

Formação do professor e autenticidade em atividades de modelagem matemática

RESUMO

No artigo investiga-se como a autenticidade em atividades de modelagem pode ser fomentada na formação do professor de matemática. A investigação se fundamenta em uma estrutura para a formação inicial do professor em modelagem matemática que vem sendo proposta na literatura e inclui três eixos: aprender sobre modelagem, aprender por meio da modelagem e ensinar usando modelagem. Uma pesquisa empírica é desenvolvida com uma turma de estudantes de um curso de Licenciatura em Matemática considerando o seu contato com a modelagem matemática em duas disciplinas desse curso: a disciplina de Modelagem Matemática e a disciplina de Estágio Supervisionado. A análise realizada indica que articular a aprendizagem da modelagem com o ensino usando modelagem, a partir do pressuposto de que os três eixos configuram uma formação em modelagem matemática e para a modelagem matemática, se mostra uma perspectiva com potencial para primar pela incorporação da autenticidade nas atividades de modelagem na sala de aula.

PALAVRAS-CHAVE: Modelagem Matemática; Autenticidade; Formação de professores.

Teacher training and authenticity in mathematical modeling activities

ABSTRACT

This article aims to investigate how authenticity in modeling activities can be fostered in mathematics teacher education. The research is based on a structure for pre-service teacher education in mathematical modeling that has been proposed in the literature and includes three axes: learning about modeling, learning through modeling and teaching using modeling. Empirical research is developed with a group of students from a Mathematics Degree course considering their contact with mathematical modeling in two disciplines of this course: the Mathematical Modeling discipline and the Supervised Internship discipline. The analysis carried out indicates that articulating the learning of mathematical modeling with teaching using mathematical modeling, based on the assumption that the three axes configure training in mathematical modeling and mathematical modeling, is a perspective with the potential to excel in the incorporation of authenticity in classroom modeling activities.

KEYWORDS: Mathematical Modeling; Authenticity; Teacher Education.

Letícia Barcaro Celeste

Omodei

leticia.celeste@unespar.edu.br

orcid.org/0000-0003-2023-7606

Universidade Estadual do Paraná (UNESPAR), Apucarana, Paraná, Brasil

Lourdes Maria Werle de

Almeida

lourdes@uel.br

orcid.org/0000-0001-8952-1176

Universidade Estadual de Londrina (UEL), Londrina, Paraná, Brasil

INTRODUÇÃO

A modelagem matemática, nas últimas décadas, vem sendo sinalizada como possibilidade para o incremento dos processos de ensino e de aprendizagem na sala de aula. Sua indicação nos currículos pode ser observada em diferentes países, incluindo o Brasil (Brasil, 2018; Ferri, 2018; Spooner, 2017).

A indicação da modelagem matemática fundamenta-se, de maneira geral, em aspectos que sinalizam que ela pode contribuir para que estudantes entendam o mundo real, potencializem sua aprendizagem (motivação, formação de conceitos, compreensão, retenção) e desenvolvam competências (Blum & Ferri, 2009; Castro & Almeida, 2023).

Atividades de modelagem matemática buscam explicar ou prever especificidades relativamente às situações do mundo real em estudo (Geiger et al., 2022; Blum, 2015; Almeida, 2022; Trindade & Silva, 2024), requerendo, portanto, uma interlocução entre matemática e realidade realizada na sala de aula. De fato, a introdução da modelagem matemática na sala de aula, coloca desafios até então não enfrentados. Um desses desafios, conforme sugerem, por exemplo, Vos (2018) e Almeida e Omodei (2022), é a introdução de atividades autênticas em vez de problemas em que aquilo que não diz respeito à matemática não é considerado na sua proposição na sala de aula.

De fato, discussões sobre o que é *autenticidade* e como ela pode ser incorporada às atividades escolares e, particularmente às atividades de modelagem matemática, podem ser identificadas na literatura (Galbraith, 2007, 2013, 2015; Palm, 2007, 2009; Kaiser & Schwarz, 2010, Vos, 2011, 2015, 2018; Carreira & Baioa, 2018).

Em termos gerais, a autenticidade remete a situações que primam pela originalidade em vez de se caracterizarem como uma cópia. Neste contexto, Almeida (2022), ao propor um *design* para a inclusão de atividades de modelagem matemática nas aulas, inclui a autenticidade como uma característica importante, pontuando que ela requer que se trate de uma situação da realidade e não uma situação simulada ou em que os dados são simulados.

Isso implica em se valer de situações em que os dados são reais e referentes a uma situação genuinamente real. [...] diferentemente do que, por vezes, se pode observar na literatura, a situação não precisa, necessariamente, estar no dia a dia do aluno, considerando esse como o espaço físico que o circunda. Mas, também não se pode considerar problemas como os frequentemente encontrados em livros didáticos que, mesmo apresentando situações passíveis de ocorrer, os problemas estão completamente estruturados e requerem apenas a obtenção de uma resposta a uma pergunta produzida por outros (Almeida, 2022, p. 134).

Sem se distanciar da ideia de trazer para a sala de aula a originalidade de situações externas a ela, neste ambiente a autenticidade requer uma relativização que, sobretudo, precisa ser ponderada por professores e estudantes. Assim, pensar uma formação do professor para o uso da modelagem matemática, incluindo atividades autênticas, requer incluir nos programas de formação de professores especificidades, desafios e demandas que as atividades de modelagem requerem. Neste sentido, Malheiros et al. (2020, p. 5) indicam que “uma das principais preocupações é a formação de professores, para que mudanças ocorram nas aulas de Matemática”.

Diferentes perspectivas e interesses relativos à formação do professor têm sido apresentadas. Algumas pesquisas destacam que é necessário investir no desenvolvimento de competências dos professores para ensinar matemática por meio da modelagem, bem como para ensinar modelagem matemática (Blum, 2015; Kaiser et al., 2010; Almeida, Ramos & Silva, 2021). Outras, entretanto, têm se endereçado a aspectos do desenvolvimento profissional requeridos para lidar com a modelagem na sala de aula, como é o caso, por exemplo, de Barquero et al. (2018) e Braz e Kato (2017), Omodei e Almeida (2022), Sousa e Almeida (2021).

Em termos gerais, o que está sinalizado relativamente à formação de professores em modelagem matemática é que a formação, para além de capacitar os professores para a inclusão de atividades dessa natureza na sala de aula, deve lhes possibilitar segurança no uso e a audácia de quebrar paradigmas vigentes nos processos de ensino e de aprendizagem, seja pela força da estrutura escolar, muitas vezes invadindo as salas de aula e subtraindo a autonomia docente, seja por motivos pessoais de formação, como apontado por Ceolim e Caldeira (2017) e por Mutti e Klüber (2018).

No presente artigo, em particular, a discussão que se pretende abarcar diz respeito à valorização da autenticidade em atividades de modelagem, propondo um encaminhamento para a formação de professores em que a familiarização com atividades de modelagem, enfatizando a sua autenticidade, seja oportunizada no decorrer da formação do professor. Assim, o objetivo do artigo consiste em investigar como a autenticidade em atividades de modelagem pode ser abordada na formação do professor para a modelagem matemática.

A investigação, por um lado, se fundamenta em uma estrutura para a formação inicial do professor em modelagem matemática que vem sendo proposta na literatura (Almeida & Dias, 2007; Almeida & Silva, 2015; Almeida; Silva & Vertuan, 2016; Omodei & Almeida, 2022) e inclui três eixos: aprender sobre modelagem, aprender por meio da modelagem e ensinar usando modelagem.

Por outro lado, uma pesquisa empírica é desenvolvida com uma turma de estudantes de um curso de Licenciatura em Matemática considerando o seu contato com a modelagem matemática em duas disciplinas desse curso: a disciplina de Modelagem Matemática e a disciplina de Estágio Supervisionado.

AUTENTICIDADE EM ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA E A FORMAÇÃO DO PROFESSOR

Diferentes entendimentos permeiam o que se pode dizer da modelagem na área da Educação Matemática. Parece haver, entretanto, conforme sugerem Castro e Almeida (2023), um consenso de que elementos centrais sempre devem incluir: identificar uma situação-problema, decidir o que manter e o que ignorar na formulação de um modelo matemático, fazer uso de matemática na situação idealizada a partir de uma situação da realidade e então decidir se os resultados são adequados para o problema.

Na sala de aula, seu desenvolvimento é orientado por algumas fases que em Almeida, Silva e Vertuan (2016) são identificadas como: (1) Inteiração (com a

situação; (2) Matematização; (3) Resolução, que inclui a construção do modelo matemático; (4) Interpretação dos resultados e validação (5) Elaboração de um relatório e apresentação dos resultados.

Assim caracterizada, conforme sugere Almeida (2022, p. 134), a modelagem matemática na sala de aula é “pautada em uma realidade extraescolar, mas deve atender a anseios de uma realidade escolar”. Neste sentido,

a modelagem na sala de aula, tem um caráter letivo, que não é independente da prática pedagógica, para além de um caráter social, em que, por um lado, se tem interesse em estudar a situação da realidade com as suas especificidades e, por outro, estar atento à repercussão que os resultados obtidos na modelagem podem ter na interpretação da situação e para a formação do aluno (Almeida, 2022, p. 134).

Daí decorre a relevância de pensar a autenticidade em atividades de modelagem matemática. De fato, autores da comunidade da Educação Matemática como por exemplo, Kramarski et al (2002) Galbraith (2007, 2013), Palm (2007, 2009), Vos (2011, 2015, 2018), Carreira e Baioa (2018), Almeida e Omodei (2022) têm abordado a autenticidade nesse tipo de atividade.

De modo geral, autenticidade pode ser considerada uma característica de algo que é verdadeiro, real. De acordo com Michaelis, Dicionário Brasileiro da Língua Portuguesa, o termo autenticidade consiste na natureza, propriedade ou condição do que é autêntico e é derivação de autêntico, do Latim *authenticus* (autoritário; confiável; válido; verdadeiro; fiel; genuíno) e do Grego *authentikos* (que realmente vem daquele a quem o atribuímos; genuíno).

As recomendações nos trabalhos de Pauline Vos (Vos, 2011, 2015, 2018) indicam que a autenticidade usada na Educação Matemática deve estar alinhada a esse significado de não ser uma cópia e a situação a ser estudada na sala de aula deve, de fato, incorporar a realidade extraescolar relativa a essa situação. Para Kramarski et al. (2002), entretanto,

[...] ser autêntico não é uma propriedade da situação investigada em si, mas da relação entre o solucionador e a situação. O problema da avaliação do preço de uma pizza, por exemplo, [...] pode ser autêntico para estudantes que estão acostumadas a ir a restaurantes e comparar preços, mas pode não ser autêntico para aqueles que moram em comunidades onde esta prática não é comum (Kramarski et al., 2002, p. 226).

Os trabalhos de Peter Galbraith (Galbraith, 2007, 2013, 2015) propõem que a autenticidade pode se referir a alguns aspectos nas atividades de modelagem. Uma característica essencial é que a resolução do problema na atividade de modelagem seja orientada pelas exigências do problema e as “as escolhas educacionais pedagógicas (e outras) devem ser decididas pelas necessidades do processo de resolução do problema e não o contrário” (Galbraith, 2015, p. 344). Neste sentido, a modelagem “[...] como resolução de problemas do mundo real não pode ser integralmente autêntica se o sistema valoriza, acima de tudo, o conteúdo matemático curricular prescrito” (Galbraith, 2013, p. 34).

Carreira e Baioa (2018) sugerem que a autenticidade pode ser permeada por simulações uma vez que elas proporcionam “refletir o que está acontecendo no mundo real, além de ser uma adaptação da realidade sob condições controladas, uma busca pela semelhança com a realidade e uma maneira de verificar como a prática funciona na realidade” (Carreira & Baioa, 2018, p. 203).

Almeida e Omodei (2022) destacam a importância de investir no desenvolvimento de atividades de modelagem que atendam a determinadas especificidades da autenticidade e, para caracterizá-la, os autores propõem seis atributos observados nas atividades: (1) a matemática usada na atividade de modelagem deve emergir das necessidades da abordagem matemática da situação; (2) os estudantes devem experimentar diferentes estratégias e ferramentas (matemáticas, tecnológicas e empíricas); (3) as simplificações que conduzem a uma situação idealizada não podem descaracterizar a situação da realidade; (4) as escolhas pedagógicas não podem superar as necessidades da abordagem matemática da situação; (5) deve haver um equilíbrio entre a orientação do professor e a autonomia do estudante de modo que prevalece a segunda; e (6) os resultados obtidos devem alcançar interesses e gerar discussões que extrapolam a sala de aula. Para as autoras, atividades de modelagem podem, entretanto, atender a alguns desses atributos e não atender a outros.

A introdução de atividades de modelagem matemática que atendam a características ou atributos de autenticidade, todavia, não se desvincula da formação do professor. Blum (2015, p. 89), neste sentido, pondera que, na introdução de atividades de modelagem matemática nas aulas, “o professor é o que mais importa!”

Silva e Almeida (2019) nesta linha de pensamento, afirmam que “a implementação de atividades de modelagem nas aulas de Matemática pressupõe que os professores estejam preparados para desempenhar um papel ativo na organização, implementação e avaliação destas atividades” (Silva & Almeida, 2019, p. 3).

Também Forner e Malheiros (2020) sugerem que professores de Matemática “tenham vivências acerca da Modelagem em sala de aula, para que possam compreender suas possibilidades enquanto abordagem pedagógica, além de discutir sobre ela, considerando sua prática em sala de aula” (Forner & Malheiros, 2020, p. 508).

Entre as ações para promover essas vivências e essa formação está a introdução da modelagem matemática nos cursos de Licenciatura em Matemática, seja em disciplinas específicas ou seja em tópicos de outras disciplinas (Silva & Almeida, 2019; Oliveira, 2020; Trzaskacz & Veronez, 2019).

Essa introdução encontra também ressonância em pesquisas como de Klüber e Tambarussi (2017), Ferri (2018), Oliveira (2020), por exemplo, que defendem que o conhecimento necessário para o professor desenvolver atividades de modelagem na sala de aula deve lhe ser proporcionado ainda na universidade, durante a formação inicial, com experiências de ensino próprias e obrigatórias. Oliveira (2020), em particular, argumenta que oferecer experiências com modelagem matemática na formação inicial é “uma oportunidade para que experiências possam ser articuladas e vividas no momento das práticas de estágio e encaradas de modo reflexivo” (Oliveira, 2020, p. 75).

No presente artigo a abordagem da introdução da modelagem na formação de professores de matemática e nos cursos de Licenciatura em Matemática, em particular, segue pressupostos apresentados e discutidos no decorrer das últimas décadas (Almeida & Dias, 2007; Almeida & Silva, 2015; Almeida; Silva & Vertuan, 2016; Omodei & Almeida, 2022). Segundo estes autores, a formação do professor

em modelagem deve incluir três eixos: aprender sobre a modelagem matemática; aprender por meio da modelagem matemática; ensinar usando modelagem matemática.

No eixo aprender sobre modelagem matemática, são oportunizados ao futuro professor conhecimentos sobre o que é modelagem matemática, como se caracterizam atividades desse tipo e como pode se sistematizar a organização de uma atividade de modelagem matemática (Almeida & Dias, 2007). Estão no escopo desse eixo, portanto, elementos que dizem respeito ao que é modelagem matemática, pontuando características relevantes dessas atividades na sala de aula.

No eixo relativo ao aprender por meio da modelagem, incluem-se as experiências com modelagem matemática em que a aprendizagem é mediada pela própria atividade de modelagem, ou seja, aprender sobre a situação-problema, aprender a matemática ou como pode ser ensinada a matemática que emerge do desenvolvimento da atividade de modelagem (Almeida & Silva, 2015). Neste eixo, espera-se que o futuro professor identifique, em situações específicas, as características da modelagem matemática já conhecidas e desenvolva atividades de modelagem enquanto estudante, ou seja, é ele quem procura resolver o problema. Assim, ele deve passar por todas as fases de uma atividade de modelagem (Almeida & Dias, 2007).

No terceiro eixo, ensinar usando a modelagem matemática, o futuro professor desenvolve atividades de modelagem em práticas docentes, vivenciando a experiência de ensinar matemática, ensinar a propor e resolver um problema, ensinar a interpretação de uma situação da realidade por meio da Matemática (Almeida, Silva & Vertuan, 2016).

Trata-se, portanto, de uma proposta que lança luz sobre o movimento inerente ao enfrentamento da necessidade de associar uma discussão teórica às práticas de modelagem matemática na sala de aula. Não há, entretanto, uma prescrição de que estes eixos devem seguir a ordem em que são apresentados, uma vez que ensino e aprendizagem podem não ser fases isoladas na formação do professor e teoria e prática são interdependentes no sentido de que uma está em diálogo constante com a outra. A estrutura proposta, alinha-se com recomendações de Oliveira (2020) de que

Se há a intenção de que a modelagem matemática seja incorporada às práticas, ela precisa ser incutida, debatida, experienciada e explorada, no campo da formação inicial e continuada de professores, como uma condição para que essas experiências sejam promovidas (Oliveira, 2020, p. 83)

Considerando essa assertiva, no presente artigo o olhar sobre as experiências com modelagem promovidas na formação inicial se volta para a inclusão de atributos de autenticidade nas atividades desenvolvidas.

ENCAMINHAMENTO METODOLÓGICO

A investigação de como a autenticidade de atividades de modelagem pode ser fomentada na formação do professor de matemática para a modelagem, vem subsidiada em uma pesquisa empírica realizada com uma turma de nove estudantes de um curso de Licenciatura em Matemática.

Especificidades do aprender e do ensinar modelagem matemática são abordadas consoante aos três eixos: aprender sobre modelagem, aprender por meio da modelagem matemática e ensinar usando modelagem matemática. Os dois primeiros são incluídos na disciplina de Modelagem Matemática; já o terceiro, ensinar usando modelagem, é explorado na disciplina de Estágio Supervisionado em que os professores em formação ministraram aulas para estudantes do Ensino Médio. Uma das autoras do presente artigo foi a professora que ministrou essas duas disciplinas.

Na disciplina de Modelagem Matemática foi oportunizado aos estudantes aprender o que caracteriza a modelagem matemática e como fazer modelagem. Nesta caracterização da modelagem, prezar a autenticidade nessas atividades foi discutida considerando os atributos que a qualificam (Almeida & Omodei, 2022) e a possibilidade de agregar estas especificidades ao desenvolvimento e atividades de modelagem na sala de aula.

O eixo aprender por meio da modelagem matemática foi incorporado desde o primeiro contato com a turma, sendo atividades de modelagem matemática inseridas ao longo das aulas da disciplina.

O Estágio Supervisionado no Ensino Médio foi o contexto da pesquisa na parte relativa ao eixo ensinar usando a modelagem matemática, incluindo: as orientações para o estágio, as discussões acerca dos planos de aula, a realização das aulas de modelagem matemática, que aconteceram durante a segunda parte do estágio supervisionado no Ensino Médio, as rodas de conversa acerca do estágio realizado e a escrita do relatório de estágio. As aulas no estágio foram realizadas em oficinas que aconteceram durante dois dias de cinco aulas em cada dia para turmas de 2ª série do Ensino Médio de uma escola pública no Norte do Paraná.

A coleta de informações no decorrer das atividades nos três eixos se deu por meio de gravação em áudio e vídeo, a entrega de relatórios pelos estudantes-professores (alunos do curso de Licenciatura em Matemática quando da realização de seu estágio supervisionado de docência), questionários respondidos pelos estudantes-professores, diário de campo da pesquisadora. O caminho metodológico segue orientações da abordagem qualitativa e interpretativa (Bogdan & Biklen, 1994).

A ESTRUTURA DE FORMAÇÃO E A AUTENTICIDADE EM ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA

A pesquisa empírica orientada pela estrutura relativa aos eixos aprender sobre modelagem e aprender por meio da modelagem aconteceu na disciplina de Modelagem Matemática no decorrer de 72 horas/aula.

Dentre os componentes fundamentais para a formação relativos ao eixo aprender sobre modelagem matemática está o conhecimento do futuro professor sobre o que é modelagem matemática no que diz respeito à compreensão dos elementos que a caracterizam. Para aprender sobre modelagem matemática e, particularmente, caracterizar a autenticidade nessas atividades, estudos e seminários foram realizados considerando referenciais

como Almeida, Silva e Vertuan, (2016). Além disso, atividades de modelagem com temáticas propostas pela professora também se incluem neste eixo.

Um exemplo dessas atividades tem como temática o Bonezão, estátua construída na entrada da cidade de Apucarana para chamar atenção a uma atividade relevante na cidade: as fábricas de bonés. A temática emergiu a partir da constatação de que familiares e amigos são profissionais que trabalham em fábricas de bonés na cidade (Figura 1), servindo isso de inspiração para o detalhamento da atividade e definição de problemas diferentes em cada grupo.

Figura 1

Detalhes da introdução da atividade indicando para autenticidade



Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Em termos gerais, é possível inferir a autenticidade nesse eixo a partir do entendimento dos estudantes de que uma atividade de modelagem matemática deve partir de problemas reais genuínos, a matemática deve emergir das demandas do estudo desses problemas e seu desenvolvimento deve incluir fases em que matemática e realidade são articulados.

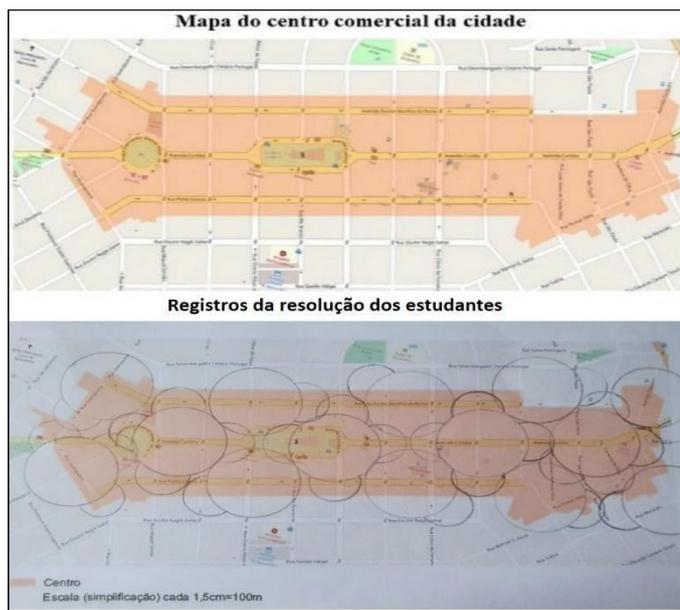
No eixo aprender por meio da modelagem matemática, os elementos principais são: o entendimento de como se desenvolve uma atividade de modelagem; a identificação de características da modelagem matemática; o desenvolvimento de atividades de modelagem em que a situação ou o problema são sugeridos pelo professor; a escolha de uma situação-problema e sua abordagem usando todas as fases, desde o pensar a situação-problema até a resolução, validação da resposta, apresentação e discussão com todos os integrantes da disciplina e elaboração do relatório. Neste eixo, a atenção da professora se voltou à identificação de atributos de autenticidade nas atividades bem como na incorporação destes atributos nas atividades em que as temáticas foram escolhidas pelos próprios estudantes.

Relativamente a este eixo, os três grupos desenvolveram e discutiram com seus pares atividades de modelagem. Exemplos dessas atividades incluem temáticas sugeridas pelos próprios estudantes: *Wi-fi* livre no centro da cidade (grupo 1); Pé sujo de barro? Nunca mais! (grupo 2); Fabricação e venda de cookies (grupo 3).

Na atividade do *Wi-fi livre no centro da cidade*, um mapa foi obtido na prefeitura para auxiliar na definição da localização de modems e repetidores na região central da cidade. A localização desses equipamentos foi simulada por diferentes técnicas, prevalecendo o uso do Geogebra para definir como seria a sua alocação no espaço (Figura 2) considerando que as regiões de alcance desses equipamentos são circulares.

Figura 2

Informações da atividade Wi-fi livre no centro da cidade

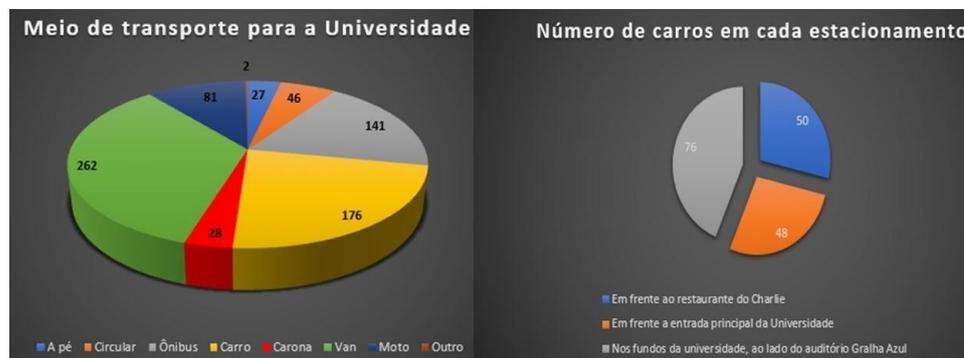


Fonte: Dados da pesquisa (2023).

A atividade *Pé sujo de barro, nunca mais!*, tem como temática a reforma do estacionamento do câmpus da universidade. Essa escolha dos estudantes decorre de dificuldades de estacionamento dos veículos nas dependências da universidade. A partir de uma pesquisa com os estudantes do turno noturno do câmpus, como mostra a Figura 3, o grupo teve acesso a quantos carros, motos, vans e ônibus o estacionamento deveria comportar (aproximadamente) e às melhorias sugeridas pelos estudantes. Os questionários foram respondidos por 762 estudantes (Figura 3).

Figura 3

Os dados coletados pelos alunos

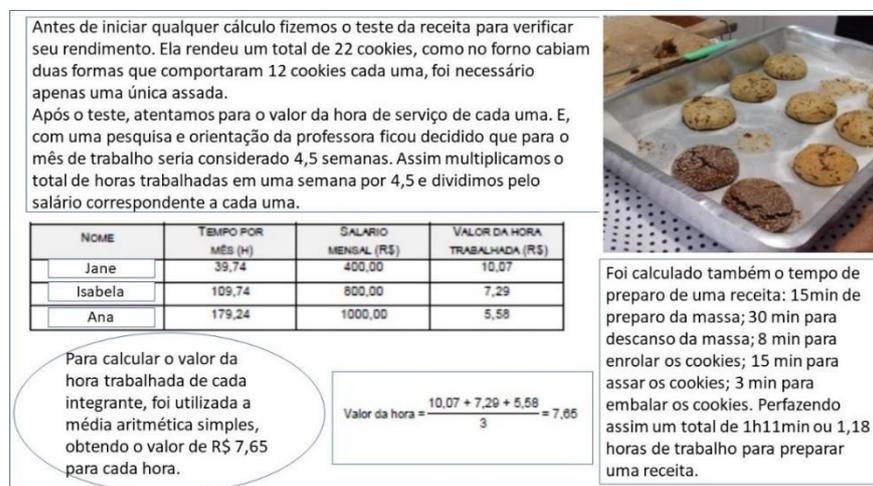


Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Na atividade relativa à fabricação e venda de cookies, a ideia inicial era investigar o que era mais vantajoso financeiramente: produzir cookies em casa ou comprá-los na universidade. Porém, as estudantes viram na atividade uma possibilidade de empreendedorismo e decidiram investigar qual deveria ser a produção de cookies para que pudessem deixar seus trabalhos remunerados e passarem a fabricar e vender cookies.

Figura 4

A atividade Fabricação e venda de cookies



Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Relativamente ao eixo ensinar usando modelagem, o principal elemento consiste no desenvolvimento de atividades de modelagem na prática docente. Neste caso, os três grupos desenvolveram com os estudantes do Ensino Médio durante as aulas de Estágio Supervisionado a atividade que cada grupo desenvolveu na disciplina de Modelagem Matemática. Ou seja, no Ensino Médio foram desenvolvidas as atividades com as temáticas *Wi-fi* livre no centro da cidade, Pé sujo de barro? Nunca mais! e Fabricação e venda de cookies.

É preciso ponderar, que nesse eixo e nessa circunstância do uso da modelagem matemática, os estudantes-professores propuseram para os alunos

do Ensino Médio a atividade que eles haviam realizado na disciplina de Modelagem Matemática. Neste caso, portanto, é preciso considerar que, ao mesmo tempo em que os alunos do Ensino Médio não tinham familiaridade com a modelagem matemática, os estudantes–professores estavam realizando sua primeira experiência como professores que usam modelagem matemática na sala de aula.

O que se pode observar, sobretudo, é que os estudantes-professores reproduziram, em alguma medida, ações e procedimentos que eles, enquanto estudantes da disciplina de Modelagem Matemática haviam vivenciado. Assim, por exemplo, iniciaram as atividades com as turmas do Ensino Médio pela formação de grupos e a entrega de informações sobre a situação para os grupos.

Em alguma medida os aspectos autênticos das atividades desenvolvidas na disciplina de Modelagem Matemática foram preservados quando da introdução da atividade nas aulas de Estágio Supervisionado. De fato, um dos alunos do grupo 3 (Roberto), ao se referir à introdução da atividade do *Wi-fi* para alunos do Ensino Médio, chama atenção para um desses aspectos:

Roberto: Por ser um conteúdo geralmente de interesse de jovens, que é o acesso à internet, pensamos em desenvolver essa atividade. Outro ponto [...] é que está presente na realidade dos estudantes, pois procuramos desenvolver em uma região da cidade que todos conhecem (Transcrição de gravação da apresentação dos estudantes).

Já na atividade de Fabricação e venda de cookies, o grupo apresentou dados e informações que eles mesmos, na disciplina de Modelagem Matemática, obtiveram para essa situação da realidade. Os grupos de alunos, de fato, se familiarizaram de forma surpreendente com a temática e se envolveram na atividade integralmente. Embora, do ponto de vista do uso da matemática não tenha sido realizada uma generalização, a situação investigada com os dados obtidos foi muito bem explorada, passando os grupos de alunos a, inclusive, criar marcas comerciais para a comercialização de seus produtos (Figura 5).

Figura 5

Resultados dos estudantes do Ensino Médio



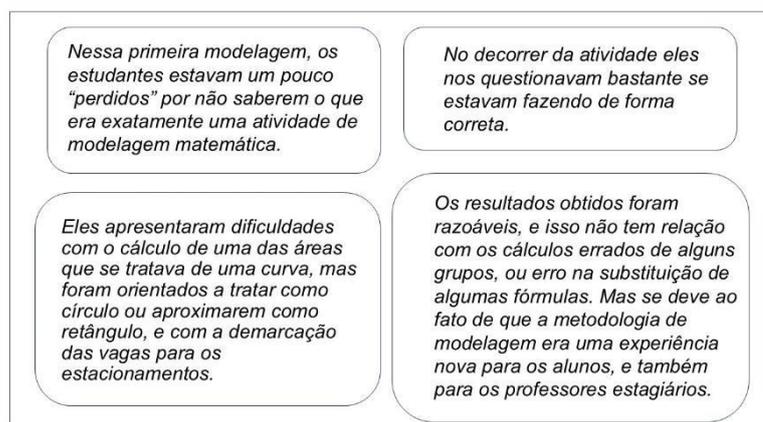
Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Relativamente à temática *Pé sujo de barro? Nunca mais!*, em suas ações na sala de aula, os estudantes-professores mostraram interesse em familiarizar os seus alunos com o tema, apresentando os dados da pesquisa realizada bem como

apontando para possíveis encaminhamentos para construir uma resposta sobre a possibilidade de construir um estacionamento no câmpus da universidade. Por outro lado, entretanto, também apontaram no seu relatório para aspectos desafiadores e em que não se consideram bem sucedidos, conforme indicam partes do relatório de estágio entregue pelos estudantes (Figura 6).

Figura 6

Observações dos estudantes sobre o desenvolvimento da atividade de modelagem matemática na escola



Fonte: Dados da pesquisa (2023).

RESULTADOS

A pesquisa empírica em que atividades de modelagem matemática foram desenvolvidas sinaliza para a identificação de atributos que caracterizam a autenticidade em atividades de modelagem e como esses atributos foram sendo incorporados às atividades a partir da formação do professor mediada pelos eixos: aprender sobre, aprender por meio e ensinar usando modelagem matemática.

O processo analítico em relação aos dados da pesquisa, nos permite identificar a compreensão e consolidação de aspectos autênticos manifestados no decorrer do envolvimento dos estudantes com a modelagem matemática. Uma síntese desses aspectos é apresentada na Tabela 1.

Tabela 1
Indícios de autenticidade do decorrer dos eixos de formação

Disciplina	Eixo	Exemplos de indícios de autenticidade	Atributos de autenticidade identificados
Disciplina de Modelagem Matemática	Aprender sobre a Modelagem Matemática	Estudo de textos e seminários: -modelagem matemática sempre deve partir de problemas reais genuínos. -indicar a pertinência e a intensidade das simplificações usadas; -a autenticidade decorre de todo o processo de modelagem e da relação entre modelador e situação; -as escolhas pedagógicas não podem superar as necessidades da abordagem matemática da situação;	(1) a matemática usada na atividade de modelagem deve emergir das necessidades da abordagem matemática da situação; (2) os estudantes devem experimentar diferentes estratégias e ferramentas (matemáticas, tecnológicas e empíricas); (3) as simplificações que conduzem a uma situação idealizada não podem descaracterizar a situação da realidade;
	Aprender por meio da Modelagem Matemática	Atividade O Bonezão - A temática emergiu a partir da constatação de que familiares e amigos são profissionais que trabalham em fábricas de bonés na cidade; Atividade Wi-Fi Livre -(Recorte de um diálogo): Roberto: Como o objetivo nesta atividade era encontrar a melhor distribuição dos equipamentos de internet que proporcionasse a maior cobertura com o menor custo, esse trabalho pode ser comparado ao realizado por empresas que participam de uma licitação, neste caso, para implantar a internet <i>wi-fi</i> no centro da cidade. -(Recorte do relatório entregue): Com o conceito de área, foi possível relacionar a área de alcance de um roteador.[...] Esse é um modelo satisfatório, mas nós também fizemos essa alocação usando o software Geogebra.	(4) Modelos matemáticos são sempre idealizações, mas que, buscando semelhança com a realidade, indicam como funciona a realidade. (5) Os resultados obtidos devem alcançar interesses e gerar discussões que extrapolam a sala de aula. (6) As escolhas pedagógicas não podem superar as necessidades da abordagem matemática da situação; (7) Deve haver um equilíbrio entre a orientação do professor e a autonomia do estudante de modo que prevalece a segunda

Disciplina de Modelagem Matemática	Aprender por meio da Modelagem Matemática	<p>Atividade Pé sujo nunca mais</p> <p>-a temática se constituiu a partir de coleta de dados com a comunidade universitária;</p> <p>-Recorte do relatório:</p> <p>Dividimos a área em que o estacionamento seria construído em três partes; duas aproximamos de figuras regulares e na outra usamos integral definida para calcular a área a ser pavimentada.</p> <p>Atividade Fabricação de Cookies</p> <p>-Transcrição de gravação:</p> <p>Vimos na atividade uma possibilidade de empreendedorismo e investigamos qual deveria ser a produção de cookies para que pudéssemos deixar o trabalho e passar a fabricar e vender cookies;</p> <p>-O grupo fez diferentes simulações (de receitas e de custos) para estimar lucros.</p> <p>Em todas as atividades:</p> <p>-Os estudantes não definiram conteúdos matemáticos <i>a priori</i>;</p> <p>- Os estudantes foram orientados na medida em que solicitavam auxílio ou quando equívocos eram identificados pela professora.</p>	<p>(1) a matemática usada na atividade de modelagem deve emergir das necessidades da abordagem matemática da situação;</p> <p>(2) os estudantes devem experimentar diferentes estratégias e ferramentas (matemáticas, tecnológicas e empíricas);</p> <p>(3) as simplificações que conduzem a uma situação idealizada não podem descaracterizar a situação da realidade;</p> <p>(4) Modelos matemáticos são sempre idealizações, mas que, buscando semelhança com a realidade, indicam como funciona a realidade.</p> <p>(5) Os resultados obtidos devem alcançar interesses e gerar discussões que extrapolam a sala de aula.</p> <p>(6) As escolhas pedagógicas não podem superar as necessidades da abordagem matemática da situação;</p> <p>(7) Deve haver um equilíbrio entre a orientação do professor e a autonomia do estudante de modo que prevalece a segunda</p>
------------------------------------	---	--	--

Estági o Superv isiona do Ensino Médio	Ensinar usando Modelagem Matemática	<p>Atividades desenvolvidas com estudantes no Estágio Supervisionado</p> <p>Transcrição de gravação. (Estagiária se dirigindo aos estudantes do Ensino Médio): - Vocês receberam o mapa central de Apucarana e está demarcado onde deveria ter internet. Então, o problema é fazer uma distribuição de modems e repetidores de sinal para que toda essa região tenha acesso à internet. Vocês conseguem pensar em como fazer isso? Dados do relatório: O grupo fez os cálculos de modo correto. Mas eles fizeram simplificações e não construíram os círculos de modo correto. Mas nós mostramos isso para eles quando entregaram.</p> <p>Um diálogo na atividade de Fabricação de cookies: Maria: vocês podem tomar as decisões que acharem necessárias, como, por exemplo, qual o salário de cada um, a quantidade que vão produzir. Também podem escolher os ingredientes da marca que preferirem. A1: Essa receita é de verdade? Pode fazer em casa? Maria: Sim. A2: Pode pegar um panfleto de cada mercado? Maria: Pode pegar quantos precisar. A1: Olha a manteiga. Vê se você acha mais barato. [Disse A1 para os outros alunos de seu grupo).</p>	<p>(8) Situações de interesse dos alunos promovem sua participação.</p> <p>(9) Deve haver um equilíbrio entre a orientação do professor e a autonomia do aluno.</p> <p>(10) A modelagem não pode ser integralmente autêntica se predomina o uso do conteúdo curricular prescrito.</p>
--	--	--	---

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

O que se pode concluir é que indicativos de autenticidade permeiam a formação do professor em modelagem matemática na estrutura para a formação indicada no artigo. De fato, permeada pela formação nos três eixos, a autenticidade passa a integrar o currículo, o planejamento das aulas, o objetivo de se fazer modelagem bem como a prática de sala de aula. Neste sentido, firma-se a assertiva de Kramarski et al. (2002) de que ser autêntica não é uma propriedade da situação investigada em si, mas da relação entre o solucionador e

a situação. Ou seja, as ações dos estudantes é que apontam para a presença da autenticidade em atividades de modelagem matemática.

Enquanto no eixo aprender sobre modelagem, os estudantes foram se familiarizando com características e especificidades da modelagem e que agregam a elas atributos autênticos, o eixo aprender por meio da modelagem lhes proporcionou a oportunidade de lidar com atividades e agregar a elas esses atributos. No eixo ensinar usando modelagem, por sua vez, no caso da pesquisa empírica aqui realizada e em que o contato com a modelagem enquanto professor se deu apenas em aulas de estágio, a autenticidade que se pode observar parece ser decorrente diretamente das experiências anteriores dos estudantes na disciplina de Modelagem Matemática. Informações do material coletado, entretanto, apontam para a identificação, pelos futuros professores, de aspectos que indicam autenticidade, como é o caso dos itens (7), (8) e (9) na última coluna do Quadro 1.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Articular a aprendizagem da modelagem matemática com o ensino usando modelagem matemática a partir do pressuposto de que os três eixos (aprender sobre, aprender por meio e ensinar usando) indicados em Almeida e Dias (2007), configuram uma formação em modelagem matemática e para a modelagem matemática, se mostra, na presente pesquisa, uma perspectiva com potencial para primar pela incorporação da autenticidade nas atividades de modelagem na sala de aula.

O encaminhamento apontado na presente pesquisa também encontra respaldo em resultados como é o caso de Barbosa (2001, p. 14), ao sugerir que a formação de professores deve exceder as experiências matemáticas com a modelagem matemática, “[...] é necessário envolvê-los com conhecimentos associados às questões curriculares, didáticas e cognitivas da modelagem na sala de aula, os quais só têm sentido na própria prática”.

Neste sentido, a formação de professores para a modelagem matemática no curso de Licenciatura em Matemática pode se fortalecer mediante o uso da modelagem em diferentes disciplinas e instâncias do curso. De fato, conforme ponderam Pollak e Garfunkel (2013, p. 12),

Problemas de modelagem devem ser problemas do mundo real e acreditamos que podemos ensinar esses problemas. Existem bons problemas ao nosso redor: muitas pessoas, inclusive nós, colocamos muito esforço para encontrar esses problemas. Mas acreditamos que ensinar um verdadeiro problema de modelagem leva tempo (Pollak & Garfunkel, 2013, p. 12).

O tempo a que nos referimos no presente artigo não é cronológico, mas é um tempo que inclui diferentes facetas da formação, que são aqui caracterizadas nos três eixos: aprender sobre, por meio e ensinar usando modelagem matemática. Incorporar às atividades de modelagem atributos autênticos é um processo que, conforme indicam os resultados aqui apresentados, pode ser fomentado na formação do professor para a modelagem assim estruturada.

REFERÊNCIAS

- Almeida, L. M. W. (2022). Uma abordagem didático-pedagógica da modelagem matemática. *VIDYA*, 42(2), 121-145.
<https://doi.org/10.37781/vidya.v42i2.4236>.
- Almeida, L. M. W., & Castro, E. M. V. (2023). Metacognitive strategies in mathematical modelling activities: structuring an identification instrument. *REDIMAT - Journal of Research in Mathematics Education*, 12, 210-228.
<http://dx.doi.org/10.17583/redimat.12926>.
- Almeida, L. M. W., & Dias, M. R. (2007). Modelagem Matemática em cursos de formação de professores. *Modelagem matemática na Educação Matemática Brasileira: pesquisas e práticas educacionais*. Recife: SBEM, 253-268.
- Almeida, L. M. W., & Omodei, L. B. C. (2022). Autenticidade em Atividades de Modelagem Matemática: em busca de um design. *Educação Matemática Pesquisa*, 24(3), 108-144. <https://doi.org/10.23925/1983-3156.2022v24i3p108-144>.
- Almeida, L. M. W. D., Ramos, D. C., & Silva, K. A. P. (2021). Ensinar e aprender o fazer Modelagem Matemática: uma interpretação semiótica. *Ciência & Educação*, 27, e21027. <https://doi.org/10.1590/1516-731320210027>.
- Almeida, L. M. W., & Silva, K. A. P. (2015). Práticas de Professores com Modelagem Matemática: algumas configurações. *Educação Matemática em Revista*, 6-15.
<https://www.sbembrasil.org.br/periodicos/index.php/emr/article/view/498>.
- Almeida, L. M. W., Silva, K. A. P., & Vertuan, R. E. (2016). *Modelagem Matemática na Educação Básica*. São Paulo, SP: Contexto.
- Barbosa, J. C. (2001). Modelagem matemática e os professores: a questão da formação. *Bolema*, 14(15), 5-23.
<https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/10622>.
- Barquero, B., Bosch, M., & Romo, A. (2018). Mathematical modelling in teacher education: dealing with institutional constraints. *ZDM*, 50, 31-43.
<https://doi.org/10.1007/s11858-017-0907-z>.
- Blum, W. (2015). Quality teaching of mathematical modelling: What do we know, what can we do?. In *The proceedings of the 12th international congress on mathematical education* (pp. 73-96). Springer, Cham.
https://doi.org/10.1007/978-3-319-12688-3_9.
- Brasil, M. E. C. (2018). *Base nacional comum curricular*. Brasília-DF: MEC, Secretaria de Educação Básica. <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>.

- Braz, B. C., & Kato, L. A. (2017). Desenvolvimento profissional no contexto da formação inicial: uma discussão sobre as aprendizagens concernentes à Modelagem Matemática. *REPPE-Revista de Produtos Educacionais e Pesquisas em Ensino*, 1(1), 119-140.
<https://seer.uenp.edu.br/index.php/reppe/article/view/904>.
- Carreira, S., & Baioa, A. M. (2018). Mathematical modelling with hands-on experimental tasks: On the student's sense of credibility. *ZDM*, 50(1), 201-215. <https://doi.org/10.1007/s11858-017-0905-1>.
- Castro, E. M. V., & Almeida, L. M. W. (2023). A natureza individual ou colaborativa de estratégias metacognitivas e seus desdobramentos para a modelagem matemática. *Acta Scientiae*, 25(3), p. 1-25, 2023.
<https://doi.org/10.17648/acta.scientiae.7564>.
- Ferri, R. B. (2018). *Learning how to teach mathematical modeling in school and teacher education*. New York: Springer International Publishing.
<https://doi.org/10.1007/978-3-319-68072-9>.
- Forner, R., & Malheiros, A. P. S. (2020). Constituição da práxis docente no contexto da Modelagem Matemática. *Bolema*, 34(67), 501-521.
<https://doi.org/10.1590/1980-4415v34n67a08>.
- Galbraith, P. (2007). Authenticity and goals—overview. *Modelling and Applications in Mathematics Education: The 14 th ICMI Study*, 181-184. v. 10. Springer, Boston, MA. https://doi.org/10.1007/978-0-387-29822-1_17.
- Galbraith, P. (2013). From conference to community: An ICTMA journey—The Ken Houston inaugural lecture. In *Teaching mathematical modelling: Connecting to research and practice*. 27-45. Dordrecht: Springer Netherlands. https://doi.org/10.1007/978-94-007-6540-5_2.
- Galbraith, P. (2015). Modelling, education, and the epistemic fallacy. In *Mathematical modelling in education research and practice: Cultural, social and cognitive influences* (pp. 339-349). Cham: Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-319-18272-8_28.
- Geiger, V., Galbraith, P., Niss, M., & Delzoppo, C. (2022). Developing a task design and implementation framework for fostering mathematical modelling competencies. *Educational Studies in Mathematics*, 109(2), 313-336.
<https://doi.org/10.1007/s10649-021-10039-y>.
- Kaiser, G., & Schwarz, B. (2010). Authentic modelling problems in mathematics education—examples and experiences. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 31(1), 51-76. <https://doi.org/10.1007/s13138-010-0001-3>.
- Kramarski, B., Mevarech, Z. R., & Arami, M. (2002). The effects of metacognitive instruction on solving mathematical authentic tasks. *Educational studies in mathematics*, 49, 225-250. <https://doi.org/10.1023/A:1016282811724>.

- Malheiros, A. P. S., Forner, R., & Souza, L. B. (2020). Formação de professores em Modelagem e a escola: que caminhos perseguir?. *Revista Brasileira de Educação em Ciências e Educação Matemática*, 4(1), 01-22. <https://doi.org/10.33238/ReBECCEM.2020.v.4.n.1.24566>.
- Mutti, G. D. S. L., & Klüber, T. E. (2018). Aspectos que constituem práticas pedagógicas e a formação de professores em modelagem matemática. *Alexandria*, 11(2), 85-107. <https://doi.org/10.5007/1982-5153.2018v11n2p85>.
- Oliveira, W. P. (2020). *Modelagem Matemática no Estágio Pedagógico: uma investigação fenomenológica*. [Tese de Doutorado em Educação para a Ciência e a Matemática]. Universidade estadual de Maringá. Repositório da UEM. <http://repositorio.uem.br:8080/jspui/handle/1/5919>.
- Oliveira, A. M. P., Campos, I. S., & Silva, M. S. (2009). As estratégias do professor para desenvolver modelagem matemática na sala de aula. *Boletim GEPEM*, 55(3), 175-192.
- Omodei, L. B. C. (2021). *Autenticidade em Atividades de Modelagem Matemática: da Aprendizagem para o Ensino em um Curso de Formação de Professores*. [Tese de Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática]. Universidade Estadual de Londrina. Repositório da UEL. <https://pos.uel.br/pecem/teses-dissertacoes/autenticidade-em-atividades-de-modelagem-matematica-da-aprendizagem-para-o-ensino-em-um-curso-de-formacao-de-professores-divulgacao-em-22-06-2023/>.
- Omodei, L. B. C., & ALMEIDA, L. M. W. (2022). Formação do professor em modelagem matemática: da aprendizagem para o ensino. *Revista Eletrônica de Educação Matemática*, 1-24. <https://doi.org/10.5007/1981-1322.2022.e82597>.
- Palm, T. (2007). Features and impact of the authenticity of applied mathematical school tasks. In *Modelling and applications in mathematics education: The 14th ICMI study* (pp. 201-208). Boston, MA: Springer US. https://doi.org/10.1007/978-0-387-29822-1_20.
- Palm, T. (2009). Theory of authentic task situations. In *Words and worlds* (pp. 1-19). Brill. Sense Publishers; Rotterdam, 3-20. https://doi.org/10.1163/9789087909383_002.
- Pollak, H., & Garfunkel, S. (2013) A View of Mathematical Modeling in Mathematics Education. *Journal of Mathematics Education at Teachers College*. <https://doi.org/10.7916/jmetc.v0i0.658>.
- Schwarzkopf, R. (2007) Elementary Modelling In Mathematics Lessons: The Interplay Between "Real-World" Knowledge And "Mathematical Structures". *Modelling and applications in mathematics education: The 14th ICMI study*. New York: Springer. 185-192. https://doi.org/10.1007/978-0-387-29822-1_21.

- Silva, K. A. P., & Almeida, L. M. W. (2019). Formação do Professor de Matemática no Contexto de Atividades de Modelagem Matemática In: *Anais do XIII ENEM – Encontro Nacional de Modelagem na Educação Matemática* (pp. 1-14). Cuiabá, MT. Universidade Estadual do Mato Grosso – UNEMAT.
- Sousa, B., & Almeida, L. (2021). Formação do professor em Modelagem Matemática: um olhar sobre o conhecimento pedagógico do conteúdo. *Revista de Ensino de Ciências e Matemática*, 12(2), 1-28.
<https://doi.org/10.26843/rencima.v12n2a05>.
- Spooner, K. (2017). Authentic mathematical modelling experiences of Upper Secondary School: A case study. In *Mathematical Modelling and Applications: Perspectives on the Teaching and Learning of Mathematical Modelling*. Springer (pp. 627-637). https://doi.org/10.1007/978-3-319-62968-1_52.
- Tambarussi, C. M., & Klüber, T. E. (2016). Formação de professores e a Modelagem Matemática na Educação Básica. *Modelagem matemática*, 131.
<https://doi.org/10.7476/9788577982325.0008>.
- Trindade, S. L., & Silva, K. A. P. (2024). Uma análise das heurísticas na aprendizagem estratégica em uma atividade de modelagem matemática. *Actio: Docência em Ciências*, v. 8, p. 1-20. [10.3895/actio.v9n2.18473](https://doi.org/10.3895/actio.v9n2.18473).
- Vos, P. (2011). What is ‘authentic’ in the teaching and learning of mathematical modelling? In: *Trends in teaching and learning of mathematical modelling: ICTMA 14*, Springer, 713-722. https://doi.org/10.1007/978-94-007-0910-2_68.
- Vos, P. (2015). Authenticity in extra-curricular mathematics activities: Researching authenticity as a social construct. In *Mathematical modelling in education research and practice: Cultural, social and cognitive influences* (pp. 105-113). Cham: Springer International Publishing.
https://doi.org/10.1007/978-3-319-18272-8_8.
- Vos, P. (2018). “How Real People Really Need Mathematics in the Real World” — Authenticity in Mathematics Education. *Education Sciences*, 8(4), 195.
<https://doi.org/10.3390/educsci8040195>.

Recebido: 27 jul. 2024

Aprovado: 28 nov. 2024

DOI: <https://doi.org/10.3895/actio.v9n3.18891>

Como citar:

Omodei, Leticia Barcaro Celeste & Almeida, Lourdes Maria Werle. (2024). Formação do professor e autenticidade em atividades de modelagem matemática. *ACTIO*, 9(3), 1-20.

<https://doi.org/10.3895/actio.v9n3.18891>

Correspondência:

Leticia Barcaro Celeste Omodei

Av. Minas Gerais, 5021 - Núcleo Hab. Adriano Correia, Apucarana, Paraná, Estado, Brasil.

Direito autoral: Este artigo está licenciado sob os termos da Licença Creative Commons-Atribuição 4.0 Internacional.

