metodologias para ensinar Matemática, umas mais exploradas pelos professores da Educação Básica e outras menos e, além disso, a literatura disponível sobre essas temáticas aumenta a cada ano. Podem-se dar como exemplo a história da matemática, a resolução de problemas, a modelagem matemática e as tecnologias digitais da informação e comunicação (TDIC). Nesse contexto, o presente artigo discute a possibilidade de articulação entre a história da matemática e as TDIC, por meio da elaboração de um objeto de aprendizagem a respeito do Crivo de Eratóstenes. Salientamos que uma versão preliminar desta pesquisa foi apresentada no XIV Encontro Paranaense de Educação Matemática, realizado em 2017 e que após alguns aprimoramentos resultou nesta versão expandida e atualizada.

A história da matemática aparece como metodologia de ensino no início do século XVII, com a publicação do livro didático *Aristotelis loca Mathematica ex Inuversis Colleta et Explicata*, este que tinha um adendo nomeado *Clarorum Mathematicorum Chronologiai*. A obra de Giuseppe Biancani foi identificada como uma das pioneiras dentre as obras que traziam uma preocupação histórica (GOMES, 2005).

Esta tendência, no entanto, demorou alguns anos até chegar no Brasil. É de comum acordo entre os estudiosos da área que a primeira obra com informações históricas que foi publicada no país foi o livro didático *Mathematica* de Cecil Thiré e Mello e Souza, datada de 1931 (MIGUEL; MIORIM, 2011).

Os contextos históricos de alguns conceitos matemáticos podem despertar a atenção e a curiosidade dos alunos, bem como aumentar o interesse e a participação destes sujeitos nas aulas (GOMES, 2017). Além disso, o uso da história da matemática pode possibilitar o desenvolvimento do conhecimento matemático, reforçar a capacidade de investigação e desenvolver habilidades e estruturas mentais, dentre eles, os pensamentos lógico e crítico e o raciocínio (MENDES; CHAQUIAM, 2016).

Segundo Miguel (1993, p. 76), a história da matemática, quando explorada de forma adequada, pode levar aos educandos a compreender:

- (1) Que a Matemática é uma construção humana;
- (2) As razões pelas quais as pessoas fazem Matemática;
- (3) As conexões existentes entre Matemática e filosofia, Matemática e religião, Matemática e o mundo físico e Matemática e Lógica;
- (4) Que necessidades práticas, sociais, econômicas e físicas frequentemente servem de estímulo ao desenvolvimento de ideias matemáticas;
- (5) Que a curiosidade estritamente intelectual, isto é, que aquele tipo de conhecimento que se produz tendo como base a questão "O que aconteceria se...?", pode levar à generalização e extensão de ideias e teorias;
- (6) Que as percepções que os matemáticos têm do próprio objeto da Matemática mudam e se desenvolvem ao longo do tempo;
- (7) A natureza e o papel desempenhado pela abstração e generalização da história do pensamento matemático;
- (8) A natureza de uma estrutura, de uma axiomatização e de uma prova.

Nessa perspectiva, escolhemos a ferramenta histórica intitulada Crivo de Eratóstenes. O Crivo de Eratóstenes é um algoritmo desenvolvido por Eratóstenes que, de acordo com Boyer (1974), nasceu em Cirene, no século III a.C. e foi um pensador influente da época. O Crivo consiste em

Com todos os números naturais dispostos em ordem, simplesmente são cancelados os números de dois em dois seguindo o dois, de três em três (na sequência de partida) seguindo o três, de cinco em cinco seguindo o cinco, e continua-se assim a cancelar cada n -ésimo número seguindo o número n . Os números restantes, de dois em diante, serão, é claro, primos (BOYER, 1974, p. 117).

Em outras palavras, este algoritmo simplesmente exclui todos os números compostos e com isso podemos obter de forma rápida uma lista de números primos.

Além disso, ele possibilita vários tipos de exploração em diversos níveis de ensino, desde a obtenção dos números primos no Ensino Fundamental, até o Ensino Superior. Pode-se citar, por exemplo, que se um número n não é primo, então ele tem pelo menos um fator primo menor ou igual a \sqrt{n} , como pode verificar no Teorema 1 (NASCIMENTO, 2015).

Teorema 1: Se $n > 1$ não é um número primo, então n possui necessariamente um fator primo menor do que ou igual a \sqrt{n} .

Demonstração: Supondo que n é um número composto positivo, existe ao menos um par de inteiros n_1 e n_2 tais que $n = n_1 n_2$. Sem perda de generalidade suponha $n_1 \leq n_2$. Claramente deve-se ter $n_1 \leq \sqrt{n}$, pois caso contrário ter-se-ia:

$$n = n_1 n_2 \geq n_1 n_1 > \sqrt{n} \sqrt{n} = n$$

o que é um absurdo.

Usando o teorema fundamental da aritmética tem-se que n_1 é primo ou n_1 é produto de primos. Se n_1 é primo está demonstrado. Por outro lado, $n_1 = \lambda p$, onde p é primo e $1 < \lambda = \frac{n_1}{p}$. Como $\max\{\lambda, p\} < n_1 \leq \sqrt{n}$ segue que $p < \sqrt{n}$.

O que esse teorema nos diz é que para sabermos os números primos numa sequência de n números, basta excluir os múltiplos de todos os números menores ou iguais que \sqrt{n} .

Outra tendência que ganha destaque nesta pesquisa são as Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação. As TDIC surgem com o avanço tecnológico natural na sociedade atual tal como com a facilidade de acesso às ferramentas englobadas nessa categoria. Usar o computador para ensinar matemática é discutido por pesquisadores da área e faz com que isso se torne uma grande tendência metodológica (LANGNER, 2016).

Segundo Borba e Penteado (2012, p. 17), “o computador deve estar inserido em atividades essenciais, tais como aprender a ler, escrever, compreender textos, analisar gráficos, contar, desenvolver noções espaciais, etc”, o que deixa ainda mais enfatizado que o professor deve buscar explorar essa tendência desde os anos iniciais da formação escolar.

Nota-se que atualmente o contato da criança com o computador acontece ainda mais cedo, o que favorece o uso dessas tecnologias logo nos anos iniciais do

Ensino Fundamental e isso só melhora com avanço da vida escolar do aluno. Contudo, os professores já não têm essa mesma facilidade, uma vez que muitos não tiveram contato com isso na sua formação inicial e tem pouco acesso na formação continuada. Um dos pontos que motivaram os autores desta investigação é justamente o de mostrar aos professores de Matemática que é possível que eles tenham acesso a essa tendência, por meio dos objetos de aprendizagem.

Os objetos de aprendizagem (OA) são ferramentas digitais, usadas geralmente nos computadores, que permitem maior interatividade do aluno, que em geral o opera sozinho, mas com a supervisão do professor. Os OA são distribuídos em repositórios e páginas pessoais e, na maior parte das vezes, são gratuitos e de acesso livre.

Willey (2000) conceitua o objeto de aprendizagem como qualquer recurso digital que pode ser reutilizado para apoiar a aprendizagem, tais como, imagens ou fotos digitais, *feed* de dados transmitidos ao vivo (cotações, ações), vídeos, trechos de áudio, textos parciais, animações e aplicações web, páginas inteiras da web que combinam textos, imagens e outras mídias ou aplicativos.

Na perspectiva de Gallo e Pinto (2010, p. 4), os objetos de aprendizagem podem ser compreendidos como:

[..] um recurso dinâmico, em que o professor possa determinar, dentro de uma mesma estrutura, novos conteúdos e contextos de aprendizagem. Esse tipo de Objeto pode possibilitar ao aluno testar diferentes caminhos, acompanhar a evolução temporal das relações, verificar causa e efeito, criar e comprovar hipóteses, relacionar conceitos, despertar a curiosidade e resolver problemas, de forma atrativa e divertida, como uma brincadeira ou jogo.

Embora não haja um consenso sobre uma definição de objetos de aprendizagem, Willey (2000) destaca algumas características que podem auxiliar na compreensão do que são os AO: (1) devem ser digitais, isto é, possam ser acessados através do computador, preferencialmente pela Internet; (2) ser pequenos, ou seja, possam ser aprendidos e utilizados no tempo de uma ou duas aulas e (3) focalizar em um objetivo de aprendizagem único, isto é, cada objeto deve ajudar os aprendizes a alcançar o objetivo especificado. Uma coleção de objetos pode ser reunida para representar um curso ou um corpo de conhecimentos.

O desenvolvimento de objetos de aprendizagem pode parecer uma dificuldade para o professor, principalmente para aquele que não teve nenhuma forma de contato com esse tipo de ferramenta na sua formação inicial. Eles podem ser feitos com o uso de ferramentas mais simples, como os *softwares* de criação de apresentações de *slide* até ferramentas mais robustas de programação.

No caso do presente artigo, optou-se por recorrer ao *Scratch* para programar o objeto de aprendizagem. O *Scratch* é uma plataforma de programação, desenvolvida pelo *Massachusetts Institute of Technology* (MIT) para ensinar lógica de programação para crianças. A gramática do *Scratch* consiste em blocos coloridos e identificados, o que torna a experiência de programação na plataforma muito confortável. Por exemplo, é possível fazer com que o seu personagem fale uma frase qualquer simplesmente arrastando o bloco do comando falar para a

área de programação. Além disso, essa plataforma também conta com uma versão *online* tornando possível o acesso a ela de qualquer computador, desde que tenha um navegador de internet com os *plug-ins* devidamente atualizados e assim os professores teriam uma maior acessibilidade ao *software*.

No entendimento de Machado e Mendes (2013, p. 63), “a utilização de instrumentos tecnológicos como ferramentas de mediação dos conceitos matemáticos abordados através da História da Matemática” podem ser usadas e manipuladas tanto por professores como por alunos. Seguindo esta ideia, Cury e Motta (2008, p. 93) entendem que:

Os elementos históricos nela inseridos e o uso de recursos tecnológicos podem ser combinados de variadas formas, que dependem, apenas, da imaginação do professor. Assim, acreditamos que o apelo à fantasia, com sólido embasamento histórico, matemático e técnico, é uma das maneiras de elaborar atividades para o trabalho com cursos de formação inicial ou continuada de professores.

Recorrer às diversas metodologias para ensinar matemática é uma alternativa interessante e, para esta pesquisa, os autores buscaram trabalhar as metodologias de forma articulada e foi desenvolvido um objeto de aprendizagem que trouxesse a história da matemática. Dessa forma, as TDIC e a história da matemática puderam trabalhar juntas.

MÉTODOS

O objeto de aprendizagem que foi citado na seção anterior foi desenvolvido por um dos autores deste artigo durante a execução de um projeto de extensão, numa universidade pública do norte do Paraná. Para isso, foi feito um estudo sobre o Crivo de Eratóstenes, algoritmo que foi escolhido pelos autores para o desenvolvimento do OA.

O curso de extensão onde o objeto de aprendizagem desenvolvido foi aplicado aconteceu em um Laboratório de Ensino de Matemática da respectiva universidade, o qual é equipado com uma lousa digital interativa. Foi recebido no curso alunos da licenciatura em matemática desta universidade e também professores da rede pública de ensino do Estado do Paraná, totalizando onze cursistas. Essa proposta teve como objetivo colocar em prática a ação colaborativa entre os cursistas (professores e alunos) para que pudessem se ajudar no desenvolvimento de atividades para a lousa digital interativa, incluindo os objetos de aprendizagem, uma vez que os alunos da licenciatura já têm uma maior familiaridade com as TDIC e os professores tem o conhecimento de campo.

Os cursistas foram orientados a trabalhar com as ferramentas básicas da LDI, assim como utilizá-las para desenvolver objetos de aprendizagem simples. O tempo todo eles puderam explorar os recursos da lousa na prática. Além disso, eles tiveram um primeiro contato com a plataforma *Scratch*, os professores apresentaram as noções iniciais da ferramenta e disponibilizaram *links* de acesso a tutoriais e fóruns de discussão.

Durante o curso também foi solicitado que desenvolvessem um objeto de aprendizagem e uma microaula utilizando esse objeto. Todos os cursistas conseguiram desenvolver o objeto de aprendizagem e aplicá-lo na lousa digital

interativa, com ferramentas diversas, evidenciando que são capazes de desenvolver objetos de aprendizagem, além de torná-los mais críticos ao selecionar OA já disponíveis em repositórios, etc.

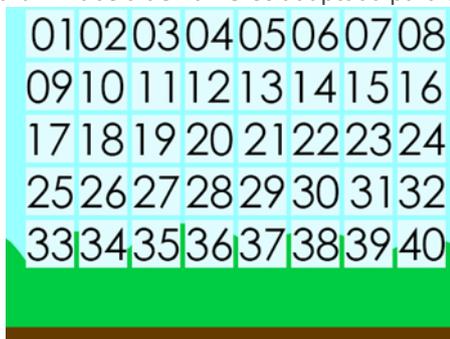
A escolha do Crivo de Eratóstenes para este OA foi feita de forma que os alunos que o operassem pudessem ter maior interatividade e também para que o objeto não tivesse apenas os fatos históricos usados como informação, mas sim que ele se tornasse a própria história da matemática envolvida.

Ao pensar na plataforma que seria utilizada para o desenvolvimento do OA, os autores se preocuparam com uma questão anteriormente abordada e que foi uma das motivações para o desenvolvimento desta investigação: a facilidade da operação para o professor. A melhor opção, na visão dos autores, foi a plataforma *Scratch*.

Definida a plataforma de programação, partimos para pensar nas primeiras estruturas do objeto de aprendizagem. Com isso, foram feitos esboços para decidir a melhor maneira de dispor os números na tela e nesse momento surgiu mais uma motivação para esta investigação que foi fazer com que o objeto desenvolvido pudesse também ser utilizado na lousa digital interativa.

A lousa digital interativa é uma grande tela sensível ao toque, com inúmeras ferramentas que garantem uma experiência de total interação com a pessoa que a opera. Então, foi decidido que os números seriam dispostos em forma de tabela e que teria uma sequência de um até quarenta, para facilitar o uso do objeto de aprendizagem na lousa (ver Figura 1).

Figura 1: Tabela de números adaptada para o OA.



01	02	03	04	05	06	07	08
09	10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31	32
33	34	35	36	37	38	39	40

Fonte: autoria própria (2017).

O plano de fundo utilizado foi do próprio *software* e as imagens foram desenvolvidas pelos autores. Depois de decidido o mecanismo principal do objeto de aprendizagem, foi pensado em uma personagem para dirigir os alunos na operação e assim surgiu Alfred, o esquilo. Nesse momento, faltariam apenas as falas da personagem e então os autores puderam colocar informações históricas sobre Eratóstenes e sobre o seu Crivo, como pode ser visto na Figura 2.

Figura 2: Alfred e diálogo.



Fonte: autoria própria (2017).

Além disso, Alfred também passa ao operador informações de como utilizar o objeto de forma a torná-lo autoexplicativo. Na Figura 3, o leitor pode observar uma das últimas telas do objeto de aprendizagem, a qual aparece os números primos foram descobertos.

Figura 3: Tela com os números resultantes do processo.



Fonte: autoria própria (2017).

Inicialmente, foi pensado para o OA trabalhar apenas com os números primos, contudo durante o desenvolvimento surgiram novas possibilidades como os conceitos de múltiplos e divisores, intimamente ligados aos números primos. Também foram discutidas entre os autores possibilidades de intervenção do professor durante o manuseio do objeto pelos alunos. O professor pode, por exemplo, propor discussões sobre o porquê do objeto não pedir para excluir os múltiplos de seis. Matematicamente falando, os múltiplos de seis são múltiplos de dois e de três simultaneamente. Dessa forma abre-se o debate sobre múltiplos comuns. Esse tipo de discussão se faz relevante uma vez que os Parâmetros Curriculares Nacionais - Matemática - trazem como papel do professor “promover o debate sobre resultados e métodos” (BRASIL, p. 31, 1997).

Além disso, podem-se fazer adaptações ao objeto de forma a deixá-lo mais formal e trabalhar as ideias no ensino superior.

A fase final do desenvolvimento do objeto veio após a aplicação dele durante um curso de extensão, que será discutido na próxima seção.

Outra motivação para o desenvolvimento dessa investigação foi buscar analisar o que os professores e alunos da licenciatura em Matemática entendem por objetos de aprendizagem, história da matemática e sobre a importância deles no ensino de matemática. Para isso, foi desenvolvido um questionário em que os

participantes do curso de extensão colocariam a sua opinião e compartilhariam a sua experiência para análise dos autores. Para uma melhor compreensão da análise das respostas que são apresentadas na próxima seção, segue, no Quadro 1, as questões que compuseram o questionário:

Quadro 1: Questionário para coleta de dados.

1.	Você já teve aula de matemática na qual a lousa digital interativa foi utilizada? Se sim, descreva como foi a aula.
2.	Você já teve aula de matemática na qual foi utilizado algum objeto de aprendizagem? Se sim, descreva como foi.
3.	O que você achou do objeto de aprendizagem trabalhado hoje no curso? (Por favor, descreva tanto os aspectos positivos quanto os negativos).
4.	Por meio desse objeto de aprendizagem, quais conteúdos matemáticos podem ser abordados pelo professor em sala de aula?
5.	Se você fosse docente de uma turma da educação básica, como utilizaria esse objeto de aprendizagem? (Descreva a aula que daria com o OA).
6.	Você considera que o uso desse objeto de aprendizagem pode contribuir com a aprendizagem matemática? Em quais aspectos?
7.	Você já teve contato com a história da matemática? Descreva de que maneiras se deu este contato.
8.	As informações históricas presentes no objeto de aprendizagem contribuíram para a compreensão dos conceitos? Em que aspectos isso ocorreu?

Fonte: Rodrigues; Araman (2017).

Como citado anteriormente, este questionário foi entregue aos cursistas que participaram de um curso de extensão, na respectiva instituição de ensino. Este curso era sobre o uso da lousa digital na educação básica e foi oferecido por dois dos autores deste trabalho.

Os participantes do curso eram alunos da licenciatura em matemática da UTFPR e também de professores da rede pública estadual de ensino do Paraná do núcleo de Cornélio Procópio. No último dia, foi feita a aplicação do objeto de aprendizagem a estes cursistas e, em seguida, eles responderam o questionário. As respostas obtidas foram analisadas e estão discutidas na próxima seção.

RESULTADOS E DISCUSSÕES

A partir de questões respondidas pelos cursistas no questionário que foi aplicado no final do curso, foi feita uma análise¹ das respostas obtidas. Antes de apresentar as análises, ressalta-se que os cursistas estão identificados por números para que as suas identidades sejam preservadas.

As duas primeiras perguntas do questionário foram elaboradas para que os autores conhecessem um pouco da experiência prévia dos cursistas em relação ao uso de tecnologias digitais de informação e comunicação, nesse caso, em específico, a lousa digital e os objetos de aprendizagem. Essas perguntas são importantes para que se saiba quais cursistas que já tiveram contato com esse tipo de recurso e como se deu esse contato para efeitos de comparação com as respostas que são relacionadas ao momento após a aplicação do objeto de aprendizagem que foi desenvolvido.

Onze formulários tiveram essas questões respondidas e apenas dois dos cursistas responderam de forma afirmativa, ou seja, fica claro que poucos professores se sentem à vontade para explorar essas tendências metodológicas, talvez por não terem a oportunidade de utilizá-las durante a sua formação inicial.

Cursista 4: Já. O único problema foi que às vezes o professor faz com que o foco da aula seja a lousa, tornando assim um show pirotécnico.

Cursista 7: Sim, apenas na aula de tecnologia com a professora fulana.

Baseado nessas respostas que foram selecionadas, pode-se ver que o despreparo do professor ao pensar uma aula utilizando um recurso diferente. O OA pode fazer com que a sua aula mude de foco e o aluno passe a pensar somente em vencer o desafio proposto pelo recurso e/ou utilizar as ferramentas da lousa como uma forma de brincar e assim o objetivo que é a aprendizagem acaba esquecido. A aula pode parecer ter sido um sucesso, contudo se o recurso não for utilizado de forma correta o aluno não alcança a aprendizagem esperada.

O foco da terceira pergunta do questionário era coletar informações sobre o objeto que foi desenvolvido pelos autores a fim de aprimorá-lo com as sugestões e críticas recebidas. Esse momento foi fundamental para uma análise aprofundada de como o objeto interagiu com o operador, nesse caso licenciandos e professores, para que o objeto pudesse ser aprimorado em todos os lugares que apresentou alguma falha. O professor que futuramente desenvolverá um objeto de aprendizagem pode fazer essas análises durante a própria aplicação do objeto em sala de aula ou em uma turma de contra turno, com menos alunos.

Cursista 1: Bom, o vídeo é bem explicativo, pois ensina, de uma forma bem dinâmica, embora se um aluno não tem uma boa leitura acaba passando para outra página sem ele ter terminado de ler, mas se tiver uma animação junto com o texto ficaria mais fácil do aluno acompanhar a leitura.

Cursista 4: Ele é muito bom. Sério. Muito bom mesmo. Só achei que às vezes usa uma linguagem um pouco mais formal.

Cursista 5: [...] Acredito que o tempo que passa de uma fala a outra deveria ser mais longo.

O objeto de aprendizagem do Crivo de Eratóstenes segue em constante atualização, as melhorias são implementadas no decorrer das versões. Questões como a da inclusão são relevantes, fato este que veio a ser pensado e discutido pelos autores. Quando o professor da educação básica pensar em desenvolver um objeto de aprendizagem, é fundamental que ele tenha em mente que o objeto que ele desenvolve deve ser acessível para todo o público escolar, inclusive o público alvo da educação especial. As sugestões que os autores podem deixar é que utilize texto, áudio e vídeo nas animações, letras grandes, textos curtos e objetivos, assim todos os alunos poderão usufruir deste recurso sem muitas dificuldades de acessibilidade.

No caso de um objeto de aprendizagem para a lousa digital, é importante que ele permita a interação com todo o público que o assiste, mesmo que ele seja operado por um ou dois alunos de cada vez. Com isso, os alunos que ficarão na plateia antes de ir interagir com o objeto na lousa terão sua atenção dedicada ao objeto.

A quarta questão do formulário foi dedicada para a descoberta de novos conteúdos matemáticos que pudessem ser trabalhados com esse objeto de aprendizagem. A ideia inicial para o objeto, como já foi citada, é trabalhar os números primos, contudo os cursistas identificaram mais algumas opções. Em geral, as escolas possuem mais de um professor de matemática, então é interessante que os professores conversem entre eles para que possam receber visões diferentes sobre o objeto que estão desenvolvendo e assim torná-lo mais atrativo para outros professores de diversos níveis de ensino.

Como as respostas da quarta questão foram curtas, somente citaremos alguns dos conteúdos sugeridos que seriam múltiplos e divisores comuns, números primos, contagem, números pares e ímpares, entre outros.

Vale ressaltar que o objeto de aprendizagem é completamente adaptável e deve receber essas mudanças sempre que o professor achar necessário.

A questão cinco serviu para que os autores dessa pesquisa pudessem identificar possíveis caminhos que o professor ou futuro professor pudesse tomar diante da possibilidade de elaborar uma aula utilizando o objeto de aprendizagem, assim possibilitando novas atualizações no objeto para dar suporte a esses tipos de aula.

Cursista 5: Apresentaria o OA como um jogo onde iriam conhecer os números primos, e uma forma prática para saber se o número é ou não primo e que isso poderia ser usado sempre, ou seja, não precisa decorar quais são os primos e sim aprender como saber se o número é ou não é primo.

Cursista 6: Eu usaria este objeto de aprendizagem para auxiliar meus alunos a entender de maneira simples e objetiva, dentro de um contexto que eles entendam os conceitos básicos de números primos, múltiplos e divisores.

Cursista 10: Para o sistema de números primos apenas ensinaria os alunos a acessarem e deixaria que se divertissem (já que é autoexplicativo), se fosse algo mais complexo lhes daria uma breve explicação (na lousa mesmo) antes que o acessassem.

Utilizar um objeto de aprendizagem como um jogo é a forma mais comum de utilização desse tipo de mídia. No entanto, o objeto de aprendizagem deve ser capaz de ensinar o aluno de maneira independente às intervenções do professor, que tomará um papel de mediador durante a aplicação dessas atividades. Atualmente, nos diversos repositórios de objetos de aprendizagem, encontram-se jogos, vídeos, animações, simuladores e outros. Fica a cargo do professor escolher o tipo mais adequado para a sua aula, e isso requer uma preparação adequada do professor para o uso dessas mídias

Das onze respostas que foram obtidas nos questionários, apenas o *Cursista 10* teve a ideia do objeto autoexplicativo, que é o objetivo desse tipo de recurso.

A sexta questão retoma a discussão em relação à aprendizagem matemática do aluno mediante a aplicação de uma aula com objeto de aprendizagem desenvolvido. Esse ponto é o mais importante quando se diz em desenvolvimento de um objeto de aprendizagem, é o objetivo. Aqui o professor que está desenvolvendo um objeto de aprendizagem irá certificar-se de que o papel do seu objeto foi cumprido como esperado.

Cursista 4: Com certeza. Pode fazer com que a matemática seja algo agradável para as crianças.

Cursista 5: Sim, pois o aluno estará aprendendo brincando, pois esse objeto de aprendizagem será considerado pelo aluno como um jogo, logo será divertido e diferente de uma aula comum de matemática.

Cursista 10: Sim, pois o contato do aluno com os números primos deixa de ser decorativo e ele passa a entender o motivo dos números serem primos.

Pode-se observar nas respostas dos cursistas referentes à aprendizagem matemática que é mais agradável para o aluno uma aula diferente da tradicional e com a utilização do objeto de aprendizagem ele aprenderia se divertindo. Eles ainda ressaltam que o objeto de aprendizagem é um jogo, contudo não é necessário que seja e isso deve ficar claro para o professor que quer desenvolver um objeto de aprendizagem. O objeto não deve ser obrigatoriamente divertido, mas sim, interessante.

O *Cursista 10* destaca ainda que o objeto pode fazer com que o aluno aprenda de fato o motivo por trás dos números primos, mas vale dizer que o papel elucidativo vem do uso do Crivo de Eratóstenes, uma ferramenta histórica, o que mostra que o uso da história da matemática também pode trazer contribuições para a aprendizagem.

Com relação à experiência dos cursistas com a história da matemática, a pergunta número sete do questionário traz um questionamento parecido com as duas perguntas iniciais. As respostas afirmativas foram seis de onze.

Cursista 5: Sim, mas de forma breve e resumida. Professores já descreveram sobre alguns filósofos e matemáticos que deram início a raciocínios matemáticos, mas nada além disso.

Cursista 6: Sim, meu maior contato foi através dos livros que descrevem a importância da História da Matemática e a relação entre os fatos históricos e o uso dela para melhorar tudo que conhecemos hoje.

Cursista 9: Sim, fora da escola o contato se deu por meio de materiais que minha irmã utiliza nas aulas e na escola foi apenas na faculdade.

O que se pode perceber com essas respostas é que muitas vezes o conteúdo histórico apresentado pelos professores é meramente informativo, de curiosidade e não como uma metodologia de ensino igual a proposta de utilizar o Crivo de Eratóstenes para ensinar o conceito de números primos. Este ponto é importante que fique claro para os professores que desejam explorar a história da matemática como meio de ensinar matemática, pois simplesmente apresentar fatos históricos como curiosidade muitas vezes não é suficiente.

A última questão proposta vem discutir se os fatos históricos presentes no objeto de aprendizagem puderam contribuir de fato para a compreensão dos conceitos matemáticos trabalhados na aplicação.

Cursista 5: Sim, pois tivemos a oportunidade de saber quem criou e desenvolveu conceitos matemáticos, que muitas vezes não sabemos.

Cursista 6: Sim, pois conta parte importante da história, cita fatos, autores e pensadores e usa o contexto para introduzir o assunto proposto.

Cursista 2: Não. Foi só o começo da história da matemática, não ajudou a entender os conceitos.

Cursista 9: Não, pois os conceitos históricos são sobre quem inventou o crivo e não sobre o crivo, mas permitiu situar em que época ocorreu a invenção do crivo.

Observa-se que faltou a percepção por parte dos cursistas que o próprio Crivo de Eratóstenes era elemento integrante da história e que as falas iniciais da personagem serviam apenas para situar em qual período, qual localidade e quem foram os responsáveis por ele. Esperávamos que os cursistas explicitassem, ao responder o questionário, a relação entre a história da matemática e o uso das TDIC, como já é destacado na literatura (MACHADO; MENDES, 2013).

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os alunos e professores que participaram do curso de extensão no qual o objeto de aprendizagem foi aplicado puderam ter uma experiência mais aprofundada em relação aos objetos de aprendizagem, na maior parte das vezes atuaram em trabalho conjunto. Cabe citar neste momento que é importante a participação dos alunos da licenciatura dentro da sala de aula, por meio do estágio supervisionado ou de programas institucionais para que eles possam apoiar o professor nesse tipo de atividade, uma vez que poucos professores que já atuam na educação básica puderam ter contato com isso na sua formação inicial, conforme foi possível observar pelas respostas dadas pela maioria dos cursistas.

Os autores ressaltam também a importância da formação continuada de professores, essa que pode proporcionar momentos como nesse curso, de modo que ofereça oportunidade para os professores ampliarem seus conhecimentos, discutirem novas perspectivas e refletirem sobre sua prática.

O maior diferencial trazido pelo objeto de aprendizagem desenvolvido para esta pesquisa foi transformar uma ferramenta histórica em uma atividade lúdica, que ficou situada em uma plataforma digital, unindo a história da matemática e as tecnologias digitais da informação e comunicação. Por meio dele, os cursistas puderam ter uma ideia de como deve funcionar um objeto de aprendizagem e como deve ser o papel do professor mediante a aplicação de uma atividade que o envolva. Como relatado pelos cursistas nos questionários, o uso de objetos de aprendizagem na educação básica é pouco comum e assim os autores esperam que este objeto de aprendizagem possa incentivá-los a usar esse tipo de recurso nas suas aulas.

Além disso, com a formação adequada e o apoio dos alunos que estão em formação inicial na universidade, os professores são capazes de desenvolver o seu próprio objeto de aprendizagem para assim tornarem suas aulas mais atrativas e dinâmicas.

Por fim, pode-se dizer que o objeto de aprendizagem desenvolvido para esta pesquisa, mesmo que precise de algumas atualizações e melhorias, pôde atingir o objetivo inicialmente definido.

Digital technologies of information and communication and history of mathematics: an approach through the Sieve of Eratosthenes

ABSTRACT

Several teachers do not feel comfortable or do not believe to have enough time to develop alternative education methodologies. Thus, it is required implementing training actions which aim to offer opportunities of dealing with unusual approaches for teaching. This research is within the scope of this situation. Authors have developed a learning object based on the historical tool known as Sieve of Eratosthenes. They also aimed to include the History of Mathematics as a teaching methodology. Later, this learning object was applied in a class of college students and teachers from the basic education in the State of Paraná - Brazil during an extension course in a public university in the north of the state. The main objective was to analyze the usage of the digital interactive whiteboard in basic education. The course students could create their own learning objects and apply them by using the digital interactive whiteboard. Besides it, they dealt with the learning object which was developed by the authors of this research. In the end, course students answered a form and their answers were analyzed and discussed. Authors concluded it is important that teachers keep themselves updated by attending to continuing education courses. They must search support for developing activities which use this new technologies. Authors also concluded teachers are able to develop a learning object and introduce it to the class.

KEYWORDS: Sieve of Eratosthenes. History of Mathematics. Digital Technologies of Information and Communication.

NOTAS

¹ Uma análise mais aprofundada pode ser vista em RODRIGUES; ARAMAN (2017).

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem a UTFPR pelo apoio financeiro ao projeto de extensão que resultou nessa pesquisa.

REFERÊNCIAS

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2012.

BOYER, C. B. **História da Matemática**. São Paulo: Ed. da Universidade de São Paulo, 1974.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MECSEF, 1997.

CURY, H. N. MOTTA, C. E. M. História e estórias da matemática: uma entrevista com Heron nos dias atuais. In: CARVALHO, L. M. et al (Org.). **História e tecnologia e ensino da matemática**. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2008.

GALLO, P. PINTO, M. das G. Professor, esse é o Objeto Virtual de Aprendizagem. **Revista Tecnologias na Educação**, v. 2, n. 1, 2010.

GOMES, E. B. **A história da matemática como metodologia de ensino da matemática: perspectivas epistemológicas e evolução de conceitos**. 2005. 120 f.. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) - Universidade Federal do Pará, Belém, 2005.

GOMES, L. F. **Vídeos didáticos e atividades baseadas na história da matemática: uma proposta para se explorar as geometrias não euclidianas na formação docente**. 2017. 166 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática - Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Londrina, 2017.

LANGNER, A. **Uma abordagem para o ensino de funções polinomiais de grau maior que dois com auxílio do software graphmatica**. 2016. 174 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Cornélio Procópio. 2016.

MACHADO, B. F.; MENDES, I. A. **Vídeos didáticos de história da matemática: produção e uso na educação básica**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2013. 180 p. (Coleção História da Matemática para Professores).

MENDES, I. A. CHAQUIAM, M. **História nas aulas de Matemática: fundamentos e sugestões didáticas para professores**. Belém: SBHMat, 2016. 124 p.

MIGUEL, A. **Três estudos sobre história e educação matemática**. 1993. 274 f. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas. 1993.

MIGUEL, A.; MIORIM, M. A. **História na Educação Matemática: propostas e desafios**. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2011.

NASCIMENTO, M. V. S. **Sobre o crivo de Eratóstenes-Legendre**. 2015. 60 f.. Dissertação (Mestrado em Matemática Aplicada) - Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2015.

RODRIGUES, P. H.; ARAMAN, E. M. O. **A história da matemática e as tecnologias digitais da informação e comunicação: uma análise do crivo de Eratóstenes como objeto de aprendizagem**. In: Congresso Internacional de Ensino, 1, 2017, Cornélio Procópio. Anais do I Congresso Internacional de Ensino da Universidade Estadual do Norte do Paraná. Cornélio Procópio: Editora da UENP, 2017, p. 145-157.

WILEY, D. A. (2000). Connecting learning objects to institucional design theory: A definition, a metaphor, and a taxonomy. In D. A. Wiley (Ed.), **The Instructional Use of Learning Objects**: Online Version. Visitado em 10 de Julho de 2017. Disponível em <<http://reusability.org/read/chapters/wiley.doc>>

Recebido: 14 mar. 2018

Aprovado: 01 jul. 2018

DOI: 10.3895/actio.v3n3.7899

Como citar:

RODRIGUES, P. H.; ARAMAN, E. M. de O.; REIS, T. H. Tecnologias digitais da informação e comunicação e história da matemática: uma abordagem por meio do Crivo de Eratóstenes. **ACTIO**, Curitiba, v. 3, n. 3, p. 416-430, set./dez. 2018. Disponível em: <<https://periodicos.utfpr.edu.br/actio>>. Acesso em: XXX

Correspondência:

Paulo Henrique Rodrigues

Rua Carlos Gomes, n. 923, Centro, Cornélio Procópio, Paraná, Brasil.

Direito autoral: Este artigo está licenciado sob os termos da Licença Creative Commons-Atribuição 4.0 Internacional.

