ACTIO: Docência em Ciências
ISSN: 2525-8923

http://periodicos.utfpr.edu.br/actio

Formulação e resolução de problemas a partir de "uma pergunta"

Maria Solange dos Santos Gama
educsolsantos@gmail.com
orcid.org/0009-0006-1250-8401
Universidade Federal Rural de Pernambuco (UFRPE), Recife, Pernambuco, Brasil

Elisângela Bastos de Melo Espíndola
elisangela.melo@ufrpe.br
orcid.org/0000-0002-3769-0768
Universidade Federal Rural de Pernambuco (UFRPE), Recife, Pernambuco, Brasil

RESUMO

Este artigo é fruto de uma dissertação de mestrado desenvolvida no Programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciências (PPGEC). No presente trabalho, tomamos por objetivo analisar a formulação e resolução de problemas (FRP) a partir de uma pergunta, envolvendo os conceitos de volume e capacidade, feita por alunos egressos do Ensino Médio. Fundamentamos a pesquisa na Teoria dos Campos Conceituais (TCC), pondo em relevo os tipos de situações que dão sentido aos conceitos de volume e capacidade (medição, comparação e produção) e os esquemas mobilizados pelos alunos na FRP. A pesquisa teve como lócus uma Escola de Aprendizes-Marinheiros (EAM), localizada na região metropolitana de Recife-Pernambuco. Contamos com a participação de 61 alunos, sendo esses distribuídos em três turmas. Cada aluno foi solicitado a formular e resolver um problema a partir da pergunta: Quantos copos de suco a jacubeira moderna fornece a mais do que a jacubeira antiga? Os critérios de análise foram norteados pela identificação dos tipos de situações, regras de ação e invariantes operatórios dos problemas formulados e resolvidos pelos alunos. Sobre o tipo de atividade para FRP, destacamos que vários alunos utilizaram uma pergunta diferente da que foi proposta. A maioria dos alunos formulou problemas em torno de situações de medição (relacionadas à transformação de unidades de medida e operacionalização de medidas) e situações de comparação. Identificamos a atribuição de medidas das dimensões do objeto (jacubeira) incoerentes com a realidade, ou seja, muito grandes para esse tipo de objeto, o que revela a dificuldade dos alunos em estimar medidas de comprimento, de capacidade e de volume.

PALAVRAS-CHAVE: Formulação de problemas. Resolução de problemas. Volume. Capacidade. Teoria dos campos conceituais.

INTRODUÇÃO

Este artigo se insere em uma pesquisa mais ampla, desenvolvida em uma dissertação de mestrado no Programa de Pós-graduação em Ensino das Ciências (PPGEC) sobre a formulação e resolução de problemas acerca dos conceitos de volume e capacidade a partir da proposta de diversos tipos de atividades, tais como: uma resposta, figuras, continuar o problema, criar um parecido, uma sentença. Em particular, tomamos, no presente trabalho, o objetivo de analisar a formulação e resolução de problemas (FRP) a partir de uma pergunta. Vale ressaltar que nesse tipo de atividade, "a pergunta pode ser proposta segundo o objetivo do professor em querer ressaltar uma operação, destacar palavras específicas da linguagem matemática, propiciar o surgimento de problemas mais abertos etc." (CHICA, 2001, p. 164).

De acordo com o dicionário Houaiss, a palavra formulação, que adotamos neste trabalho, traz como um dos seus significados o "processo de criar e dar forma a (uma ideia, uma teoria etc.)" (HOUAISS; VILLAR; FRANCO; 2001, p. 918). Nos trabalhos relacionados a atividades de criação de problemas, os termos comumente utilizados, além da formulação, são elaboração e proposição. Possamai e Allevato (2022, p. 6) esclarecem que "[...] utilizamos o termo criação de problemas para nos referirmos ao conjunto de ideias e ações indicadas como elaboração, formulação e proposição de problemas". Embora possamos encontrar na literatura usos diferenciados para os termos elaboração, proposição e formulação de problemas, segundo Silveira e Andrade (2022), todos advêm da "proposição de problemas". Esses autores explicam que:

> O tema Proposição de problemas aparece na literatura com diversas denominações. Em inglês, é nomeado "Problem posing", o qual, ao ser traduzido por pesquisadores do mundo inteiro, surge designado como Formulação de problemas, Proposição de problemas, Criação de problemas, entre outros (SILVEIRA; ANDRADE, 2022, p. 3).

Tratamos a formulação de problemas associada à resolução de problemas. Nessa direção, concordamos com Boavida et al. (2008), ao considerarem que "encorajar os alunos a escrever, a partilhar e a resolver os seus próprios problemas, é um contexto de aprendizagem muito rico para o desenvolvimento da sua capacidade de resolução de problemas".

Por outro lado, Silveira e Andrade (2022, p.3) consideram que "a proposta em trabalhar com a Resolução de problemas em sala de aula compreende, ao trabalhar com a Proposição de problemas, ir além da resolução do problema e da sua solução". Para esses autores, a proposição de problemas, além de possibilitar ampliar os conceitos matemáticos que estão sendo construídos, é relevante devido ao fato de "os alunos deixarem de ser meros expectadores para serem autores em sala de aula" (SILVEIRA; ANDRADE, 2022, p. 6).

A associação da elaboração/formulação de problemas com a resolução de problemas tem sido registrada nos documentos curriculares brasileiros. Como afirmam Possamai e Allevato (2022, p. 2), esses documentos contêm orientações no sentido de que "os problemas a serem resolvidos sejam criados não apenas pelos professores, mas, também, pelos estudantes". A propósito disto, na Base

Nacional Comum Curricular (BNCC), para os anos iniciais do Ensino Fundamental, adverte-se sobre as habilidades que começam por resolver e elaborar problemas:

> Nessa enunciação está implícito que se pretende não apenas a resolução do problema, mas também que os alunos reflitam e questionem o que ocorreria se algum dado do problema fosse alterado ou se alguma condição fosse acrescida ou retirada (BRASIL, 2018, p.277).

Para os anos finais do Ensino Fundamental, na BNCC, recomenda-se que os alunos desenvolvam a capacidade de abstrair o contexto, apreendendo relações e significados para aplicá-los em outros contextos. “Para favorecer essa abstração, é importante que os alunos reelaborem os problemas propostos após os terem resolvido” (BRASIL, 2018, p. 299). No que se refere ao Ensino Médio, salienta-se o aproveitamento de todo o potencial já adquirido pelos estudantes no Ensino Fundamental.

> Isso significa que novos conhecimentos específicos devem estimular processos mais elaborados de reflexão e de abstração, que deem sustentação a modos de pensar que permitam aos estudantes formular e resolver problemas em diversos contextos com mais autonomia e recursos matemáticos (BRASIL, 2018, p. 528-529).

Diante do exposto, constatamos a relevância na BNCC (BRASIL, 2018) dada à elaboração de problemas pelos alunos. Contudo consideramos que essa atividade ainda carece de pesquisas sobre os tipos de problemas formulados, bem como sobre os conhecimentos e estratégias que eles mobilizam ao formularem seus problemas. Nessa perspectiva, valemo-nos da Teoria dos Campos Conceituais (VERGNAUD, 1990) como suporte a este trabalho, levando em consideração algumas pesquisas que já a utilizaram para discutir a resolução de problemas sobre volume e capacidade e a formulação de problemas no campo conceitual das estruturas multiplicativas (FIGUEIREDO, 2013; MELO, 2018; LEÃO, 2020; SPINILLO et al., 2017). Ao tomarmos como norte a Teoria dos Campos Conceituais (TCC) para análise dos problemas formulados e resolvidos pelos alunos, buscamos identificar os tipos de situações que envolvem os conceitos de volume e capacidade. Além disso, propusemo-nos a responder à indagação: Quais regras de ação e invariantes operatórios se apresentam como os mais recorrentes na FRP pelos alunos? Quais as dificuldades apresentadas pelos alunos na FRP?

Para melhor compreensão de nosso trabalho, expomos, a seguir, algumas considerações sobre a FRP e a TCC antes de refinarmos a metodologia e a análise e discussão dos resultados.

A TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS E O CAMPO CONCEITUAL DE VOLUME E CAPACIDADE

Na TCC, considera-se que as situações dão sentido aos conceitos matemáticos, mas o sentido não está nas situações em si mesmas, nem também nas palavras e nos símbolos matemáticos. “Mais precisamente, são os esquemas evocados pelo sujeito individual por uma situação ou por um significante que constituem o sentido desta situação ou deste significante para este indivíduo.” (VERGNAUD, 1990, p.158).

Vergnaud (2002a) apresenta duas definições sobre “esquema”: Definição 1. O esquema é uma organização invariante da atividade para uma dada classe de situações. Definição 2. Um esquema compreende necessariamente quatro componentes. Na primeira definição, ressalta-se que é a organização da atividade que é invariante e não a atividade ou a conduta. Pois um esquema não é um estereótipo. Ele gera uma diversidade de condutas e de atividades, segundo as características particulares das situações encontradas. Vergnaud (2002a) afirma que, para estudar a atividade dos indivíduos, é necessário identificar as diferentes categorias de situações com as quais eles são confrontados.

> A relação entre os conceitos de situação e de esquema é fundamentalmente dialética, no sentido de que não há esquema sem situação como também não há situação sem esquema. Visto que é o esquema que permite identificar uma situação como fazendo parte de uma certa classe. Eu digo bem uma classe porque o esquema se endereça efetivamente a uma classe de situações (VERGNAUD, 2005, p. 125-126).

Sobre a segunda definição, os quatro componentes do esquema são:

> 1. Metas e antecipações (um esquema se dirige sempre a uma classe de situações nas quais o sujeito pode descobrir uma possível finalidade de sua atividade e, eventualmente, submetas; pode também esperar certos efeitos ou certos eventos);
> 2. Regras de ação do tipo "se ...então" que constituem a parte verdadeiramente geradora do esquema, aquela que permite a geração e a continuidade da sequência de ações do sujeito; são regras de busca de informação e controle dos resultados da ação;
> 3. Invariantes operatórios (teoremas em ação e conceitos em ação) que dirigem o reconhecimento, por parte do indivíduo, dos elementos pertinentes à situação; são os conhecimentos contidos nos esquemas; são eles que constituem a base, implícita ou explícita, que permite obter a informação pertinente e dela inferir a meta para alcançar as regras de ação adequadas;
> 4. Possibilidades de inferência (ou raciocínios) que permitem “calcular", "aqui e agora”, as regras e antecipações a partir das informações e invariantes operatórios de que dispõe o sujeito, ou seja, toda a atividade implicada nos três outros ingredientes requer cálculos "aqui e imediatamente" em situação (MOREIRA, 2002, p. 12-13).

Acerca das metas e antecipações, estas são relacionadas aos objetivos e subobjetivos. Os objetivos são considerados como o componente intencional dos esquemas. Ou seja, os objetivos fornecem aos esquemas sua funcionalidade. As regras de ação se articulam à tomada de informação e de controle - sua função é produzir a atividade e a conduta. Vergnaud (1985, p. 250) explica que “as regras de ação constituem um nível relativamente próximo da ação observável”. As regras dizem respeito ao componente gerador; haja vista que geram uma série de ações para atingir um dado objetivo. “[...] As regras constituem a parte generativa do esquema, aquela que é mais imediatamente responsável pelo curso temporal do comportamento e da atividade” (VERGNAUD, 2002b, p. 7).

Os invariantes operatórios configuram-se como o componente propriamente epistêmico do esquema. Sendo assim, os objetos, propriedades, relações e processos que o pensamento recorta no real para organizar a ação constituem o núcleo duro da representação do que é necessário fazer em uma dada situação. Sem esses componentes, nem as inferências, nem as regras de ação, nem as predições, nem os significantes têm sentido (VERGNAUD, 1985).

As possibilidades de inferência em situação são consideradas como "indispensáveis ao funcionamento do esquema em cada situação particular, hic et nunc” (VERGNAUD, 1993, p. 6). Em razão dessa característica, esse componente do esquema possibilita “calcular” objetivos, regras e antecipações. Nesse sentido, Coulet (2007) enfatiza a dimensão estratégica das inferências, o que nos remete a certas operações de pensamento do sujeito sobre as consequências de suas ações, sejam por um viés sistemático ou mesmo oportunista, por exemplo, para a escolha de uma alternativa entre várias, dependendo de suas vantagens e desvantagens.

Pelo exposto, tratamos de tomar como norte, para a atividade de FRP envolvendo os conceitos de volume e capacidade, os componentes dos esquemas, relativos aos aspectos intencionais, geradores e epistêmicos, ou seja, as metas e antecipações, regras de ação, tomada de informação e controle e invariantes operatórios. Ademais, focamos nosso olhar sobre as situações do campo conceitual de volume e capacidade.

Ponderamos que a compreensão sobre os conceitos de volume e capacidade pode influenciar a FRP pelos alunos. Nesse sentido, buscamos algumas considerações de autores que abordam e reconhecem a relação que existe entre esses conceitos. Figueiredo (2013) pontua que:

> O conceito de volume pode ser entendido como por exemplo: o espaço que ocupa um corpo em relação a outros objetos, ou a quantidade de unidades que formam o corpo, ou o espaço ocupado ao submergir um objeto em um líquido, entre outras. Portanto, o conceito de volume está relacionado com outras propriedades dos corpos (físicas e químicas) e com características físicas e geométricas dos objetos (FIGUEIREDO, 2013, p. 34).

Van Der Mer (2017, p. 38) discute que volume é “a quantidade de espaço ocupado por um corpo ou a capacidade de armazenamento que o corpo possui (caso seja oco, desprezem-se as paredes e seja possível utilizá-lo como recipiente)”. Leão (2020, p. 49) define capacidade como o volume interno de um recipiente, explicando que: “Nesse caso, volume é um conceito mais geral, ou seja, capacidade é um caso particular de volume. Um sólido maciço tem volume, mas não tem capacidade, enquanto um sólido oco tem volume e capacidade”. Lima e Bellemain (2010) reforçam essa afirmação ao assinalarem que:

> Quando o objeto considerado é um recipiente – objeto com espaço interno disponível – surge o conceito de capacidade, que nada mais é do que o volume da parte interna de tal objeto. Assim, volume e capacidade são a mesma grandeza, em contextos diferentes (LIMA; BELLEMAIN, 2010, p. 192).

Segundo Leão (2020), a diferença entre o volume e a capacidade em seus aspectos dimensionais pode ser de difícil compreensão pelos alunos. A propósito disso, ela explica que “o tratamento da grandeza volume pode ser tridimensional, quando referente às três dimensões de certo objeto, como pode ser unidimensional ao tratar de líquidos ou de contagem linear” (LEÃO, 2020, p.83).

A respeito do campo conceitual de volume, Oliveira (2007) ressalta que no sentido matemático, o estudo desse campo recorre a um conjunto de situações cuja origem está na geometria.

> Nesse caso, usam-se sólidos geométricos, estudam-se situações que permitem calcular a medida de alguns desses sólidos como paralelepípedos, cilindros, cones dentre outros. Esses estudos de medição recorrem às estruturas aditivas e às multiplicativas. Além dessas características, o campo conceitual inclui um conjunto de representações, conceitos e teoremas, que interagem com as situações referentes (OLIVEIRA, 2007, p.77).

Com base na classificação de Baltar (1996) sobre as situações que dão sentido ao conceito de área, a saber: "medida, comparação e produção"; outros pesquisadores adotaram essa classificação para o conceito de volume, a exemplo de Morais (2013), Figueiredo (2013) e Melo (2018), bem como para o conceito de capacidade (LEÃO, 2020).

Sobre as situações de medição, Morais (2013) e Figueiredo (2013) apresentam como possíveis estratégias mobilizadas pelos alunos neste tipo de situação: contagem de unidades (contar sólidos unitários), uso de fórmulas, uso do princípio de Cavalieri, imersão, preenchimento (para os sólidos ocos é possível medir sua capacidade, preenchendo-o com um líquido e observando a quantidade utilizada no preenchimento), transbordamento e estimativas. Esses tipos de variações são refinados à luz de duas categorias de situações de medição: transformação de unidades e operacionalização de medidas. Em situações de transformação de unidades, o aluno dispõe da estratégia de medir o volume de um mesmo sólido, usando unidades diferentes. Por exemplo:

> Medir o volume de sólido formado por cubinhos de 1cm de aresta, pode ter como resposta o par número/unidade de medida de volume cubinhos ou o par número/unidade de medida cm3. Para a conversão de unidades, o aluno deverá utilizar a estratégia de converter uma unidade de volume em outra, ou seja, de uma unidade de medida para um de seus múltiplos ou submúltiplos, ou de uma unidade de medida de volume para uma unidade de medida de capacidade, ou vice-versa (FIGUEIREDO, 2013, p. 40).

Segundo Morais (2013, p. 48), a situação de operacionalização de volumes "consiste em efetuar uma operação matemática com volumes permanecendo no quadro das grandezas". Nesse subtipo de situação:

> Intervêm as estratégias adicionar/subtrair volumes e multiplicar/dividir volume por um escalar, as quais são caracterizadas por uma operação envolvendo volumes. Do ponto de vista conceitual, esse tipo de situação permite compreender que dois volumes podem ser adicionados/subtraídos, bem como multiplicados/divididos por um escalar, evidenciando características de uma grandeza (MORAIS, 2013, p. 48).

As situações de comparação consistem em decidir, para um determinado conjunto de sólidos, qual deles tem maior/menor volume ou se têm volumes iguais. Vale ressaltar que, nas situações de comparação que envolvem dois sólidos, podemos determinar diretamente qual deles possui volume maior/menor ou se possuem volumes iguais. Enquanto, conforme Morais (2013, p. 50), "as situações de produção caracterizam-se pela produção de um sólido com volume menor, maior ou igual a um volume dado, e têm como estratégias composição, decomposição-recomposição e princípio de Cavalieri".

Diante do exposto, buscamos tomar como suporte esses tipos de situações (medição, comparação e produção) para analisar os problemas formulados e resolvidos pelos alunos, sem perder de vista os componentes dos esquemas (as metas e antecipações, regras de ação e invariantes operatórios), pelos procedimentos metodológicos que detalhamos a seguir.

METODOLOGIA

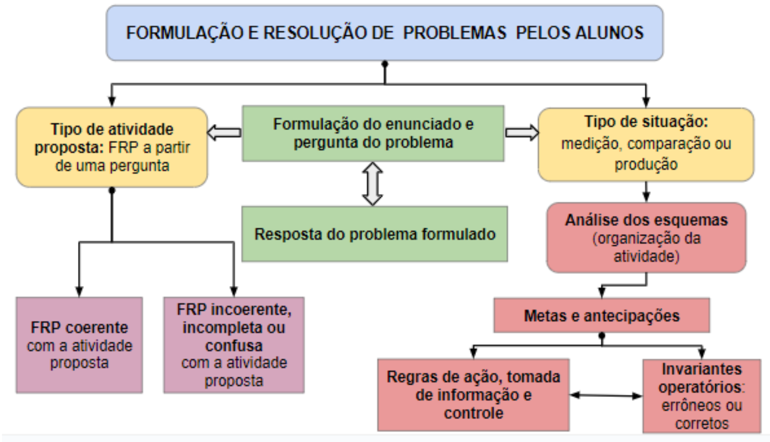
No presente trabalho, propusemos aos alunos a formulação e resolução de problemas (FRP) a partir de uma pergunta. Conforme Chica (2001, p. 164), neste tipo de atividade, "a pergunta direciona o raciocínio a ser realizado, a operação conveniente, a tomada de decisão ou a busca de uma estratégia a ser realizada”. Dessa forma, solicitamos aos alunos: “Crie um problema para a pergunta: quantos copos de suco a jacubeira moderna fornece a mais do que a jacubeira antiga? E, resolva-o”. Sendo assim, voltamos nosso olhar para: o aluno construiu o enunciado do problema e a resposta deste, coerente ou incoerente com a pergunta fornecida?

Na atividade proposta, não foi indicado o formato do copo, bem como, nenhum tipo de medida do Sistema Métrico Decimal (SMD). O aluno poderia considerar, ou não, o copo como uma unidade de medida não convencional. Destacamos que o objeto físico “jacubeira” faz parte do cotidiano dos alunos de uma Escola de Aprendizes-Marinheiros (EAM) da região metropolitana de Recife – Pernambuco, lócus da pesquisa. Nesse utensílio, é armazenado o suco que é servido nas refeições dos alunos.

Em particular, propusemos a FRP a partir da referida pergunta no âmbito da disciplina de Matemática I, que é cursada por todos os alunos do Curso de Formação de Marinheiros (C-FMN). Tal disciplina tem por objetivo desenvolver relações entre conceitos matemáticos e situações do cotidiano do trabalho marinheiro. Na presente pesquisa, os problemas foram formulados e resolvidos por 61 alunos, sendo 20 alunos da turma A, 23 alunos da turma B e 18 alunos da turma E. Cada participante foi designado de acordo com a turma à qual pertence, seguido de uma numeração. Por exemplo, os alunos da turma A: A1, A2, etc.

Sobre a identificação das classes de situações e das formas de organização da atividade (esquemas), consideramos o quão importante é identificarmos as características mais determinantes que permitem reconhecer a diferença entre uma e outra, e entre um esquema e outro para a mesma classe de situações (SAMURÇAY; VERGNAUD, 2000). Na Figura 1, apresentamos a modelização que desenvolvemos para a análise da FRP pelos alunos à luz da Teoria dos Campos Conceituais (TCC).

Figura 1: Modelização para a análise da FRP



Fonte: Autoria própria (2023).

No que concerne ao exposto na Figura 1, a partir da leitura minuciosa dos problemas formulados e resolvidos pelos alunos, analisamos os elementos:

- Metas e antecipações - como os alunos tomaram para si o objetivo da atividade proposta: Formular e resolver um problema a partir da pergunta "quantos copos de suco a jacubeira moderna fornece a mais do que a jacubeira antiga?";
- Tipo de situação - a situação apresentada pelo aluno: medição, comparação e/ou produção;
- Regras de ação, tomada de informação e controle - a sequência dos dados apresentados pelo aluno no enunciado do problema. E a análise de sua resolução a fim de identificarmos alguns elementos implícitos neste. Por fim, os elementos similares e diferentes nas regras de ação e agrupamento daqueles mais frequentes;
- Invariantes operatórios - em alguns casos, a identificação dos conhecimentos mobilizados pelos alunos logo no enunciado do problema, e, em outros, a partir da análise da resolução do problema formulado. Neste processo, a identificação de teoremas em ação e conceitos em ação corretos ou errôneos, referentes ao campo conceitual de volume e capacidade, foram tomados por base para verificar se a FRP estava coerente ou incoerente, incompleta ou confusa com a atividade proposta. Além disso, também verificamos as representações simbólicas em cena.

Pelo exposto, nos casos particulares de FRP incoerente, incompleta ou confusa, detivemo-nos a analisar as dificuldades apresentadas pelos alunos a partir da pergunta fornecida à FRP e dos teoremas em ação errôneos. Isto ocorreu em relação à FRP de 13 dos 61 alunos. Em relação aos demais casos, organizamos os resultados em quadros, indicando as similaridades mais frequentes dos componentes da organização invariante da FRP.

Na atividade proposta de FRP, do ponto de vista dos conceitos de volume e capacidade e das situações que lhes dão sentido, dois aspectos são abordados: a unidimensionalidade e a tridimensionalidade. Com base em Melo (2018, p. 33), “a passagem de uma concepção unidimensional de volume para uma tridimensional está relacionada com a passagem do campo das estruturas aditivas para o campo das estruturas multiplicativas”.

Em uma perspectiva unidimensional, levando-se em conta o campo das estruturas aditivas, nas situações de comparação, é possível comparar duas quantidades – denominadas referente e referido – existindo sempre uma relação entre elas (MAGINA et al., 2001). No nosso caso, a pergunta do problema fornecida ao aluno pode ser considerada uma situação de comparação positiva com a relação desconhecida, pois a medida da jacubeira moderna é apontada em relação à medida da jacubeira antiga (a jacubeira moderna fornece mais copos de suco do que a antiga). Assim, a medida da jacubeira antiga é a referência (o referente) para se obter a medida da jacubeira moderna que, neste caso, é o referido.

Em virtude disso, fizemos a suposição de ser possível, na FRP, o aluno indicar a medida (quantidade de copos) da jacubeira antiga, e a medida da jacubeira moderna (maior do que a antiga) para fazer jus à pergunta: quantos copos de suco a jacubeira moderna fornece a mais do que a jacubeira antiga? Isto é: quantidade de copos da jacubeira antiga + “?” = quantidade de copos da jacubeira moderna. De outra forma, o aluno poderia indicar a medida da capacidade em litros (L) ou mililitros (mL) da jacubeira antiga e da jacubeira moderna e a de um copo (em L ou mL). Nesse caso, ele enfatizaria situações de medição (transformação de unidades de medidas) e operacionalização de medidas, ao dividir a capacidade (em L ou mL) das duas jacubeiras pela capacidade (em L ou mL) do copo para obter a quantidade de copos fornecida por cada uma. Por fim, tendo em vista uma situação de comparação, ele calcularia a diferença da quantidade de copos fornecida pela jacubeira moderna e antiga para indicar qual delas fornece mais copos de suco.

Em uma perspectiva tridimensional, vale ressaltar que a jacubeira se refere ao objeto geométrico “paralelepípedo retângulo”. Nessa direção, o aluno na FRP poderia atribuir medidas às dimensões das jacubeiras e se utilizar da fórmula do volume de um paralelepípedo para calcular a capacidade de cada uma, “já que a capacidade também é volume em certa circunstância” (LEÃO, 2020, p. 83).

Convém observar que, nos casos particulares de FRP incoerente, incompleta ou confusa, detivemo-nos a analisar as dificuldades apresentadas pelos alunos a partir da pergunta fornecida à FRP e dos teoremas em ação errôneos. Isto ocorreu em relação à FRP de 13 dos 61 alunos. Nos demais casos, organizamos os resultados em quadros, indicando as similaridades e diferenças percebidas quanto aos tipos de situações e elementos dos esquemas nas FRP dos alunos.

Por fim, salientamos que esta pesquisa foi aprovada pelo Comitê de Ética e Pesquisa da UFRPE sob o nº CAAE 63663922.6.0000.9547, e só após a emissão do Parecer Consubstanciado de nº 5.832.412, foram iniciados os trabalhos de construção e análise dos dados.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

No Quadro 1, apresentamos o que identificamos, com maior frequência, sobre as similaridades na FRP a partir de uma pergunta. Ou seja, expomos como

17 dentre 61 alunos formularam problemas versando sobre situações de transformação de unidades de medidas, operacionalização de medidas e de comparação com regras de ação e invariantes operatórios semelhantes.

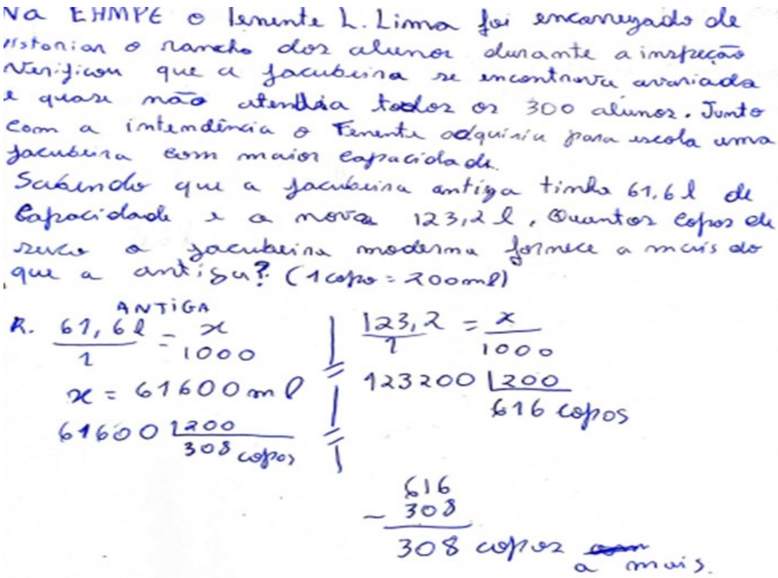
Quadro 1 - Componentes da organização invariante da FRP - 1º mais frequente

Situações (S) Situação de medição - transformação de unidades de medida e operacionalização de medidas. Situação de comparação.
Regras de ação (RA) Apresentação da capacidade em L, kL, cL, mL ou do volume em cm^3, dm^3 ou m^3, da jacubeira antiga e da jacubeira moderna (para posterior transformação de L para mL). Apresentação da capacidade de um copo em mL. Divisão da capacidade de cada jacubeira (em mL) pela capacidade do copo (em mL) a fim de obter a quantidade de copos de cada uma delas. Subtração da quantidade de copos fornecidos pela jacubeira moderna da quantidade da antiga. **Pergunta dada:** Quantos copos de suco a jacubeira moderna fornece a mais do que a jacubeira antiga?
Invariantes operatórios (IO) Tornar homogêneas as unidades de medida para serem divididas e subtraídas as medidas de capacidade (jacubeira em mL e copo em mL). Razão e proporção - Uso de regra de três para converter unidades de medidas ou uso de divisões por 10, 100 ou 1.000 para converter unidades de medidas. Divisão e subtração de medidas. Comparação de medidas (para mais e para menos).

Fonte: Autoria própria (2023).

Sobre o exposto no Quadro 1, destacamos nas situações de transformação de unidades, por parte de alguns alunos, a necessidade de formular problemas com unidades de medidas pouco utilizadas no dia a dia para depois convertê-las em litros (ex.: kL, cL para L), além do uso de números decimais e em notação científica. Por exemplo, no caso do aluno E18 (Figura 2), ele usa números decimais para indicar a capacidade de uma jacubeira (123,2 L ou 61,6 L). Essas medidas destoam da realidade comercial, pois, um bebedouro industrial (jacubeira) é vendido comumente com uma medida em números inteiros (ex.: 50 L, 100 L, 200 L).

Figura 2: FRP a partir de uma pergunta pelo E18



Na EHMPE o Tenente L. Lima foi encarregado de historiar o rancho dos alunos durante a inspeção Verificou que a jacubeira se encontrava avariada e quase não atendia todos os 300 alunos. Junto com a intendência o Tenente adquiriu para escola uma jacubeira com maior capacidade.
Sabendo que a jacubeira antiga tinha 61,6 l de capacidade e a nova 123,2 l, Quantos copos de suco a jacubeira moderna fornece a mais do que a antiga? (1 copo = 200ml)

ANTIGA

R. $\frac{61,6\ell}{1} = \frac{x}{1000}$

$x = 61600\,m\ell$

61600 ÷ 200 = 308 copos

$\frac{123,2}{1} = \frac{x}{1000}$

123200 ÷ 200 = 616 copos

616 − 308 = 308 copos ~~a m~~ a mais.

Fonte: Protocolo do aluno E18 (2023).

No exemplo da FRP do E18 (Figura 2), podemos inferir que ele se utiliza dos conceitos de razão e proporção, mobilizando implicitamente o teorema em ação: “duas grandezas são diretamente proporcionais, quando, aumentando/diminuindo o valor de cada uma delas um certo número de vezes, o valor correspondente da outra também aumenta/diminui o mesmo número de vezes.” Esse aluno explicita, na resolução do problema, o uso da regra de três para converter litros em mL (técnica empregada também por mais dois alunos). Em seguida, ele realiza uma situação de operacionalização de medidas, dividindo a capacidade de cada jacubeira pela capacidade de um copo a fim de obter a quantidade de copos fornecidos por cada uma delas e depois compará-las.

No caso do E02 (Figura 3), ele apresenta no texto do problema um número representado em notação científica ($5.\ 10^4$), e a unidade de medida cm³ para expressar a capacidade de uma das jacubeiras. Nesse sentido, destacamos as considerações de Leão (2020, p. 83), ao afirmar que “entende-se também que a capacidade de certo recipiente pode ser dada em cm³, se esta for o volume interno do recipiente”. Esse aluno apresenta uma medida mais coerente em relação à capacidade das jacubeiras (50 L e 20 L).

Figura 3: FRP a partir de uma pergunta dada pelo E02

No Rancho da EAMPE Possui uma jacubeira que tinha capacidade de armazenar 20 litros de jacuba. Em um determinado dia essa jacubeira foi substituída por uma mais moderna que tinha capacidade de armazenar $5 \cdot 10^4$ cm³ de suco. Quantos copos de suco a jacubeira moderna fornece a mais do que a jacubeira antiga? sabendo que cada copo do rancho tem 250 ml de capacidade

Jacubeira antiga = 80 copos

$50000 \text{ cm}^3 \rightarrow 50 \text{ dm}^3$

$1 \text{ dm} \rightarrow 1 \text{ L} \rightarrow 50 \text{ L}$

$250 \text{ ml} \rightarrow 0{,}25 \text{ L}$

$$\frac{50 \text{ L}}{0{,}25 \text{ L}} = 200 \text{ copos}$$

$$200 - 80 = 120$$

Jacuba moderna produz 120 copos a mais que a jacuba antiga

Fonte: Protocolo do aluno E02 (2023).

O E02 (Figura 3) utiliza implicitamente o teorema em ação: para converter as unidades de medidas de volume (cm³ para dm³) é preciso dividir por 1.000. Ele não utilizou regra de três, como fez o E18. Tais FRP remetem-nos ao fato de que:

> É uma tarefa essencial, teórica e empírica, dos pesquisadores entender por que uma certa representação simbólica particular pode ser útil, e sob quais condições, e quando e por que pode ser proveitosamente substituída por outra mais abstrata e geral (VERGNAUD, 1994, p. 43).

Assim, diante da formulação de um problema por um aluno, e o desafio dele mesmo em resolvê-lo, consideramos que é provável que ele possa se sentir mais à vontade em apresentar sua própria forma de resolução. Sobre este fato, recordamos que as regras de ação, segundo Vergnaud (1999), agregam-se à tomada de informações e controle da situação. Assim, à medida que o aluno formula seu problema, ele já está pensando em como pode resolvê-lo.

No Quadro 2, a FRP se diferencia, essencialmente, pela apresentação das dimensões de cada jacubeira, para cálculo dos seus volumes, sendo necessário o uso da fórmula do paralelepípedo. Este foi o segundo tipo mais frequente (11 casos), quanto às similaridades na FRP a partir de uma pergunta. A respeito disto, Lima e Bellemain (2010, p.1 87) ressaltam que “as fórmulas têm um papel importante na resolução de problemas matemáticos, mas, para que cumpram esse papel a contento, é preciso que os alunos sejam capazes de utilizá-las com compreensão”.

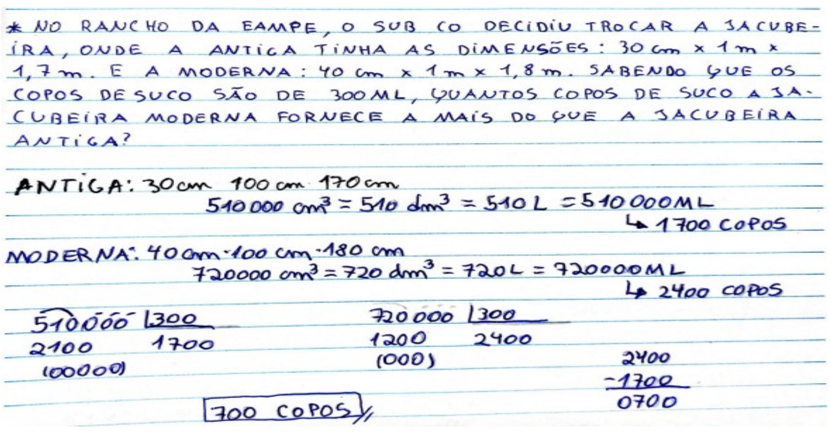
Quadro 2 - Componentes da organização invariante da FRP - 2º mais frequente

Situações (S) Situação de medição: transformação de unidades de medidas e operacionalização de medidas. Situação de comparação.
Regras de ação (RA) Apresentação das dimensões da jacubeira antiga e da jacubeira moderna para cálculo do volume de cada uma ou de uma delas (para posterior transformação de cm^3, dm^3 ou m^3 para L e depois para mL). Apresentação da capacidade de um copo em mL ou cm^3. Divisão da capacidade de cada jacubeira (em mL) pela capacidade do copo (em mL) a fim de obter a quantidade de copos de cada uma. Subtração da quantidade de copos fornecidos pela jacubeira moderna da quantidade da jacubeira antiga. **Pergunta dada**: Quantos copos de suco a jacubeira moderna fornece a mais do que a jacubeira antiga?
Invariantes operatórios (IO) Reconhecimento da jacubeira como uma figura tridimensional: o paralelepípedo. Aplicar a fórmula para calcular o volume de um paralelepípedo. Tornar homogêneas as unidades de medida para serem divididas e subtraídas as medidas de capacidade (jacubeira em mL/ copo em mL). Tornar homogêneas as unidades de medidas de capacidade para poder dividir a capacidade da jacubeira (em mL) pela do copo (em mL). Divisão e subtração de números naturais. Comparação de medidas de capacidade (para mais e para menos).

Fonte: Autoria própria (2023).

Para o tipo de FRP (Quadro 2), constatamos que 7 dos 11 alunos apresentaram as medidas atribuídas às dimensões das jacubeiras com incoerências que resultaram em medidas de capacidade muito grandes ou muito pequenas (ex: 2m x 1,7m x 1m = $3{,}3m^3$). No exemplo da Figura 3, podemos verificar como o B01 colocou, no texto do problema, as dimensões da jacubeira antiga, medindo 30 cm x 1 m x 1,7 m, e da moderna, 40 cm x 1m x 1,8 m. Isto é, resultando em medidas de capacidade irreais, 510L e 720L, respectivamente, o que revela a dificuldade dos alunos em estimar medidas de comprimento, de capacidade e de volume.

Figura 4: FRP a partir de uma pergunta pelo B01


* NO RANCHO DA EAMPE, O SUB CO DECIDIU TROCAR A JACUBE-ÍRA, ONDE A ANTIGA TINHA AS DIMENSÕES: 30 cm x 1 m x 1,7 m. E A MODERNA: 40 cm x 1 m x 1,8 m. SABENDO QUE OS COPOS DE SUCO SÃO DE 300 ML, QUANTOS COPOS DE SUCO A JA-CUBEÍRA MODERNA FORNECE A MAIS DO QUE A JACUBEIRA ANTIGA?

ANTIGA: 30cm 100 cm 170 cm
510 000 cm^3 = 510 dm^3 = 510 L = 510 000 ML
↳ 1700 COPOS

MODERNA: 40 cm · 100 cm · 180 cm
720000 cm^3 = 720 dm^3 = 720 L = 720000 ML
↳ 2400 COPOS

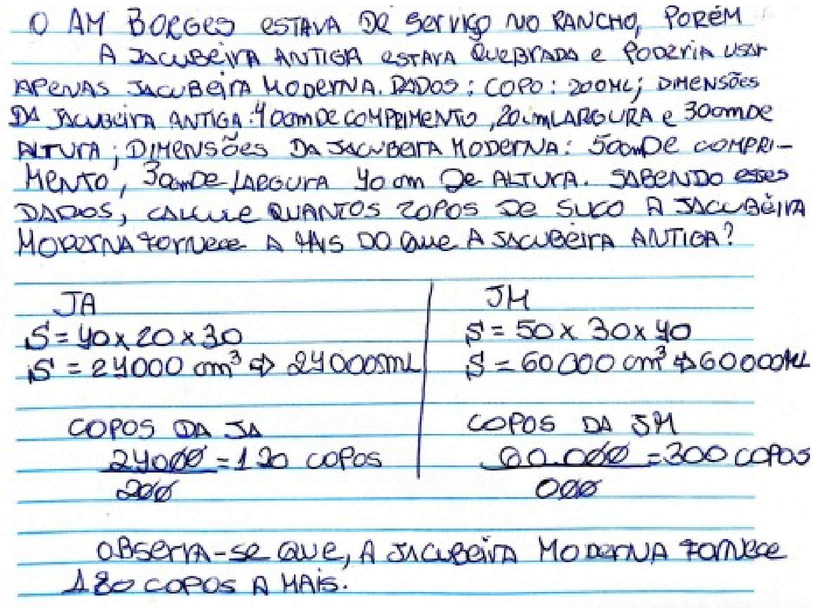
510000 ⌊300 → 1700 (2100, 00000)
720000 ⌊300 → 2400 (1200, 000)
2400 − 1700 = 0700

700 COPOS

Fonte: Protocolo da pesquisa do B01 (2023).

Chamamos a atenção sobre a forma como o aluno B01 (Figura 4) representa sucessivas conversões de unidades de medida de volume para capacidade (de cm^3 para dm^3, de dm^3 para L e de L para mL). De maneira diferente, o B06 (Figura 5) propôs, no texto, as dimensões da jacubeira em cm, e mobilizou, para transformação de unidades de volume para capacidade, implicitamente, o teorema em ação: "$1cm^3$ é igual a 1mL", reduzindo as etapas de conversão. Tal procedimento demonstra como se faz necessário um olhar atento para a relação entre invariantes operatórios e representações simbólicas na FRP pelos alunos. Nesse sentido, Vergnaud (1985, p. 245) afirma que "o conceito de representação é essencial para analisar a formação dos conhecimentos operatórios e para analisar os processos de transmissão dos conhecimentos."

Figura 5: FRP a partir de uma pergunta pelo B06



Fonte: Protocolo do aluno B06 (2023).

Na resolução do problema formulado pelo B06 (Figura 4), observamos que ele pôs em prática o teorema em ação "quando divisor e dividendo são números terminados em zero, simplificamos a divisão, eliminando no dividendo a mesma quantidade de zeros eliminada no divisor". Um procedimento bem diferente utilizado na resolução em relação ao B01 (Figura 4), que executou a divisão dos números múltiplos de 10, utilizando o algoritmo da divisão. De certa forma, compreendemos que a apresentação das dimensões da jacubeira em múltiplos de 10, e/ou na mesma unidade de medida (cm) no enunciado do problema, de alguma forma, pode facilitar os cálculos efetuados.

A propósito da FRP a partir de uma pergunta: "Crie um problema para a pergunta: Quantos copos de suco a jacubeira moderna fornece a mais do que a jacubeira antiga? E, resolva-o", consideramos importante o aluno apresentar, no texto do problema, dados coerentes com a pergunta formulada. Além disso, ele deve apresentar uma resposta adequada para essa pergunta. Na Tabela 1, elencamos as dificuldades identificadas na FRP de 13 dos 61 alunos. Explicamos que, nesses casos, eles não apresentaram as mesmas regras de ação na organização da FRP, mas, sim, erros comuns.

Tabela 1 - Características das dificuldades na FRP a partir de uma pergunta.

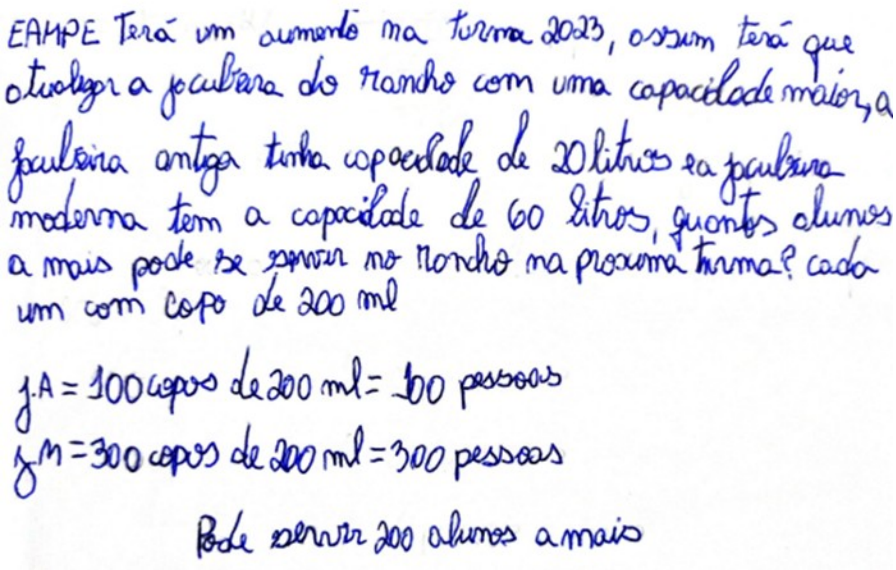
Quantidade de alunos	Dificuldades identificadas
6	Usou uma pergunta diferente da proposta na atividade e resolveu corretamente.
3	Propôs dados irreais sobre o volume ou capacidade do copo e da jacubeira (1 copo = 3 cm^3 = 3 mL, 1 copo = 10 mL ou jacubeira com 4.928 litros).
2	Formulou o problema sem apresentar dados coerentes e/ou suficientes para a pergunta dada.
1	Formulou o problema com pergunta diferente e/ou com erro na resolução.
1	Formulou o problema usando a pergunta da atividade, mas cometeu erro de conversão de medida ($1m^3$ = 10L)

Fonte: Autoria própria (2023).

Na Tabela 1, podemos perceber que o caso mais frequente de dificuldades dos alunos, na FRP a partir de uma pergunta, refere-se à construção de perguntas diferentes daquela proposta na atividade, embora eles não tenham errado na resolução do problema. Essas perguntas versaram sobre: 1. “Quantos alunos a mais podem se servir no rancho na próxima turma?” 2. “Quantos copos irá servir uma jarra de 4 litros?” 3. “Quantos copos de jacuba poderão ser servidos?” 4. “Quantos copos de suco a jacubeira moderna produz em relação à antiga em 21 horas?” “5. Quantos litros tinha a nova jacubeira?” “6. Quantos litros a nova jacubeira suporta e quantos copos de 200 mL poderá encher?”

Chamamos a atenção para o fato de que, quando sugerimos a FRP a partir de uma pergunta dada, pode ocorrer de o aluno modificá-la, adicionando alguma informação sem destoar integralmente da ideia da pergunta original, como ocorreu na FRP do aluno A10 (Figura 6), que propôs a pergunta: Quantos alunos a mais podem se servir no rancho na próxima turma? Neste exemplo, podemos constatar que ele recorre ao teorema em ação: a quantidade de copos é igual à quantidade de pessoas.

Figura 6: FRP a partir de uma pergunta pelo A10


EAMPE Terá um aumento na turma 2023, assim terá que atualizar a jacubeira do rancho com uma capacidade maior, a jacubeira antiga tinha capacidade de 20 litros e a jacubeira moderna tem a capacidade de 60 litros, quantos alunos a mais pode se servir no rancho na proxima turma? cada um com copo de 200 ml

J.A = 100 copos de 200 ml = 100 pessoas

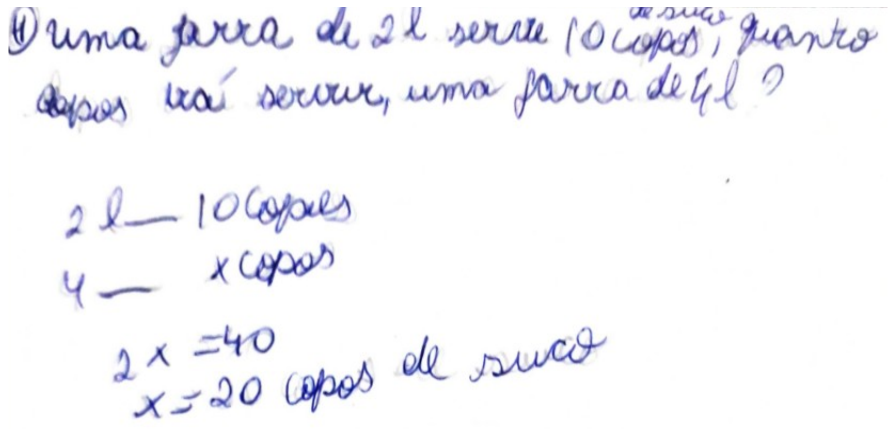
J.M = 300 copos de 200 ml = 300 pessoas

Pode servir 200 alunos a mais

Fonte: Protocolo do aluno A10 (2023).

De outra forma, percebemos na FRP, a partir de uma pergunta dada, que os alunos efetuam modificações na pergunta original, sobretudo, quando no processo de escrita do texto, as RA se diversificam de forma mais acentuada. No exemplo do E15 (Figura 7), temos: a substituição da jacubeira por uma jarra e a finalização do problema com a pergunta: “Quantos copos irá servir uma jarra de 4 litros?”. Essencialmente, foram mobilizados invariantes operatórios relacionados aos conceitos de razão e proporção. Consideramos, neste caso, que o aluno destoa na proposta de sua pergunta em relação à pergunta original, ao “não” propor “Quantos copos de suco a jarra com 4L fornece a mais do que a jarra de 2L?

Figura 7 - FRP a partir de uma pergunta dada pelo E15.


1) uma jarra de 2 l serve 10 copos de suco, quantos copos irá servir, uma jarra de 4 l ?

2 l — 10 copos

4 — x copos

2x = 40

x = 20 copos de suco

Fonte: Protocolo do aluno E15 (2023).

As FRP realizadas pelos A10 e E15 nos pareceram inquietantes. Pois bem, podemos perceber que eles formulam e resolvem os problemas sem erros conceituais e com certa coerência na articulação entre dados e pergunta, entretanto fogem da “pergunta” proposta (Quantos copos de suco a jacubeira moderna fornece a mais do que a jacubeira antiga?), o que suscita uma melhor reflexão, por parte dos professores que desejem utilizar esse tipo de atividade, quanto aos critérios avaliativos.

Sobre as FRP com dados irreais (Tabela 1), essas dizem respeito ao volume ou capacidade do copo: 1 copo = 3 cm^3 = 3 mL ou 1 copo = 10 mL. A propósito da FRP com pergunta diferente daquela proposta e com erro na resolução, identificamos um aluno que propôs: “Qual a razão entre os tempos de enchimento de um copo da jacubeira nova e da velha?” Neste caso, ele errou, pois calculou ⅓ em vez de multiplicar por 3. Outro aluno propôs a pergunta: “Quantos copos de jacuba poderão ser servidos?”. Neste caso, ele errou, pois dividiu a capacidade da jacubeira moderna pela capacidade da antiga e, em seguida, dividiu o resultado pela capacidade de um copo.

Quanto às FRP apresentadas com dados incoerentes e/ou insuficientes para a pergunta fornecida, identificamos um aluno que apresentou as dimensões da jacubeira (1,5 m x 0,5 m x 0,25 m) e sua capacidade (150 L), porém essas medidas não fornecem capacidades equivalentes. No caso do outro aluno, ele não apresentou a capacidade dos copos, mas concluiu que, ao dobrar as dimensões de uma das jacubeira, ela fornece oito vezes mais copos do que a outra.

Por fim, registramos a ocorrência de um caso em que um aluno formulou o problema com pergunta igual àquela proposta e com erros conceituais. Este efetuou a conversão m3 para litros, mobilizando erroneamente o teorema em ação: 1m^3 é igual a 10 litros.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho teve por objetivo analisar a FRP a partir de uma pergunta. Compreendemos que, na resolução de problemas, os alunos podem desenvolver vários caminhos para obter a resposta esperada. E, geralmente, consideramos que o professor leva em conta se a resposta está certa ou errada. Mas, quais elementos considerar no enunciado dos problemas? Esta é uma questão que nos parece crucial na análise dos problemas formulados pelos alunos.

No presente trabalho, não buscamos nos concentrar sobre os aspectos das contextualizações do dia a dia, presentes nos problemas formulados pelos alunos. De modo que voltamos nosso olhar, sobretudo, à análise dos tipos de situações e os componentes dos esquemas em torno dos conceitos de volume e/ou de capacidade na FRP, por compreendermos ser necessário um olhar sobre o processo da atividade de FRP, e não apenas do produto (problema formulado pelo aluno), ou seja, se está correto ou errado quanto à questão formulada e à resposta encontrada.

Apontamos, como limitação metodológica, o fato de não termos realizado entrevistas com os alunos. Por consequência, não podemos analisar um componente importante dos seus esquemas na FRP: as inferências. Dizemos isto, diante de dúvidas que foram surgindo na análise dos problemas, tais como: o que leva um aluno a apresentar uma formulação tão complicada para ele mesmo resolver? Seria para impressionar o professor? Seria por competição com seus colegas? O que leva um aluno a apresentar situações de transformação de medidas complexas (como expusemos no Quadro 1), usando unidades de medidas não usuais como decilitros ou centilitros ou medidas como 5.10^4 cm^3?

A atividade de FRP a partir de uma pergunta apresentou um bom índice de formulações coerentes (78,7%), de acordo com os critérios *a priori* cotejados. Apesar disso, ainda identificamos medidas das dimensões do objeto (jacubeira) incoerentes com a realidade (exemplo: 2m x 1,7m x 1m), o que levou a uma medida de volume muito grande para esse tipo de objeto. Vimos que essas incoerências revelam a dificuldade dos alunos em estimar medidas de comprimento, de capacidade e de volume. Também nos chamou a atenção o fato de alguns alunos terem construído uma pergunta diferente da proposta na atividade e terem resolvido corretamente o problema formulado por eles. No nosso caso, embora tenhamos considerado como uma incoerência, chamamos a atenção para um aspecto que nos parece verdadeiramente um desafio para os professores: estabelecer e deixar claro os critérios de avaliação para os problemas formulados pelos alunos.

Vale ressaltar que os participantes da pesquisa eram alunos com Ensino Médio que se submeteram a um concurso público de nível nacional, inseridos em um Curso de Formação Militar. Esse fato também nos convidou a refletir sobre como seria a FRP a partir de uma pergunta, aplicada para alunos do Ensino Básico de escolas da Rede Pública de ensino, visto que as dificuldades apresentadas pelos alunos no aprendizado dos conceitos de volume e capacidade já são discutidas em pesquisas anteriores à nossa, a exemplo de Figueiredo (2013) e Melo (2018).

Por fim, esperamos que nosso trabalho possa contribuir para inspirar outras pesquisas sobre a Formulação e Resolução de Problemas envolvendo Grandezas e Medidas, bem como outros campos conceituais.

Formulation and resolution of problems based on “a question”

ABSTRACT

This article results from a thesis for a master's degree developed in the Graduate Program in Science Teaching (PPGEC). The study aims to analyze the formulation and resolution of problems (FRP) from a question involving the concepts of volume and capacity by high school graduates. The research is based on the Theory of Conceptual Fields, highlighting the types of situations that provide meaning to the concepts of volume and capacity (measurement, comparison, and production) and the schemes mobilized by the students in FRP. The research was conducted in a School of Marine Apprentices (EAM) located in the metropolitan region of Recife in Pernambuco, Brazil. In total, 61 students participated, distributed in three groups. Each student was asked to formulate and solve a problem based on the question: How many glasses of juice does the modern jacubeira provide more than the ancient jacubeira? The analysis criteria were guided by the identification of the types of situations, action rules, and operational invariants of the problems formulated and solved by the students. Concerning the type of activity for FRP, several students used a question different from the one proposed. Most students formed problems around measurement situations (related to the transformation of measurement units and operationalization of measures) and comparison situations. The students attributed measures for the object dimensions (jacubeira) that were inconsistent with reality, that is, too large for this type of object, which reveals their difficulty in estimating length, capacity, and volume.

KEYWORDS: Problem formulation. Problem solving. Volume. Capacity. Theory of conceptual fields.

REFERÊNCIAS

BALTAR, P. M. **Enseignement et apprentissage de la notion d'aire de surface planes: une étude de l'acquisition des relations entre les longueurs et les aires au collège**. Tese (Doutorado em Didática da Matemática). Université Joseph Fourier, Grenoble, 1996.

BOAVIDA, A. M. R. et al. A Experiência matemática no ensino básico. In: **Programa de formação contínua em matemática para professores dos 1º e 2º ciclos do ensino básico**. Lisboa/PT, p. 27-30, 2008.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília. MEC, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 30 mar. 2023.

CHICA, C. H. Por que formular problemas? In: SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. (Org.). **Ler, escrever e resolver problemas**: habilidades básicas para aprender Matemática. São Paulo: Artmed, 2001, p. 151-173.

COULET, J. C. Le concept de schème dans la description et l'analyse des compétences professionnelles: formalisation des pratiques, variabilité des conduites et régulation de l'activité. In: MERRI, M. (Ed.). **Activité humaine et conceptualisation**: Questions à Gérard Vergnaud. Toulouse: Presses Universitaires du Mirail, 2007. p. 297-306.

FIGUEIREDO, A. P. N. B. **Resolução de problemas sobre a grandeza volume por alunos do ensino médio**: um estudo sob a ótica da Teoria dos Campos Conceituais. 2013. 184f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) - Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2013.

HOUAISS, A.; VILLAR, M. S.; FRANCO, F. M.M. **Dicionário Houaiss da Língua Portuguesa**. Rio de Janeiro: Objetiva, 2001.

LEÃO, K. W. M. **Abordagem de volume e capacidade em uma coleção de livros didáticos**: uma análise à luz da teoria antropológica do didático. 2020. 170f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) - Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2020.

LIMA, P. F.; BELLEMAIN, P. M. B. Grandezas e medidas. In: CARVALHO, J. B. P. F. (Org.). **Matemática:** Ensino Fundamental (Série Explorando o ensino). Brasília: Ministério da Educação/ Secretaria da Educação. Básica, v. 17, p. 167-200, 2010.

MAGINA, S. et al. **Repensando adição e subtração**: contribuições da teoria dos campos conceituais. São Paulo: PROEM, 2001.

MELO, L. V. **Conhecimentos mobilizados por estudantes do ensino médio em situações que envolvem volume do paralelepípedo retângulo**: um estudo sob a ótica das imbricações entre campos conceituais. 2018. 154f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) - Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2018.

MORAIS, L. B. **Análise da abordagem da grandeza volume em livros didáticos de Matemática do Ensino Médio**. 2013. 132f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) - Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2013.

MOREIRA, M. A. A teoria dos campos conceituais de Vergnaud, o ensino de ciências e a pesquisa nesta área. **Investigações em Ensino de Ciências**, Porto Alegre, v. 7, n.1, p. 1- 23, 2002. Disponível em: http://www.if.ufrgs.br/ienci/artigos/Artigo_ID80/v7_n1_a2002.pdf Acesso em: 15 jan. 2023.

OLIVEIRA, G. R. F. de. **Investigação do papel das grandezas físicas na construção do conceito de volume**. 2007. 169 f. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2007.

POSSAMAI, J. P.; ALLEVATO, N. S. Elaboração/Formulação/Proposição de Problemas em Matemática: percepções a partir de pesquisas envolvendo práticas de ensino. **Educação Matemática Debate,** Montes Claros (MG), v. 6, n. 12, p. 1-28, 2022. Disponível em: https://www.periodicos.unimontes.br/index.php/emd/article/view/4726/5133. Acesso em: 27 out. 2022.

SAMURÇAY R. ; VERGNAUD, G. Que peut apporter l'analyse de l'activité à la formation des enseignants. **Carrefours de l'Éducation**, Paris, v 10, p. 49-63, 2000.

SILVEIRA, A. A. da; ANDRADE, S. de. Proposição de problema de análise combinatória como ponto de partida: episódios de sala de aula. **Revista de Educação Matemática (REMat)**, São Paulo, v.19, n.01, p. 01-23, 2022. Disponível em: https://www.revistasbemsp.com.br/index.php/REMat-SP/article/view/615/498. Acesso em: 23 mar. 2023.

SPINILLO, G. A. et al. Formulação de problemas matemáticos de estrutura multiplicativa por professores do Ensino Fundamental. **Boletim de Educação Matemática – Bolema**, Rio Claro (SP), v.31 , n. 59, p. 928-946, 2017. Disponível em: https://www.scielo.br/j/bolema/a/3xhJw53dwsVyk7wv6Hd84Cc/?format=pdf&lang=pt Acesso em: 10 jan. 2022.

VAN DER MER, I. A. S. **Aprendizagem do conceito de volume: uma proposta didática compartilhada com licenciandos da matemática**. 2017. 102f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2017.

VERGNAUD, G. Concepts et schèmes dans une théorie opératoire de la représentation. **Psychologie Française**, Issy les Moulineaux, n. 30, p. 245-252, 1985. Tradução de Maria Lucia Faria Moro, com revisão de Luca Rischbieter e Maria Tereza Carneiro Soares. Disponível em: www.vergnaudbrasil.com. Acesso em: 15 mar. 2023.

VERGNAUD, G. La théorie des champs conceptuels. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, Grenoble, v. 10, n. 23., 1990, p. 133-170.

VERGNAUD, G. Teoria dos campos conceituais. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DO RIO DE JANEIRO, I., 1993, Rio de Janeiro. **Anais** [...]. Rio de Janeiro: UFRJ, 1993, p. 1-26.

VERGNAUD, G. Piaget visite par la didactique. **Intellectica**, Compiègne, n. 33, 2002a, p. 107-123. Tradução de Camila Rassi, com revisão de Luca Rischbieter, Maria Lucia Faria Moro e Maria Tereza Carneiro Soares. Disponível em: www.vergnaudbrasil.com. Acesso em: 20 mar. 2023.

VERGNAUD, G. **Qu'est-ce qu'apprendre?** Conférence introductive. Colloque international de l'IUFM de l'Académie de Créteil. Créteil: IUFM, 2002b. Disponível em: https://www.gerard-vergnaud.org/texts/gvergnaud_2002_qu-est-ce-qu-apprendre_colloque-iufm-creteil.pdf. Acesso em: 15 mar. 2023.

VERGNAUD, G. Repères pour une théorie psychologique de la connaissance. In: MERCIER, A.; MARGOLINAS, C. (ed). Balises pour la didactique des mathématiques. **Actes de la XIIe école d'été de didactique des mathématiques.** Grenoble: La Pensée Sauvage, 2005. p. 123-136.

Recebido: 14 set. 2023
Aprovado: 07 nov. 2023
DOI: 10.3895/actio.v8n3.70551
Como citar:
GAMA, Maria Solange dos Santos; ESPINDOLA, Elisângela Bastos de Mélo. Formulação e resolução de problemas a partir de "uma pergunta". **ACTIO**, Curitiba, v. 8, n. 3, p. 1-22, set./dez. 2023. Disponível em: <https://periodicos.utfpr.edu.br/actio>. Acesso em: XXX
Correspondência:
Maria Solange dos Santos Gama
Avenida Afonso Olindense, nº 344 – Casa 24, Várzea, Recife, Pernambuco, Brasil.