

Explorando a equidecomposição com jogos digitais: uma proposta tecnológica para o ensino de áreas na educação básica

RESUMO

Jhonatas Pereira do Nascimento

prof.jhonataspereira@gmail.com

orcid.org/0009-0003-9142-9303

Universidade Federal do Ceará (UFC),
Fortaleza, Ceará, Brasil.

Jonatan Floriano da Silva

jonatanfloriano@gmail.com

orcid.org/0000-0003-1885-4947

Universidade Federal do Ceará (UFC),
Fortaleza, Ceará, Brasil.

O ensino de geometria na Educação Básica, focado excessivamente na memorização de fórmulas, frequentemente cria uma lacuna na compreensão intuitiva do conceito de área. Para enfrentar esse desafio, o objetivo deste estudo é apresentar e analisar o potencial pedagógico de uma proposta didática que utiliza jogos digitais interativos para explorar os fundamentos da equidecomposição, que consiste no processo de decompor uma figura em partes finitas e rearranjá-las para formar outra de mesma área. O percurso metodológico foi estruturado como um estudo de caso com abordagem qualitativa, desenvolvido com 14 estudantes do 3º ano do Ensino Médio de uma escola estadual de tempo integral no município de Caucaia, Ceará. A intervenção consistiu na apresentação da teoria da equidecomposição, seguida da aplicação de uma sequência didática com dois jogos digitais focados no rearranjo de figuras planas, além da coleta de dados realizada por meio de um questionário aplicado após a conclusão das atividades. Os resultados do questionário demonstraram que os alunos assimilaram o conceito de conservação de área, aplicando estratégias visuais de decomposição para resolver os problemas propostos, em vez de recorrerem primariamente a fórmulas. Conclui-se que a integração entre a teoria e a manipulação virtual nos jogos digitais revelou-se uma estratégia eficaz para o desenvolvimento do raciocínio geométrico, indicando que as ferramentas tecnológicas interativas são aliadas robustas para engajar alunos do Ensino Médio na aprendizagem de conceitos matemáticos.

PALAVRAS-CHAVE: Equidecomposição; Ensino de Geometria; Jogos Educacionais; Tecnologias Educacionais; Produto Educacional.

Exploring equidecomposition with digital games: a technological proposal for teaching area concepts in basic education

ABSTRACT

Geometry instruction in Basic Education, excessively focused on formula memorization, often creates a gap in the intuitive understanding of the concept of area. To address this challenge, the objective of this study is to present and analyze the pedagogical potential of a didactic proposal that utilizes interactive digital games to explore the fundamentals of equidecomposition—which consists of the process of decomposing a figure into finite parts and rearranging them to form another of the same area. The methodological approach was structured as a qualitative case study, conducted with 14 third-year high school students from a full-time state school in the municipality of Caucaia, Ceará, Brazil. The intervention consisted of presenting the theory of equidecomposition, followed by the implementation of a didactic sequence featuring two digital games focused on rearranging planar figures, in addition to data collection carried out via a questionnaire administered after the completion of the activities. The questionnaire results demonstrated that students assimilated the concept of area conservation, applying visual decomposition strategies to solve the proposed problems, rather than primarily resorting to formulas. We conclude that the integration of theory and virtual manipulation within digital games proved to be an effective strategy for the development of geometric reasoning, indicating that interactive technological tools are robust allies for engaging high school students in learning mathematical concepts.

KEYWORDS: Equidecomposition; Geometry Teaching; Educational Games; Educational Technologies; Educational Product.

INTRODUÇÃO

O ensino de geometria na Educação Básica, especificamente o conceito de área de figuras planas, apresenta um desafio pedagógico recorrente. Muitas vezes, a abordagem em sala de aula prioriza a memorização e a aplicação mecânica de fórmulas, o que pode levar a uma compreensão superficial por parte dos estudantes (Pavanello, 2010). Essa prática desvincula o cálculo da intuição geométrica e da compreensão conceitual, levando os alunos a perceberem a geometria como um conjunto de regras desconexas da realidade física. Essa lacuna de aprendizagem é evidenciada pela dificuldade dos estudantes em transitar entre diferentes registros de representação semiótica – por exemplo, do registro visual para o registro numérico (Duval, 2009) – ao resolverem problemas que exigem mais do que a simples aplicação de um algoritmo.

Nesse contexto, o conceito de equidecomposição emerge como uma ferramenta teórica e prática de grande potencial para enfrentar essa dificuldade. A equidecomposição explora a possibilidade de transformar uma figura geométrica em outra por meio de cortes e rearranjos, mantendo a medida da área total. Essa noção, fundamentada matematicamente pelo Teorema de Wallace-Bolyai-Gerwien para polígonos planos, oferece uma base intuitiva poderosa para que os estudantes compreendam por que figuras de formatos distintos podem possuir a mesma área. Pedagogicamente, em vez de simplesmente aceitar uma fórmula, o aluno é convidado a visualizar e manipular a transformação da figura, construindo ativamente o significado de área (Caraça, 2000).

Para transpor esse conceito para a realidade da sala de aula contemporânea, as Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC) apresentam recursos valiosos. A utilização de jogos digitais interativos permite simular recortes e rearranjos de forma dinâmica e engajadora, superando limitações de materiais físicos e aumentando a motivação dos estudantes (Gee, 2007). A gamificação e a interatividade podem facilitar a visualização de transformações complexas e fornecer feedback imediato, elementos essenciais para a construção do conhecimento no Ensino Médio. A integração de tecnologias ativas favorece modelos de ensino em que o aluno assume papel central em seu processo de aprendizagem (Moran, 2015).

Considerando o potencial da articulação entre a equidecomposição e as ferramentas tecnológicas, este artigo tem como objetivo apresentar e analisar uma proposta didática baseada em jogos online, desenvolvida para o ensino de áreas de figuras planas a alunos do Ensino Médio. O texto está estruturado da seguinte forma: inicialmente, discute-se a fundamentação teórica que articula o ensino de áreas com o uso de jogos na educação; em seguida, descreve-se o percurso metodológico da pesquisa, detalhando o estudo de caso e a sequência de atividades aplicadas; por fim, apresentam-se e discutem-se os resultados obtidos com a implementação da proposta, avaliando seu impacto na aprendizagem dos estudantes.

O ENSINO DE ÁREAS NA EDUCAÇÃO BÁSICA

O ensino do conceito de área de figuras planas é um pilar da geometria na Educação Básica. No entanto, investigações em Educação Matemática (Pavanello,

2010) e a análise da prática pedagógica corrente indicam uma predominância do ensino focado na memorização e aplicação mecânica de fórmulas. Essa abordagem procedimental, embora possa gerar acertos em questões padronizadas, frequentemente falha em construir o conhecimento conceitual sobre o que a medida da área representa, resultando na confusão recorrente entre área e perímetro (Baturó & Nason, 1996).

A relevância desse conteúdo é constantemente reafirmada em avaliações externas de larga escala. No Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) e em diversos vestibulares, questões envolvendo cálculo de área são frequentes, muitas vezes exigindo do candidato a capacidade de interpretar contextos interdisciplinares e aplicar o conhecimento geométrico em situações-problema complexas. Contudo, a preparação para esses exames pode paradoxalmente reforçar o ensino formulaico se o foco for apenas a resolução rápida de itens-padrão. Em contrapartida, competições científicas como a Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) frequentemente propõem problemas que exigem um raciocínio mais profundo, em que a decomposição e o rearranjo de figuras são estratégias de resolução mais eficientes do que o uso direto de fórmulas.

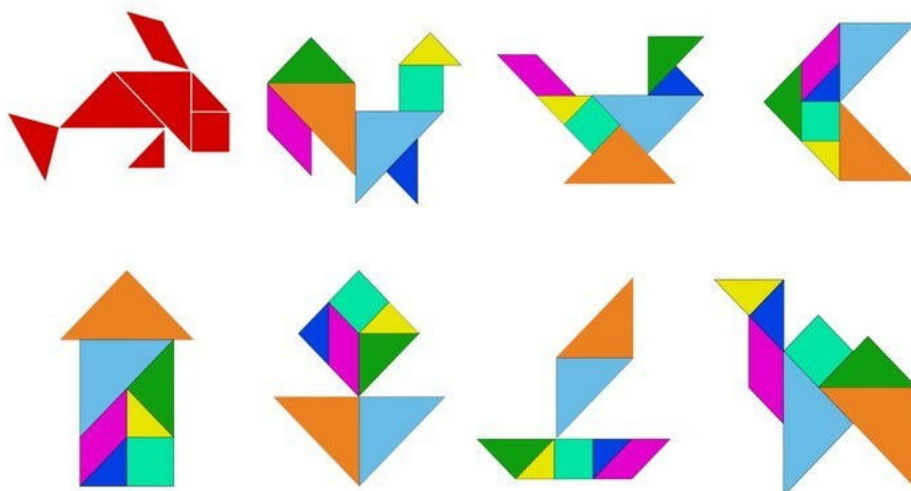
Essa discrepância entre a necessidade de compreensão conceitual (evidenciada nas olimpíadas e em problemas complexos do ENEM) e a prática de memorização é um ponto central de tensão. A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) busca mediar essa tensão ao orientar para o desenvolvimento de habilidades que envolvem a "decomposição e/ou composição de figuras" (Brasil, 2017). Isso sinaliza uma mudança de paradigma, alinhando a diretriz curricular à necessidade de superar a abordagem puramente algébrica. Para tanto, é fundamental que as práticas de sala de aula incorporem metodologias que permitam a visualização e a manipulação, justificando a exploração da equidecomposição como uma ferramenta didática robusta.

EQUIDECOMPOSIÇÃO COMO FERRAMENTA PEDAGÓGICA

A equidecomposição é um conceito geométrico que formaliza a ideia intuitiva de recortar uma figura e rearranjar suas partes para formar outra figura, sem perda de material, conforme a Figura 1. O princípio fundamental subjacente é a conservação da área: embora o perímetro e a forma da figura possam mudar drasticamente durante o rearranjo, a medida total da superfície permanece invariável (Caraça, 2000). Pedagogicamente, esse conceito é poderoso porque permite desvincular a área da forma específica da figura, focando na quantidade de espaço bidimensional ocupado e servindo como ponte entre a intuição visual e o rigor matemático.

Figura 1

Exemplos de algumas formas do Tangram



Fonte: Wikipédia (2017).

A principal virtude pedagógica da equidecomposição reside na sua capacidade de se opor diretamente à aprendizagem mecânica discutida no tópico anterior. Enquanto a abordagem tradicional incentiva o estudante a buscar um algoritmo pronto, a equidecomposição força o desenvolvimento do raciocínio visual-espacial. Ao decompor e rearranjar figuras, o aluno é levado a questionar por que a área se conserva, construindo uma compreensão conceitual da medida. Essa abordagem transforma o cálculo de área de um exercício de substituição numérica para uma atividade de investigação geométrica.

Esse desenvolvimento do raciocínio é crucial para enfrentar os desafios propostos pelas avaliações externas, como o ENEM e a OBMEP. Conforme apontado anteriormente, muitas questões dessas provas, especialmente as de olimpíadas, são deliberadamente elaboradas para serem complexas se resolvidas por métodos algébricos tradicionais, mas possuem soluções elegantes e rápidas quando abordadas pela decomposição de figuras. A técnica da equidecomposição, portanto, transcende a curiosidade teórica e se torna uma ferramenta heurística prática, dotando os alunos de estratégias de resolução de problemas não padronizados que são altamente valorizadas nessas avaliações.

O alicerce matemático para o uso da equidecomposição em polígonos planos é o Teorema de Wallace-Bolyai-Gerwien. Esse teorema estabelece que dois polígonos simples quaisquer são equidecomponíveis se, e somente se, eles possuírem a mesma área. Dada a importância desse resultado para validar as atividades didáticas propostas neste trabalho, apresentaremos a seguir os elementos centrais de sua construção lógica. A estrutura da demonstração será organizada da seguinte forma: primeiramente, serão enunciados os lemas e teoremas auxiliares que fundamentam a decomposição poligonal, como o princípio da triangulação de polígonos e os teoremas que garantem a transformação de um triângulo em um retângulo de mesma área.

Após estabelecer essas bases, o Teorema de Wallace-Bolyai-Gerwien será formalmente enunciado e sua demonstração será delineada. O processo

demonstrativo ilustra como, utilizando a transitividade da equidecomposição, é possível provar que qualquer polígono pode ser transformado em um quadrado de área equivalente. Embora a replicação completa dessa demonstração formal não seja o objetivo final do ensino na Educação Básica, a compreensão de sua existência e lógica oferece ao professor a segurança teórica para aplicar atividades práticas. Ferramentas como o Tangram e os jogos digitais explorados nesta pesquisa funcionam como representações concretas desse teorema abstrato, permitindo que os alunos construam uma compreensão intuitiva de que a área total é a soma das áreas das partes, independentemente de como elas estão organizadas no plano.

TEOREMA DE WALLACE-BOLYAI-GERWIEN

Para formalizar a discussão, é importante estabelecer a definição de equidecomposição com base na literatura. Figuras equidecomponíveis são definidas como aquelas que “podem ser decomponíveis, ou seja, cortadas, em partes respectivamente iguais” (Souza, 1973, p. 15). De maneira análoga, Boltianski (1981, p. 9) afirma que duas figuras são equicompostas se, ao se cortar de certo modo uma delas em um número finito de partes, pode-se compor com essas partes a outra figura.

O processo de rearranjo das peças provenientes da decomposição de uma figura utiliza fundamentalmente isometrias no plano, como translações e rotações (Lima, 2007). A Figura 2 ilustra um exemplo prático desse conceito, mostrando a equicomposição entre polígonos de formatos distintos que conservam a mesma área.

Figura 2

Quadrado e triângulo equicomposto



Fonte: Wikipédia (2017).

O Teorema de Wallace-Bolyai-Gerwien estabelece rigorosamente a condição para que essa transformação seja possível: duas figuras planas que têm a mesma área (equivalentes) são equidecomponíveis. Para provar esse teorema central, é necessário utilizar a propriedade de transitividade da equidecomposição e demonstrar um conjunto de resultados preliminares. Nas subseções seguintes, apresentaremos a demonstração, que se baseia no Teorema 1 e nos Lemas 1, 2 e

3. As demonstrações detalhadas para esses resultados podem ser consultadas com profundidade em Nascimento (2025).

Teorema 1: Todo polígono de n lados, $n \geq 4$, pode ser decomposto em $(n - 2)$ triângulos justapostos cujos vértices são vértices do polígono.

Lema 1: Todo triângulo é equicomposto a um retângulo.

Lema 2: Dois retângulos que têm áreas iguais são equicompostos.

Lema 3: Todo polígono é equicomposto a um retângulo.

Teorema de Wallace-Bolyai-Gerwien: Dois polígonos que têm áreas iguais são equicompostos.

Demonstração: Pelo Teorema 1, cada um dos polígonos pode ser decomposto em triângulos, os quais são, de acordo com o Lema 1, equicompostos a retângulos. Os dois retângulos obtidos da decomposição dos dois polígonos têm áreas iguais e, portanto, pelo Lema 2, são equicompostos. Logo, pela transitividade da equidecomposição, os dois polígonos são equicompostos.

O TERCEIRO PROBLEMA DE HILBERT E A EQUIDECOMPOSIÇÃO NO ESPAÇO 3D

A investigação sobre equidecomposição, embora extremamente produtiva no plano bidimensional com o Teorema de Wallace-Bolyai-Gerwien, naturalmente impulsionou matemáticos a questionarem se princípios análogos se aplicariam em dimensões superiores. Era uma busca por uma generalização elegante: poderiam dois poliedros de mesmo volume sempre ser decompostos em um número finito de peças congruentes para formar um ao outro? Essa questão, aparentemente simples, tornou-se o Terceiro Problema de Hilbert, proposto pelo renomado matemático David Hilbert em sua famosa lista de 23 problemas não resolvidos apresentada no Congresso Internacional de Matemáticos de 1900. Esse problema representava um desafio fundamental para a geometria e a teoria da medida na época.

Segundo Guimarães (2011):

Legendre em uma nota de seus *Éléments de Géométrie* (1794), já havia demonstrado que dois poliedros simétricos são equidecomponíveis com partes que têm a mesma orientação. Hill, professor na Universidade de Londres, fornece, em 1895, exemplos de tetraedros equidecomponíveis com um cubo. Bricard, professor de Matemática em Paris, fornece em 1896 uma condição para que dois poliedros de mesmo volume sejam equidecomponíveis, mas sua demonstração é incompleta. Max Dehn, aluno de Hilbert, prova, em 1900, poucos meses após o congresso de Paris, que existem poliedros com o mesmo volume que não são equidecomponíveis. Em particular, Dehn mostra que um tetraedro regular e um cubo, ambos com o mesmo volume, não podem ser equidecomponíveis. Hadwiger, na década de 1950, simplificou a demonstração de Dehn, empregando o chamado invariante de Dehn, que é igual para poliedros equidecomponíveis. Ora, a decomposição de um prisma em três pirâmides pode fazer surgir pirâmides de mesmo volume, mas com invariantes de Dehn diferentes. Em 1965, o matemático suíço J. P. Sydler consegue, enfim, provar que as condições de Dehn são necessárias e suficientes para que dois poliedros de mesmo volume sejam equidecomponíveis (Guimarães *et al.*, 2011).

A intuição inicial poderia sugerir uma resposta afirmativa, já que a equidecomposição opera de forma mais prática no plano 2D. Contudo, as discussões sobre o Terceiro Problema de Hilbert revelaram uma complexidade

inerente ao espaço tridimensional que não existe em duas dimensões. A busca por uma solução exigia o desenvolvimento de novas ferramentas conceituais e uma compreensão mais profunda da estrutura dos sólidos. Foi o jovem matemático Max Dehn, aluno do próprio Hilbert, quem surpreendentemente apresentou a solução negativa para o problema poucos meses após seu enunciado.

Dehn demonstrou que, ao contrário do que ocorre com os polígonos, existem poliedros de mesmo volume que não podem ser decompostos em partes congruentes para formar um ao outro. Para isso, ele introduziu um invariante, conhecido hoje como Invariante de Dehn. Esse invariante é uma propriedade geométrica de um poliedro que permanece constante sob equidecomposição. Se dois poliedros possuem volumes iguais, mas seus Invariantes de Dehn são diferentes, então eles não podem ser equidecompostos. Essa descoberta marcou um ponto de inflexão na geometria, revelando que a intuição bidimensional não se estende diretamente ao espaço tridimensional, e que a noção de “medida” (seja área ou volume) tem características distintas em diferentes dimensões.

A solução do Terceiro Problema de Hilbert, ao demarcar as fronteiras da equidecomposição, reforça a relevância do Teorema de Wallace-Bolyai-Gerwien para a geometria plana. Enquanto no espaço tridimensional a busca por equidecomposição enfrenta limitações profundas, no plano bidimensional a garantia teórica é robusta. Para o ensino de geometria na Educação Básica, essa distinção é crucial: as atividades de decomposição e rearranjo de áreas, como as propostas neste trabalho, são matematicamente válidas e intuitivas, oferecendo uma base sólida para a compreensão do conceito de área, sem as complexidades e paradoxos que emergem ao se tentar estender o conceito ingenuamente para o espaço tridimensional.

Do ponto de vista educacional, a resposta negativa do Terceiro Problema de Hilbert oferece uma importante reflexão sobre os limites da intuição geométrica e a necessidade de rigor matemático. Embora a matemática por trás da prova seja avançada, a existência de tais “paradoxos” e limitações na geometria de dimensões superiores ressalta a importância de consolidar bem os conceitos em dimensões mais acessíveis. A equidecomposição no plano, que possui uma garantia teórica robusta (Teorema de Wallace-Bolyai-Gerwien), torna-se ainda mais valiosa como ferramenta didática, pois permite aos alunos construir uma base sólida de compreensão da medida de área sem as armadilhas conceituais que surgiriam em uma tentativa prematura de generalização para o volume (Lima, 2007).

Nesse sentido, a abordagem lúdica e manipulativa assume um papel central. Atividades que permitem aos estudantes “recortar e rearranjar” figuras planas – seja com materiais concretos, como o Tangram, ou por meio de jogos digitais, como os explorados neste trabalho – não são meros passatempos. Elas representam um caminho pedagógico que respeita o desenvolvimento cognitivo dos alunos, partindo do concreto e do experiencial. Jean Piaget, por meio de sua teoria do desenvolvimento cognitivo, destacou a importância da ação sobre os objetos para a construção das estruturas lógicas e operatórias do pensamento espacial, fundamentais para a compreensão geométrica (Piaget & Inhelder, 1956). Tais práticas preparam o terreno para o entendimento de conceitos mais abstratos, inclusive para a futura apreciação dos limites da equidecomposição em outras dimensões.

Assim, a contraposição entre o sucesso da equidecomposição no plano e suas limitações no espaço tridimensional serve como um pano de fundo que realça a importância de se ensinar geometria de forma contextualizada e experimental. Ao priorizar a visualização e a manipulação em atividades com equidecomposição no plano, o educador não apenas facilita o aprendizado de áreas, mas também introduz, de forma implícita, a ideia de que a matemática possui nuances e profundidades que se manifestam de maneiras diferentes em distintas dimensões. Essa abordagem contribui para uma formação matemática mais crítica e menos dogmática, em que o estudante aprende a valorizar tanto a intuição quanto a necessidade de validação formal, elementos cruciais para o pensamento científico (D'Ambrosio, 1990).

PROPOSTA DIDÁTICA

Este tópico apresentará o delineamento metodológico da pesquisa e, em seguida, detalhará o produto educacional desenvolvido. O objetivo é descrever como a equidecomposição foi abordada com os estudantes do Ensino Médio, em uma escola de tempo integral da rede estadual de ensino no Ceará, utilizando jogos digitais interativos como ferramentas de ensino-aprendizagem, culminando na coleta de dados para análise da eficácia da proposta. É importante salientar que a proposta aqui detalhada se configura como um produto educacional validado, resultado de uma pesquisa de dissertação vinculada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT).

A pesquisa no ensino de matemática não se restringe à análise de fenômenos de ensino-aprendizagem, mas também engloba a produção de materiais e intervenções que visam qualificar a prática pedagógica. Como destaca Ferreira Ortiz (2022), a dinâmica de produção em mestrados profissionais exige etapas de estruturação e validação para que o material gerado transcenda o ambiente acadêmico. Nesse sentido, a construção de um produto educacional assume uma relevância ímpar, pois oferece ferramentas concretas e metodologias estruturadas que podem ser diretamente aplicadas por outros educadores, apresentando potencial de replicabilidade e adaptabilidade a diferentes contextos educacionais e impactando efetivamente a sala de aula.

A elaboração de um recurso educacional, como uma sequência didática com jogos digitais, exige um processo rigoroso de concepção, desenvolvimento e validação. Esse processo deve considerar as especificidades do público-alvo, os objetivos de aprendizagem, as diretrizes curriculares, como a BNCC, e a infraestrutura tecnológica disponível. Além disso, a clareza na descrição do material e das atividades é essencial para que outros professores possam compreender sua lógica, adaptar sua aplicação e, assim, expandir o alcance da proposta original. Ao disponibilizar um material que pode ser implementado por outros, a pesquisa assume um caráter transformador, fomentando a autonomia docente e a disseminação de boas práticas.

O produto educacional aqui detalhado é composto por uma variedade de atividades, incluindo jogos online interativos e atividades práticas de corte e recorte. A escolha por integrar tais recursos digitais alinha-se às investigações recentes da área; Meredyk et al. (2020), por exemplo, evidenciam que o uso estratégico de aplicativos educacionais cria ambientes criativos e lúdicos que

favorecem imensamente a aprendizagem da geometria. Como apontam D'Ambrosio e Lopes (2014), a matemática deve ser vista como um campo de investigação, em que a resolução de problemas e a modelagem são ferramentas fundamentais para a construção do conhecimento. Nessa perspectiva, o presente trabalho visa proporcionar uma educação matemática de qualidade, sendo acessível e promovendo uma aprendizagem significativa, com o intuito de estimular o desenvolvimento de competências e habilidades essenciais, como o pensamento científico, crítico e criativo, a comunicação e a argumentação, trabalho em equipe e a cooperação, a cultura digital, a autonomia e a proatividade, e por fim, a resiliência e a persistência.

Para o público-alvo, composto por jovens do Ensino Médio, a metodologia com jogos se mostra particularmente eficaz, pois estimula o raciocínio lógico, a resolução de problemas e a criatividade de forma lúdica. De acordo com Huizinga (2000), os jogos são atividades inerentes à cultura humana, capazes de envolver os indivíduos de maneira profunda e significativa. Além disso, o caráter interativo e prático dessas atividades facilita a compreensão de conceitos abstratos como a equidecomposição, permitindo que os estudantes visualizem e manipulem as figuras, experimentando na prática como a conservação de área se manifesta por meio de transformações. Essa abordagem concreta-pictórica-abstrata é defendida por Bruner (1966) como essencial para a construção de significados na aprendizagem.

As atividades propostas buscam não apenas o domínio do conteúdo de áreas, mas também o aprimoramento de habilidades previstas na BNCC, como o pensamento computacional, a capacidade de argumentação e a colaboração. Acreditamos que, ao engajar os alunos em desafios que exigem a aplicação de conceitos matemáticos de forma criativa, estaremos contribuindo significativamente para uma aprendizagem mais profunda e duradoura. Para Vygotsky (1987), a interação social e a atividade prática são pilares para o desenvolvimento cognitivo, e é nesse sentido que as atividades propostas buscam promover o aprendizado colaborativo e a construção coletiva do conhecimento.

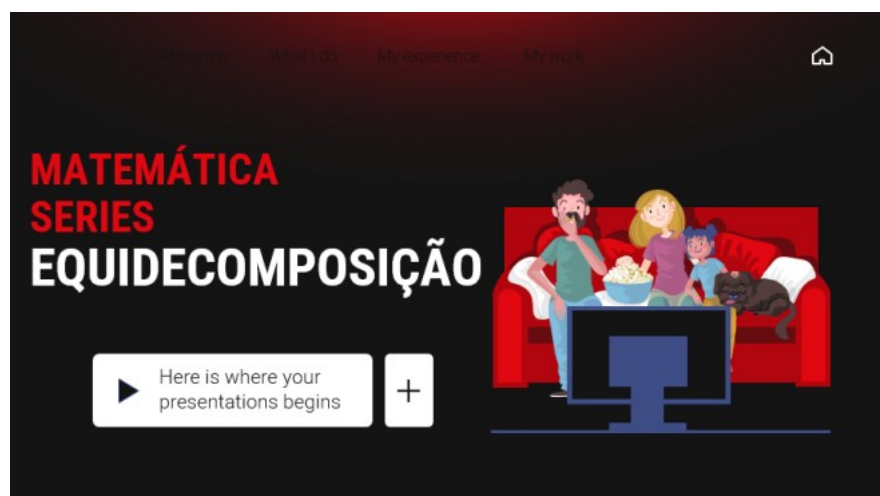
PALESTRA DE APRESENTAÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL

A etapa introdutória do recurso educacional foi a apresentação do projeto aos estudantes. Para isso, optou-se por uma apresentação inicial em formato de palestra, utilizando slides. Essa abordagem teve como meta contextualizar o tema da equidecomposição e das áreas de figuras planas, demonstrando a relevância do assunto e a forma como seria trabalhado.

Durante a palestra, buscou-se não apenas expor o conteúdo teórico, mas principalmente despertar a curiosidade e o interesse dos alunos. Os slides foram desenvolvidos para serem visualmente atrativos e didáticos, usando como inspiração o template de uma plataforma de um streaming online, a *Netflix*. Apresentou-se a ideia central da equidecomposição de forma acessível, explicando como a manipulação de formas geométricas pode auxiliar na compreensão e no cálculo de áreas de maneiras inovadoras. A Figura 3 mostra o layout da apresentação.

Figura 3

Layout de apresentação da palestra



Fonte: Autoria própria (2025).

Figura 4

Sumário de apresentações



Fonte: Autoria própria (2025).

Conforme a Figura 4, nota-se que a palestra foi cuidadosamente estruturada em quatro tópicos principais. Essa divisão visou apresentar o conteúdo de forma progressiva e didática, garantindo que os estudantes pudessem construir o conhecimento de maneira sólida e interativa.

O primeiro tópico da palestra dedicou-se à apresentação do tema central: a equidecomposição no plano e no espaço, explanando os conceitos fundamentais e demonstrando como figuras com áreas iguais podem ser decompostas e rearranjadas. Essa introdução buscou não apenas definir o que é equidecomposição, mas também mostrar sua relevância no estudo da geometria, despertando a curiosidade dos alunos para as possibilidades que essa ideia oferece.

Em seguida, o segundo tópico abordou o Tangram e suas aplicações. Esse quebra-cabeça chinês milenar serviu como uma ferramenta prática e lúdica para ilustrar os princípios da equidecomposição. Apresentou-se a história do Tangram, suas sete peças e como elas podem ser utilizadas para formar uma infinidade de figuras, sempre mantendo a área total. Discutiram-se suas aplicações não apenas na matemática, mas também na arte e no desenvolvimento do raciocínio espacial. Além da explanação teórica, a interação com o Tangram foi potencializada por meio de jogos online, permitindo que os alunos explorassem suas possibilidades de forma dinâmica e divertida.

O terceiro tópico seguiu uma linha similar, focando no Stomachion e suas aplicações. Pouco conhecido em comparação ao Tangram, o Stomachion, um antigo quebra-cabeça grego atribuído a Arquimedes, oferece desafios ainda mais complexos na equidecomposição. Foram exploradas suas 14 peças e as diversas formas que podem ser criadas, aprofundando o conceito de decomposição e recomposição de figuras. Assim como no Tangram, a exploração do Stomachion foi enriquecida por jogos online, proporcionando uma experiência interativa e imersiva na manipulação das peças e na compreensão da conservação de área.

Por fim, o quarto e último tópico da palestra culminou em uma atividade prática de corte e recorte. Essa parte foi projetada para permitir que os alunos experimentassem diretamente os conceitos apresentados. Utilizando figuras simples, os estudantes puderam, com tesouras e papel, decompor e recompor formas, visualizando de maneira concreta a invariância da área. Essa atividade serviu como uma ponte entre a teoria exposta nos slides e a vivência prática, solidificando a compreensão da equidecomposição.

A Figura 5 mostra a parte teórica sobre equidecomposição no plano que os alunos puderam conhecer e, após questionamentos feitos durante a palestra, foi apresentado o slide da Figura 6 que respondia às dúvidas sobre equidecomposição no espaço tridimensional.

Figura 5

Equidecomposição no plano



Fonte: Autoria própria (2025).

Figura 6

Equidecomposição no espaço tridimensional



Fonte: Autoria própria (2025).

APRENDENDO SOBRE EQUIDECOMPOSIÇÃO COM O TANGRAM

Após a exposição teórica sobre o tema, partiu-se para a exposição e prática sobre dois quebra-cabeças que trabalham a equidecomposição. Iniciou-se pelo Tangram, que se revelou uma ferramenta de valor inestimável para a compreensão do tema. Ao manipularem as sete peças geométricas do quebra-cabeça, os alunos não só visualizaram o conceito de decompor e recompor figuras, mas também vivenciaram a propriedade de que a área total permanece invariável, independentemente da configuração das peças. A importância do Tangram residiu na capacidade de transformar um conceito abstrato em uma atividade tátil e visualmente estimulante. A prática do jogo foi aplicada por meio de um jogo online, no site *Divertido*, que consiste em diversas figuras para serem construídas com as peças do Tangram. Em cada jogo há 3 figuras, o layout da escolha de qual categoria pode ser evidenciado na Figura 7.

Figura 7

Interface do Tangram no site Divertido

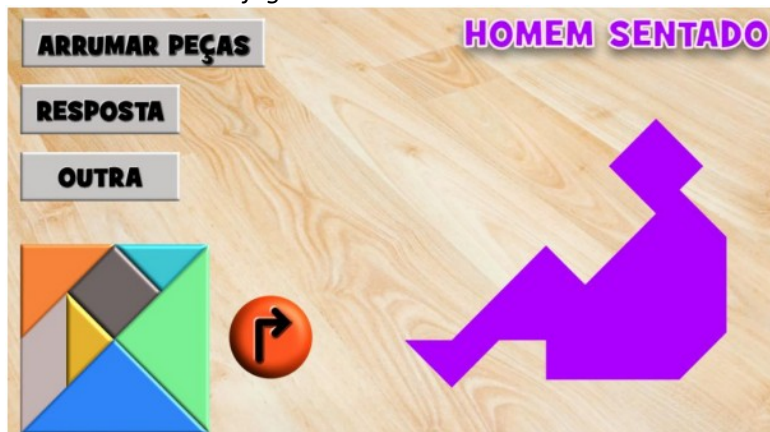


Fonte: Divertido (2025).

Os alunos ficaram livres para escolher qual jogo e qual figura iriam montar. A Figura 8 mostra um exemplo do jogo 10, no qual o aluno teria que montar um homem sentado.

Figura 8

Homem sentado no jogo 10

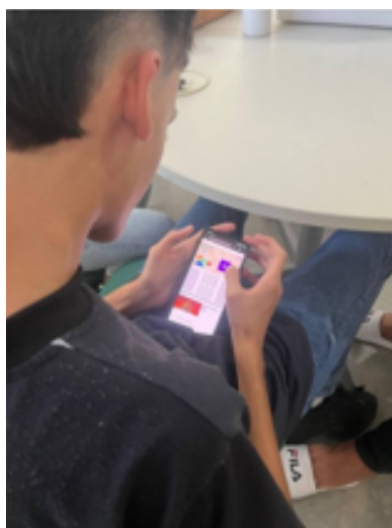


Fonte: Divertido (2025).

A atividade gerou um envolvimento notável por parte dos estudantes. Eles demonstraram um grande entusiasmo pelas diversas formas que podiam montar, explorando as possibilidades criativas do jogo. Foi evidente a forma participativa e efetiva com que se dedicaram à tarefa. Além disso, a atividade estimulou a cooperação e o trabalho em grupo. Os alunos frequentemente compartilhavam ideias, discutiam estratégias para formar as figuras propostas e auxiliavam uns aos outros na resolução dos desafios, reforçando a ideia de que a matemática pode ser aprendida de forma colaborativa e prazerosa. As Figuras 9 e 10 mostram o processo de montagem das figuras pelos alunos.

Figura 9

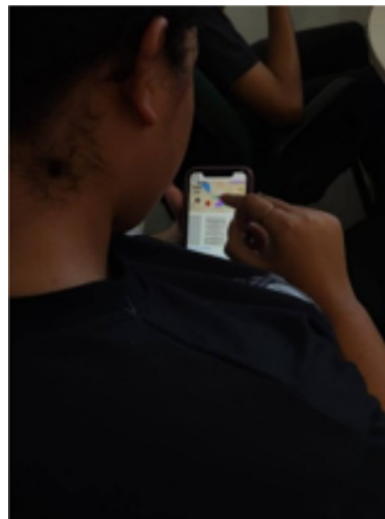
Aluno montando um desenho no Tangram



Fonte: Autoria própria (2025).

Figura 10

Aluna montando um desenho no Tangram



Fonte: Autoria própria (2025).

APRENDENDO SOBRE EQUIDECOMPOSIÇÃO COM O STOMACHION

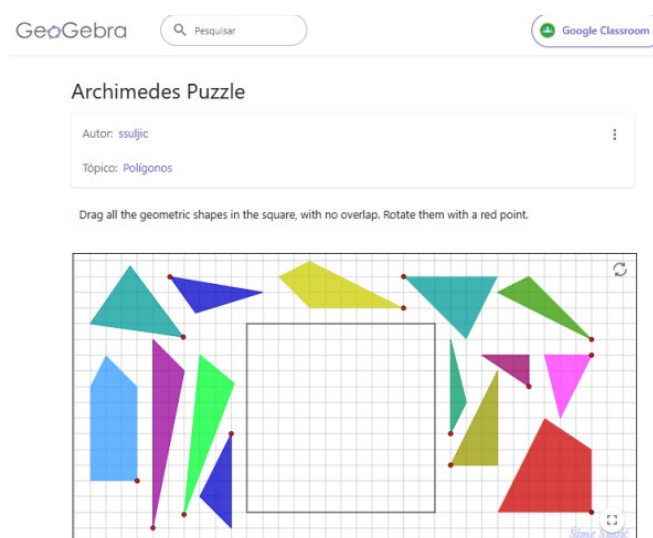
Se o Tangram introduziu os alunos ao universo da equidecomposição de forma acessível, o Stomachion representou um passo além na exploração desse conceito. Esse antigo quebra-cabeça, com suas 14 peças distintas, proporcionou um desafio mais complexo e aprofundado, ampliando a compreensão dos estudantes sobre como figuras variadas podem ser construídas a partir de um conjunto fixo de polígonos, mantendo a área original.

A interação com o Stomachion, tanto nas discussões durante a palestra quanto por meio dos jogos online, demonstrou a capacidade dos alunos de enfrentar problemas mais elaborados. Embora o número maior de peças e as formas mais irregulares do Stomachion apresentassem um desafio superior, os estudantes se dedicaram com a mesma curiosidade e perseverança. Essa atividade foi crucial para solidificar a ideia de que a equidecomposição não se restringe a formas simples ou a um número limitado de peças. Observou-se como a experimentação com o Stomachion incentivou o pensamento estratégico e a persistência na busca por soluções, habilidades essenciais não só para a matemática, mas para diversas áreas do conhecimento.

A atividade de montagem do Stomachion foi realizada por meio da plataforma GeoGebra, utilizando o jogo *Archimedes Puzzle*, conforme a Figura 11.

Figura 11

Interface do jogo Archimedes Puzzle



Fonte: GeoGebra, 2025.

CONCLUSÃO DAS ATIVIDADES

Para consolidar o aprendizado e estender a experiência para além do ambiente da palestra, considerou-se crucial que os alunos levassem a reflexão sobre a equidecomposição para casa. Acredita-se que a assimilação de conceitos matemáticos complexos é mais efetiva quando os estudantes têm a oportunidade de revisitar e manipular as ideias em seu próprio tempo e espaço. Dessa forma, o

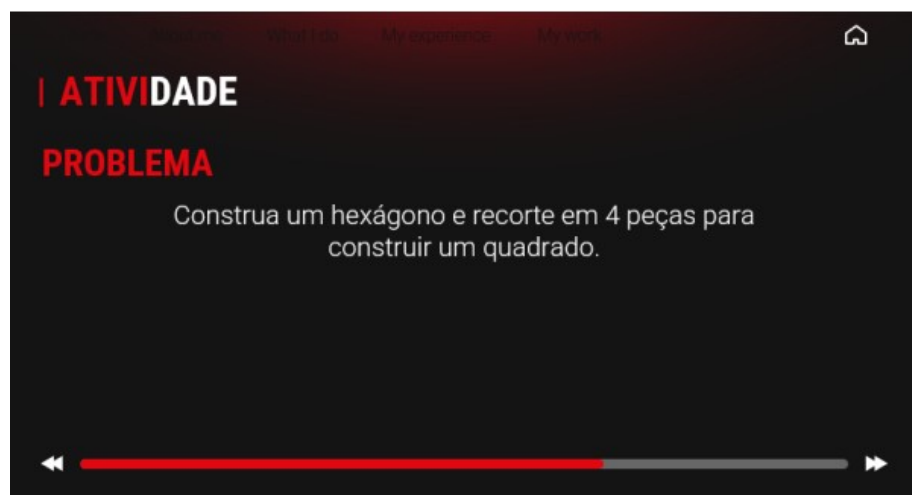
aprendizado não fica restrito ao momento da aula, mas se torna um processo contínuo e mais significativo.

Com esse objetivo em mente, propôs-se uma atividade prática de corte e recorte para ser realizada em casa. Essa tarefa não só reforçou os conceitos explorados com o Tangram e o Stomachion, mas também incentivou a autonomia dos alunos na resolução de problemas. Ao repetir a experiência de decompor e recompor figuras, eles puderam solidificar a compreensão da invariância da área e aprimorar suas habilidades espaciais. A expectativa é que essa atividade extraclasse estimule a curiosidade e o pensamento crítico, incentivando-os a perceber a matemática presente em diversas situações do dia a dia.

A Figura 12 mostra o slide da palestra com a atividade que os alunos deveriam desenvolver em casa.

Figura 12

Slide com atividade proposta



Fonte: Autoria própria (2025).

RELATO DE IMPLEMENTAÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL: UM ESTUDO DE CASO

A aplicação do produto educacional foi realizada em uma escola da rede pública estadual que opera em regime de tempo integral. O público-alvo consistiu em estudantes do terceiro ano do Ensino Médio, um grupo que, devido à modalidade da escola, possui uma rotina acadêmica intensa, com uma carga horária de nove aulas diárias e entre cinco a sete aulas semanais de matemática. A instituição conta com cinco turmas de terceiro ano, totalizando um universo de aproximadamente 150 a 175 alunos, o que inicialmente sugeria um campo vasto para a aplicação da proposta didática.

Contudo, a implementação enfrentou um desafio conjuntural significativo. O período escolhido para a aplicação coincidiu com os preparativos para as festividades juninas da escola, um evento cultural de grande relevância para a comunidade escolar. A maior parte do corpo discente estava profundamente envolvida nos ensaios e na organização das apresentações, o que resultou em uma

disponibilidade de tempo muito reduzida para atividades extracurriculares. Diante desse cenário, a participação na atividade não pôde ser generalizada, sendo necessário realizar um convite direcionado aos estudantes que demonstraram interesse e cuja agenda era compatível.

A adesão, consequentemente, foi limitada pelo fator externo descrito. De todo o universo de alunos do terceiro ano, um grupo de 14 estudantes se dispôs a participar da intervenção pedagógica. Embora o número fosse reduzido em comparação com o total de alunos da série, a formação de um grupo menor e voluntário permitiu um acompanhamento mais próximo e uma análise qualitativa mais aprofundada da interação dos participantes com o produto educacional proposto.

Adicionalmente, a experiência revelou um desafio de ordem prática e de infraestrutura, que se impõe a qualquer educador que deseje replicar essa abordagem. A aplicação das atividades depende intrinsecamente do acesso à tecnologia. É imprescindível a disponibilidade de um laboratório de informática funcional ou que os alunos possuam dispositivos móveis próprios, como celulares ou tablets. Em ambos os casos, o acesso estável à internet é uma condição inegociável, uma vez que os jogos e as ferramentas interativas são acessados online, um requisito que pode representar uma barreira em diferentes contextos escolares.

RESULTADOS

A fase de intervenção didática, que compreendeu a palestra introdutória e as atividades com jogos online de Tangram e Stomachion, culminou na coleta de dados essenciais para avaliar o impacto do produto educacional. Os resultados completos e detalhados dessa pesquisa, incluindo a íntegra do questionário aplicado e as representações gráficas dos achados, podem ser consultados em Nascimento (2025). Este tópico dedica-se à apresentação e análise dos principais *insights* obtidos por meio de um questionário online, elaborado no Google Formulários, aplicado aos 14 estudantes do 3º ano do Ensino Médio após a conclusão das atividades. O questionário buscou captar as percepções dos alunos sobre a palestra, os jogos e a relevância da equidecomposição para a compreensão de áreas, visando inferir a efetividade das estratégias pedagógicas empregadas.

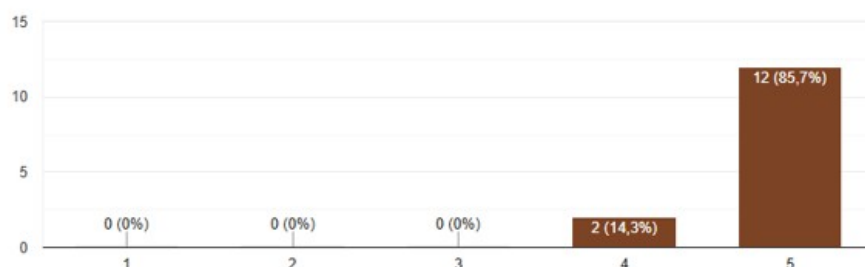
Inicialmente, a avaliação da palestra introdutória, que abordou a teoria da equidecomposição, revelou um alto índice de satisfação e relevância percebida pelos estudantes, cujos dados quantitativos estão sistematizados nas Figuras 13 e 14. Nessas representações gráficas, o eixo horizontal utiliza uma escala Likert de cinco pontos, na qual o número 1 representa a avaliação mínima (totalmente insatisfeito ou pouco útil) e o número 5 indica a avaliação máxima (totalmente satisfeito ou muito útil/relevante). O eixo vertical, por sua vez, representa o quantitativo absoluto e o percentual de estudantes que selecionaram cada nível de resposta. A grande maioria dos participantes atribuiu notas elevadas (nível 5) aos quesitos de satisfação (85,7%) e utilidade (85,7%) do conteúdo exposto. Esse resultado indica que a contextualização inicial foi não apenas eficaz em engajar a turma, mas também fundamental para mitigar a resistência comum no estudo de geometria e preparar o terreno para as atividades práticas.

Figura 13

Quantitativo de alunos satisfeitos com a palestra

Você ficou satisfeito com a palestra?

14 respostas



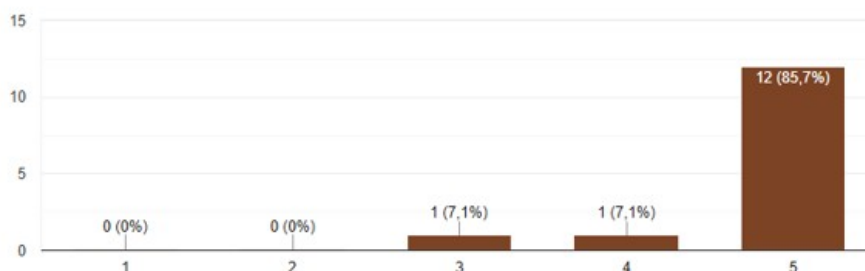
Fonte: Autoria própria (2025).

Figura 14

Quantitativo de alunos que acharam a palestra útil

A palestra foi relevante e útil?

14 respostas



Fonte: Autoria própria (2025).

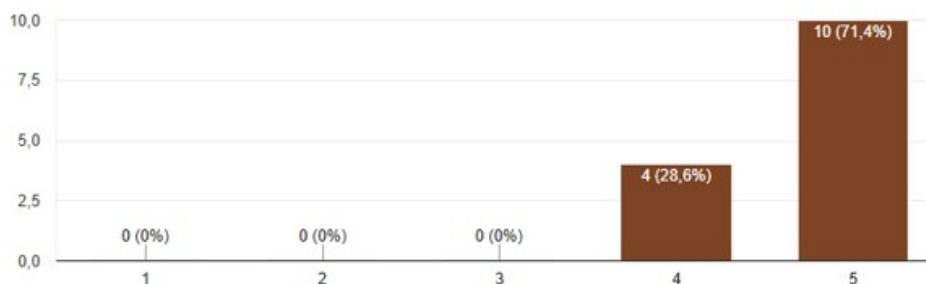
A preferência pelas atividades práticas mediadas pela tecnologia também foi avaliada adotando-se a mesma estrutura metodológica, conforme ilustram as Figuras 15 e 16. O eixo horizontal desses gráficos mantém a escala paramétrica de 1 a 5 (em que 1 indica total desagrado e 5, total aprovação), enquanto o eixo vertical denota o número de alunos e seus respectivos percentuais. A avaliação pós-atividade demonstrou alta aceitação para ambos os jogos online. O Tangram (Figura 15) obteve aprovação maciça, com 71,4% dos alunos atribuindo o nível máximo (5). O Stomachion (Figura 16), por apresentar um desafio cognitivo de maior complexidade e possuir peças mais irregulares, obteve uma distribuição levemente mais ampla, mas ainda assim concentrou as avaliações positivamente, com 57,1% dos alunos marcando nível 5 e 35,7% marcando nível 4. Essas métricas atestam que os estudantes manifestaram satisfação significativa com as experiências proporcionadas pelas ferramentas digitais, validando a abordagem lúdica.

Figura 15

Percentual sobre o que alunos acharam do Tangram

O que você achou do Tangram?

14 respostas



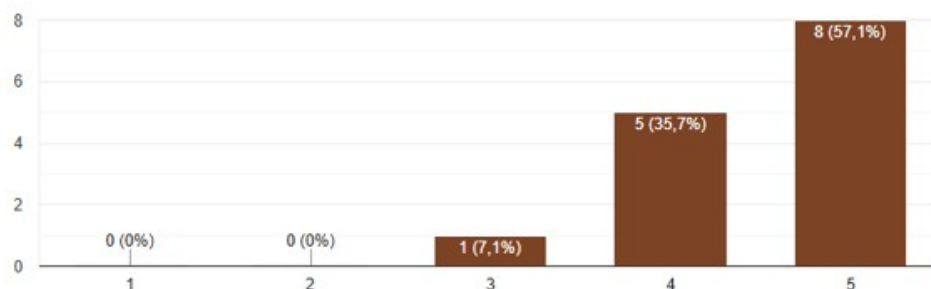
Fonte: Autoria própria (2025).

Figura 16

Percentual sobre o que alunos acharam do Stomachion

O que achou do Stomachion?

14 respostas



Fonte: Autoria própria (2025).

O questionário também incluiu questões abertas, que permitiram aos alunos expressar suas percepções de forma qualitativa. As respostas a perguntas como “O que você mais gostou na palestra?” e “Quais sugestões/dicas/elogios você pode fazer?”, exemplificadas na Figura 17, frequentemente destacaram a natureza interativa das atividades, bem como a clareza da explicação do conceito de equidecomposição. Muitos alunos elogiaram a didática empregada e a oportunidade de aprender de forma inovadora, reforçando o valor do uso de tecnologias no processo de aprendizagem da matemática.

Figura 17

Respostas sobre a pergunta: O que você mais gostou na palestra?

O que você mais gostou na palestra?

14 respostas

A parte do dinâmica de montar as peças
Gostei como foi dinâmico e interativo. formas divertidas de aproximar alunos pra a matemática
Saber que um forma geométrica pode se transformar em outra, e as diversas formas de fazer isso.
Da interatividade dos jogos
Do tangram
Me interessei pela por uma área da matemática que não possuía conhecimento sobre.
Montar formas
Da forma divertida de aprender sobre as formas geométricas
Gostei da parte dos jogos, e de descobrir esses jogos.

Fonte: Autoria própria (2025).

De forma geral, a análise dos dados coletados, tanto quantitativos, via escalas de avaliação, quanto qualitativos, via respostas abertas, sugere que o produto educacional obteve um impacto amplamente positivo entre os estudantes. A participação ativa e o engajamento observados durante a aplicação, somados às respostas favoráveis do questionário, indicam que a metodologia de ensino de áreas por equidecomposição, mediada por jogos digitais, foi bem-sucedida em despertar o interesse e facilitar a compreensão do conteúdo proposto.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A presente pesquisa buscou investigar e evidenciar o potencial didático do conceito de equidecomposição como uma ferramenta poderosa para o ensino de áreas de figuras planas na Educação Básica. Ao longo deste trabalho, demonstrou-se que a ideia de transformar figuras sem alterar sua medida — formalizada pelo Teorema de Wallace-Bolyai-Gerwien — é fundamental não apenas para a compreensão de princípios geométricos, mas também para o desenvolvimento de um pensamento matemático mais flexível e criativo. A articulação entre a robustez teórica da equidecomposição e a prática pedagógica culminou na criação e aplicação de um produto educacional inovador e eficaz.

O desenvolvimento e a implementação da proposta didática, composta por jogos online interativos de Tangram e Stomachion, confirmaram a hipótese central de que a ludicidade e a manipulação mediada por tecnologia são catalisadores essenciais para a aprendizagem significativa de conceitos geométricos. Embora o estudo de caso tenha sido realizado com um número limitado de participantes [14 alunos do 3º ano do Ensino Médio de Caucaia/CE], a observação direta e o *feedback* qualitativo obtido por meio de questionários pós-intervenção revelaram

um engajamento notável e um entusiasmo contagiante. A participação ativa e a interação cooperativa durante as atividades foram evidências claras do impacto positivo da abordagem, validando a importância de métodos de ensino que transcendem a mera transmissão de conteúdo e a memorização de fórmulas.

Mais do que o domínio específico de fórmulas de área, o sucesso do produto educacional reside em sua capacidade de fomentar um conjunto de competências e habilidades essenciais, alinhadas à Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Os estudantes demonstraram desenvolvimento do pensamento científico, crítico e criativo ao buscar soluções inovadoras para os desafios propostos pelos jogos. Adicionalmente, a inserção de jogos online promoveu uma cultura digital educativa, capacitando os jovens a utilizar a tecnologia como uma ferramenta de aprendizado significativo, estimulando a autonomia, a proatividade e a persistência na resolução de problemas complexos.

Em suma, este artigo reitera que a matemática pode ser explorada de forma instigante e relevante, indo muito além dos livros didáticos tradicionais. Ao oferecer uma abordagem didática que integra a equidecomposição com metodologias ativas e lúdicas mediadas por tecnologia, foi possível não apenas facilitar a compreensão de conceitos geométricos importantes, mas também cultivar um conjunto de habilidades e competências que são indispensáveis para o desenvolvimento integral dos jovens no século XXI. Acredita-se que este trabalho e seu produto educacional representam uma contribuição valiosa para o ensino da matemática, inspirando futuras práticas pedagógicas que unam rigor científico com alegria e descoberta.

NOTAS

A revisão linguística deste artigo foi realizada por José Renner de Brito Cunha (rennerbrito16@gmail.com), e a tradução para a língua inglesa foi realizada por Alessandra Rosa da Silva (alers14teacher@gmail.com), a quem os autores agradecem.

REFERÊNCIAS

- Baturo, A., & Nason, R. (1996). Student understanding of the area-perimeter relationship. *Educational Studies in Mathematics*, 30(2), 179–225.
- Boltianski, V.G. (1981). *Figuras equivalentes e equidecomponíveis*. Moscou: Mir.
- Brasil. Ministério da Educação. (2017). *Base Nacional Comum Curricular: Educação é a base*. Brasília: Ministério da Educação. <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>
- Bruner, J.S. (1966). *Toward a theory of instruction*. Cambridge: Belknap Press of Harvard University Press.
- Caraça, B.J. (2000). Conceitos Fundamentais da Matemática. Lisboa: Grandiva. http://paginapessoal.utfpr.edu.br/kalinke/publicacoes/publi_artigos/publicacoes/148.pdf
- D'Ambrosio, B.S., & Lopes, C. E. (2014). Insubordinação Criativa: um convite à reinvenção do educador matemático. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 28(50), 1145–1162.
- D'Ambrosio, U. (1990). *Etnomatemática: Arte ou técnica de explicar e conhecer*. São Paulo: Ática.
- Duval, R. (2009). *Semiose e pensamento humano: Registros semióticos e aprendizagens intelectuais*. São Paulo: LF Editorial.
- Ferreira Ortiz, L. (2022). Dinâmica de produção dos produtos educacionais em mestrados profissionais em ensino de ciências e matemática. *ACTIO: Docência em Ciências*, 7(2), 1-22. <https://periodicos.utfpr.edu.br/actio/article/view/17497>
- Gee, J.P. (2007). *Good video games + good learning: Collected essays on video games, learning, and literacy*. Nova York: P. Lang.
- Guimarães, L.C., Lavor, C., & R M, C. (2011). O terceiro problema de Hilbert: a história do invariante de Dehn. *Revista Brasileira de História da Matemática*, 11(22), 159–177.
- Huizinga, J. (2000). *Homo ludens: O jogo como elemento da cultura*. São Paulo: Perspectiva.

- Lima, E.L. (2007). *Meu professor de matemática e outras histórias*. Rio de Janeiro: SBM.
- Meredyk, F., Elias, A.P. de A.J., & Motta, M. S. (2020). Inventário dos aplicativos educacionais móveis que versam sobre o ensino de geometria. *ACTIO: Docência em Ciências*, 5(2), 1-24. <https://doi.org/10.3895/actio.v5n2.10003>
- Morán, J.M. (2015). *Mudando a educação com metodologias ativas*. Ponta Grossa: UEPG/PROEX.
- Nascimento, J.P. (2025). Equidecomposição no plano e no espaço: do teorema de Wallace Bolyai Gerwien ao paradoxo de Banach Tarski uma abordagem histórica, conceitual e didática. 2025. 118 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Centro de Ciências, Departamento de Matemática, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2025.
- Pavanello, R.M. (2010). *Geometria na escola básica: teoria e prática*. São Paulo: Cortez, 2013.
- Piaget, J., & Inhelder, B. (1956). *The child's conception of space*. Londres: Routledge & Kegan Paul.
- Souza, J.C.M. (1973). *As maravilhas da matemática*. 2. ed. Rio de Janeiro: Bloch, 1973.
- Vygotsky, L.S. (1987). *A formação social da mente: O desenvolvimento dos processos psicológicos superiores*. São Paulo: Martins Fontes.

Recebido: 28 nov. 2025

Aprovado: 10 jun. 2026

DOI: <https://doi.org/10.3895/actio.v11n3.21269>

Como citar:

Nascimento, J. P. do & Silva, J. F. da. (2026). Explorando a equidecomposição com jogos digitais: uma proposta tecnológica para o ensino de áreas na educação básica. *ACTIO*, 11(3), 1-23.

<https://doi.org/10.3895/actio.v11n3.21269>

Direito autoral: Este artigo está licenciado sob os termos da Licença Creative Commons-Atribuição 4.0 Internacional.

