

Abordando o uso da modelagem matemática no ensino médio por meio de um tema gerador envolvendo questões ambientais

RESUMO

João Mardegan Ribeiro

joamardegan@prof.educacao.sp.gov.br

orcid.org/0000-0002-0012-042X

Secretaria da Educação do Estado de São Paulo (SEDUC/SP), São Carlos, São Paulo, Brasil

Renata Cristina Geromel

Meneghetti

rcgm@icmc.usp.br

orcid.org/0000-0002-8482-4001

Universidade de São Paulo (USP), São Carlos, São Paulo, Brasil

Este trabalho teve por objetivo entender se por meio da Modelagem Matemática, alunos do ensino médio poderiam ter uma compreensão significativa dos conteúdos matemáticos abordados. Para tal, realizou-se uma intervenção pedagógica com esta abordagem por meio de um tema gerador envolvendo questões ambientais. Nessa direção, foi aplicada uma sequência didática de 4 horas/aula, com alunos da terceira série do ensino médio, de uma escola pública localizada no interior do estado de São Paulo, no formato de um minicurso. Este último foi organizado e conduzido por dois estagiários da disciplina Estágio Supervisionado em Ensino de Matemática II do Curso de Licenciatura em Ciências Exatas de uma Universidade Pública brasileira localizada no estado de São Paulo. O tema da sequência didática foi “Consumo e Desperdício de água” com destaque para os conteúdos matemáticos: média, variância e desvio padrão. A pesquisa se caracteriza como qualitativa e na análise dos dados foram buscadas relações entre as abordagens, procedimentos adotados e a aprendizagem dos estudantes. Os principais resultados evidenciaram que a aprendizagem dos alunos foi significativa, uma vez que conseguiram compreender os cálculos envolvidos e os significados particulares de cada conceito, logo, a modelagem matemática se mostrou como uma eficiente ferramenta de ensino no contexto focalizado.

PALAVRAS-CHAVE: Consumo de água; Modelagem Matemática; Ensino Médio.

Addressing the use of mathematical modeling in high school through a generating theme involving environmental issues

ABSTRACT

This work aimed to understand whether, through Mathematical Modeling, high school students could have a meaningful understanding of the mathematical content addressed. To this end, a pedagogical intervention was carried out with this approach and through a generator theme involving environmental issues. In this direction, a didactic sequence of four hours/class was applied, with third grade high school students, in a public school in the interior of State of São Paulo. The theme of the didactic sequence was “Consumption and Waste of Water” related to mathematical contents: mean, variance and standard deviation. The research is characterized as qualitative and in the data analysis we looked for relationships between the approaches, procedures adopted and the students' learning. The main results demonstrated that the students' learning was significant, since they were able to understand the calculations involved, and the particular meanings of each concept, so mathematical modeling proved to be an efficient teaching tool in the focused context.

KEYWORDS: Water consumption; Mathematical Modeling; High school.

INTRODUÇÃO

A importância da Matemática no cotidiano para a realização de quaisquer atividades humanas é indiscutível, já que ela está presente em todas as nossas ações e atividades diárias. Os autores Almeida e Brito (2005) afirmam que, em grande parte do mundo, observa-se que a quantidade de aulas de matemática ocupa um elevado percentual na carga horária geral de estudos nas escolas, e esse fato evidencia um importante papel da Matemática na educação. Mesmo assim, ainda nos dias atuais, persiste um grande problema de baixo rendimento e desinteresse dos alunos por essa disciplina.

Diante disso, Fiorentini (1995) aponta que a Matemática no Ensino Médio, na maioria das vezes, tem sido trabalhada fazendo uso somente da tendência tecnicista, ou seja, há um ensino pautado em um conjunto de técnicas e regras, muitas vezes sem fundamento ou justificativas, o que dificulta a compreensão significativa do conteúdo pelos alunos. Mesmo passado quase trinta anos desta publicação, para Tarouco, Silva e Silva (2016), seus resultados ainda se fazem muito presentes nas escolas brasileiras, levando a um distanciamento entre o conhecimento matemático que é visto nas escolas, para com o conhecimento prático.

É portanto, uma referência relevante, por apresentar um estudo sistematizado com base nas seguintes categorias: a concepção de matemática; a obtenção de como se processa a obtenção/produção do conhecimento matemático; os fins e os valores atribuídos ao ensino da matemática; as concepções de ensino e aprendizagem; a cosmovisão subjacente; a relação professor-aluno e a perspectiva de estudo/pesquisa visando à melhora do ensino da matemática, articulam para identificar e descrever tendências no ensino da matemática. A partir disso o autor apresenta as seguintes tendências presentes no ensino de matemática no Brasil e predominantes em algumas épocas específicas: formalista clássica, empírico-ativista; formalista moderna; tecnicista e suas variações; a construtivista; socioetnoculturalista.

Posteriormente, outros trabalhos significativos foram sendo publicados, como por exemplo, o de Zorzan (2007) que aponta como tendências na educação matemática: a Etnomatemática, a Modelagem Matemática, A Resolução de Problemas, Tecnologia e Educação Matemática e Filosofia da Educação Matemática.

Dessa forma, há várias tendências que podem ser empregadas no ensino da matemática, e o fato desta ciência ser abordada muitas vezes de forma tecnicista pode ser um dos fatores que justifica o baixo rendimento dos alunos. Esse posicionamento é compatível com as ideias de Agne e Frota (2007) uma vez que, segundo esses autores, o uso somente de técnicas, sem que haja a busca por correlações, pode produzir nos estudantes efeitos indesejáveis, e tais efeitos podem estimular a aversão por esta matéria.

Nesse viés, Almeida e Dias (2004) destacam que:

Deste modo, a construção do conhecimento matemático pode ser mais eficiente se emergir de fenômenos que têm origem na realidade. Assim, a exploração, no ensino, de situações da vida real, em que a Matemática se aplica, torna-a mais dinâmica e interessante e proporciona maior eficiência no processo de ensino e aprendizagem. (Almeida; Dias, 2004, pp. 20-21).

Uma das formas de se trabalhar em sala de aula com fenômenos intrínsecos à realidade de cada um é por meio de atividades de Modelagem Matemática, nas quais os alunos podem trazer informações do dia a dia que subsidiem seus posicionamentos em sala de aula e auxiliem no entendimento dos conceitos matemáticos. A modelagem matemática está entre uma das tendências atuais no contexto da educação matemática, tal como posto em Zorzan (2007). Burak (1992) destaca que a Modelagem Matemática apresenta um conjunto de procedimentos que potencializa a construção, pelos alunos, da explicação de situações presentes no cotidiano fazendo uso da Matemática, o que auxilia também a tomar decisões e posicionamentos.

Deste modo, consideramos que a Modelagem Matemática, além de promover, por meio da Matemática, discussões de problemas do dia a dia, ela pode ser uma ferramenta pedagógica capaz de responder a situações do cotidiano. Para além disso, Sousa e Santos (2019) colocam que as maiores descobertas da humanidade ocorreram a partir das necessidades dos homens em resolver situações e problemas do cotidiano, e foi por meio das atividades de modelagem que respostas foram obtidas de acordo com o momento social e também com as ferramentas utilizadas. Logo, é de suma importância que esta abordagem metodológica seja utilizada nas aulas de Matemática.

Levando isso em consideração, este trabalho foi então norteado pela seguinte questão: “É possível, por meio da Modelagem Matemática, que alunos do ensino médio tenham uma maior compreensão de conteúdos matemáticos a serem trabalhados?” Em que proporção isso seria possível? Assim, com a metodologia empregada, ou seja, Modelagem Matemática, objetivou-se proporcionar ao estudante do ensino médio um ambiente favorável à aprendizagem dos conteúdos de média aritmética, desvio padrão e variância, relativos à Matemática, visto que eram conteúdos a serem trabalhados pela professora da disciplina naquele momento, e em negociação com a professora da turma, referente às regências, foi solicitado pela docente que se abordasse esse conteúdo, justificando também ser um conteúdo cobrado nas avaliações externas.

Desse modo, neste artigo apresentaremos uma experiência didática realizada em uma turma de terceira série do Ensino Médio de uma escola pública situada em uma cidade do interior do estado de São Paulo - Brasil, pautada no tema “Consumo e Desperdício de Água”, assunto bastante presente na realidade dos estudantes. Essa prática, realizada na forma de minicurso, uniu discussões inerentes à área da matemática e também às outras ciências, uma vez que tal abordagem teve como foco em uma temática ambiental, considerada como tema transversal. Pode-se dizer também que essa proposta veio com o objetivo de se trabalhar com aspectos da Modelagem Matemática numa perspectiva sociocrítica, tal como proposto por Barbosa (2001), a qual relaciona a Matemática com questões sociais do dia a dia, cuja teorização será apresentada mais adiante no capítulo teórico deste artigo.

Além disso, esse minicurso foi desenvolvido em parceria com a professora de matemática da turma, em horário regular de aula, e foi regido por dois estagiários (sendo o primeiro autor deste trabalho um desses estagiários), alunos regularmente matriculados no curso de Licenciatura em Ciências Exatas da Universidade de São Paulo, que cursavam a disciplina de Estágio Supervisionado

em Ensino de Matemática II, ministrada pela segunda autora deste trabalho. Todos os alunos desta turma de ensino médio participaram do minicurso, uma vez que contabilizou parte da nota deles. As atividades foram trabalhadas em quatro aulas, de 45 minutos cada, ministradas em dois dias, sendo duas dessas em cada dia, ambas no mês de outubro de 2022.

Nesse minicurso, foram propostas aos alunos discussões teóricas sobre os conteúdos, atividades heurísticas, tarefas para serem feitas em sala de aula e também em suas casas. Dessa maneira, as atividades foram predominantemente de caráter investigativo, sob a perspectiva de Modelagem Matemática, proposta por Barbosa (2001). Nesse tipo de abordagem, o professor propõe aos alunos pensar sobre o conhecimento, exporem suas ideias e argumentos, fazerem a leitura crítica do conteúdo e, ao fim, registrarem isso por meio de uma escrita sistêmica, evidenciando com clareza suas ideias.

CONSIDERAÇÕES SOBRE A MODELAGEM MATEMÁTICA

A fundamentação teórica utilizada neste trabalho partiu das ideias de Modelagem Matemática proposta por Barbosa (2001). Para esse autor, a Modelagem Matemática pode ser compreendida como um ambiente de aprendizagem em que há possibilidade dos alunos indagarem e/ou investigarem, fazendo uso de elementos da Matemática, situações que são relativas a outras áreas do saber.

Ainda segundo o autor, às atividades desenvolvidas dentro da abordagem Modelagem Matemática são de caráter aberto - possibilita o levantamento de conjecturas e nesse sentido podem ter mais de uma resposta, envolver a investigação de assuntos relativos a outras áreas do saber, e pesquisas complementares à Matemática, sempre partindo do princípio de solucionar um problema ou uma problemática de investigação. Segundo salienta Jacobini e Wodewotzki (2016), a Modelagem Matemática, em sua essência, explora aplicações da Matemática no dia a dia, favorecendo a construção de modelos pelos alunos, além do convívio com conteúdos vivos, práticos, úteis e significativos. Além disso, conforme destacam os pesquisadores, a Modelagem Matemática favorece o trabalho investigativo e reflexivo, contribuindo para a formação de ações, conscientização e transformações no âmbito social.

Sobre o trabalho investigativo, Carvalho (2018) traz uma ideia a respeito do ensino por investigação, similar às ideias de investigação da própria Modelagem Matemática, enquanto campo de pesquisa.

Definimos como ensino por investigação o ensino dos conteúdos programáticos em que o professor cria condições em sua sala de aula para os alunos: pensarem, levando em conta a estrutura do conhecimento; falarem, evidenciando seus argumentos e conhecimentos construídos; lerem, entendendo criticamente o conteúdo lido; escreverem, mostrando autoria e clareza nas ideias expostas. Em consequência disso, quando avaliamos o ensino que propomos, não buscamos verificar somente se os alunos aprenderam os conteúdos programáticos, mas se eles sabem falar, argumentar, ler e escrever sobre esse conteúdo (Carvalho, 2018, p. 766).

Para além de um ensino por investigação, na concepção de Azevedo (2007), a modelagem pode ser posta como uma metodologia de ensino que privilegia a eficiência sociocrítica dos alunos, isso porque insere o conteúdo em um ambiente

contextualizado, fazendo com que os estudantes tenham a oportunidade de se envolver na construção de significados sociais do mundo que os envolve, e alcancem um grau de eficiência sociocrítica necessária para agir no meio social. Em complemento, Vygotsky (1986) já havia enfatizado que o engajamento dos estudantes em atividades potenciais e significativas, que estão intimamente ligadas ao ambiente social ao qual eles estão inseridos, é a base para que haja um bom desenvolvimento da aprendizagem.

Ademais, Kaiser e Sriraman (2006) ponderam que, por meio da Modelagem Matemática, tem-se um espaço destinado às interações entre os diversos saberes e a Matemática, há o uso de um discurso comunicativo que se faz muito importante, porque permite aos alunos criarem discussões reflexivas sobre os conceitos matemáticos estudados a respeito do processo de modelagem. Assim, há um direcionamento em tal abordagem para o desenvolvimento do pensamento analítico e crítico.

Dessa forma, na Modelagem Matemática, favorece o que se considera como prática educativa crítica, que, destaca Freire (2003), se insere na condição de educação para a decisão, responsabilidade política e social, oferecendo subsídios para que o educando se encontre como ser histórico e social, pensante, criador e comunicador. Nesse viés, no que diz respeito à Matemática, D' Ambrosio (2001) ressalta também que o conhecimento matemático é gerado em todas as culturas por meio das tomadas de decisões e as resoluções de problemas, subordinado ao cultural e ao social.

Assim, consoante a tal fato, Burak (1992) afirma que a Modelagem Matemática tem por objetivo usar a matemática como subsídio para explicar fenômenos do cotidiano, auxiliando na tomada de decisões. Por isso, essa abordagem favorece ao aluno o desenvolvimento do senso crítico das situações vivenciadas.

De maneira complementar, para Skovsmose (1994), a Modelagem Matemática, segundo a ótica da Educação Matemática Crítica, permite que os alunos participem criticamente da sociedade, dialogando acerca de questões inerentes ao campo da política, economia, meio ambiente, usando a Matemática como um suporte tecnológico. Assim, Barbosa (2001) destaca que as atividades de Modelagem são capazes de potencializar a capacidade das pessoas em atividades dialógicas e nas tomadas de decisões sociais, fazendo uso de aplicações da Matemática, já que nas atividades de Modelagem Matemática os alunos são postos como agentes ativos.

Em se tratando de Modelagem Matemática enquanto metodologia de ensino, o trabalho de Brum e Bonotto (2022) envolveu a aplicação de uma atividade voltada à discussão - com alunos do 9º ano do Ensino Fundamental - sobre o descarte de embalagens de refrigerante, dentro do contexto portanto da Educação Financeira. Sobre tal intervenção as autoras destacaram que além abordar os objetos de ensino usando a Modelagem Matemática, os alunos compreenderam, não somente conteúdos matemáticos, mas também questões inerentes às problemáticas sociais, econômicas e ambientais, o que fortaleceu a capacidade argumentativa deles.

Assim, com base nos autores que foram citados, os quais elencaram as potencialidades da modelagem matemática enquanto metodologia de ensino, o

propósito deste artigo foi relatar o uso desta no contexto de discussões sobre o consumo e desperdício de água. Ou seja, por meio da Matemática, os alunos investigaram uma situação prática e significativa, e conseguiram entender se tem ocorrido ou não um consumo racional de água, que, segundo os referenciais teóricos, é um dos propósitos da modelagem matemática, ou seja, responder a questionamentos do dia a dia.

ALGUMAS DISCUSSÕES INERENTES ÀS TEMÁTICAS AMBIENTAIS

A partir do momento em que houve uma aceleração no processo de urbanização, observa-se que ocorreu também uma mudança drástica da percepção humana sobre o meio ambiente, ocasionando um rompimento entre a sociedade dos homens e a natureza. Desse modo, uma das grandes consequências de tal posicionamento foi o meio natural ter se tornado um objeto de massiva exploração (Eftting, 2007).

Por outro lado, nós vivemos em uma sociedade pautada no consumo intenso, e isso tem gerado, ao longo do tempo, uma grande expansão industrial para atender às altas demandas dessa sociedade, o que tem impulsionado avanços negativos diante do meio natural. Em complemento, Narcizo (2009) destaca que neste consumo exagerado, a sociedade não se preocupou com as consequências que tais ações poderiam trazer, e hoje se observa inúmeras catástrofes ambientais, decorrentes das más condutas. Dessa maneira, atrelada à crise humanitária e civilizatória presente no mundo, preocupações e discussões sobre o meio ambiente têm se tornado cada vez mais urgentes e de extrema importância.

Outrossim, Sousa (2011) destaca que os problemas relativos ao descuido sobre o meio ambiente é uma das pautas de grande investigação atualmente devido à preocupação crescente que a humanidade está tendo com a natureza, já que essas problemáticas estão intimamente ligadas ao futuro da humanidade e também à existência do próprio planeta. Desse modo, é primordial que sejam feitas discussões aprofundadas sobre as temáticas ambientais, para que cada vez mais os cidadãos tenham consciência da necessidade de práticas mais coerentes com a realidade do meio ambiente.

Contudo, Tonso (2010) faz uma alerta ao destacar que pensar no meio ambiente é algo complexo e necessariamente interdisciplinar, e exige de todos um posicionamento político e também uma visão de mundo que considera justa ou adequada. Assim, a escola, enquanto espaço formador, tem a obrigação de trabalhar na formação de sujeitos críticos e reflexivos no que tange às causas ambientais. Diante disso, visto que a Educação Ambiental não é uma disciplina obrigatória na grade curricular brasileira, ela deve ser trabalhada de forma transversal e interdisciplinar junto às disciplinas obrigatórias, conforme foi realizado neste trabalho.

Assim sendo, a Matemática se apresenta como uma das disciplinas que podem contribuir nas discussões das temáticas ambientais. Um exemplo disso está no trabalho de Silva (2021), que fez uma monografia pautada em discutir sobre o ensino de matemática adotando temáticas ambientais. Para o autor, há décadas o meio ambiente tem sofrido inúmeras consequências em virtude de

atitudes não adequadas de grande parte da população. Nesse sentido, faz-se necessário uma mudança de mentalidade em toda a sociedade. Dessa forma, a escola, no âmbito da Educação, ao focar na formação do cidadão não pode estar separada do Meio Ambiente. Por isso, esta deve discutir sobre o que tem acontecido ao Meio Ambiente, sendo a Matemática uma ferramenta imprescindível para essa discussão.

Ademais, referente ao tema “o consumo e desperdício de água”, Querioz e outros (2016) destacam que a água é fundamental para a manutenção da vida, a sobrevivência da espécie humana e para o equilíbrio da biodiversidade. Além disso, o século XXI trouxe uma perspectiva importante para a temática, que é a transformação da sociedade como maneira de preservar e garantir a sustentabilidade do planeta e, com essa mudança, espera-se que se tenha um uso mais racional e coerente da água.

Além de tais considerações, Vissicaro, Figuerôa e Araújo (2016) destacam que em 2015, o Brasil, em especial os estados localizados na região Sudeste, vivenciaram um intenso problema referente à falta e o racionamento de água. Essa crise hídrica fez com que muitos cidadãos se preocupassem com esse problema. Diante disso, foram elaboradas campanhas visando o uso racional da água e a escola fez parte desse processo. Com isso, a escola se mostrou como um espaço dialógico e ofereceu subsídios para a formação reflexiva sobre essa temática.

Desse modo, é de extrema importância que discussões sobre o meio ambiente e o uso consciente da água sejam realizadas nas escolas, uma vez que nesse espaço é possível que se tenham manifestações dialógicas sobre o tema, de modo a formar cidadãos conscientes para essa causa.

METODOLOGIA

Como forma de atender aos objetivos da pesquisa, a intervenção pedagógica realizada se insere em uma abordagem qualitativa de pesquisa, seguindo as perspectivas de um estudo de caso (envolvendo uma turma do ensino médio de uma escola pública de uma cidade do interior do estado de São Paulo). Sobre o estudo de caso, Ponte (1994) destaca que este se insere como uma investigação particularística, em que os pesquisadores se debruçam sobre uma situação específica visando analisar certas realidades, procurando descobrir alguns pontos de interesse da pesquisa, ou seja, conhecer uma realidade e descrevê-la.

Nessa direção, D’Ambrosio (2005) complementa esse pensamento ao afirmar que a observação metódica do comportamento dos indivíduos pertencentes aos grupos de análise é capaz de dar sentido às suas ações do dia a dia. Deste modo, para essa pesquisa, optamos por analisar os dados apoiados em uma análise qualitativa, fazendo uma descrição dos fatos e analisando todo o processo, não olhando somente para a resposta final (Bogdan; Biklen, 1994).

Para isso, este trabalho seguiu as seguintes etapas: (i) discussão conceitual e realização de um exemplo de cálculo de média, variância e desvio padrão; (ii) tarefa dos alunos visando coletar dados sobre o consumo e desperdício de água nas residências; (iii) cálculo da média, variância e desvio Padrão do consumo de água; (iv) discussão dos resultados obtidos e comparação dos dados levantados;

(v) reflexão final sobre a importância do uso consciente da água. Ademais, este estudo foi guiado pelo trabalho proposto por Giraldo e Sant'Ana (2020) ao que se refere a abordagem da modelagem matemática no contexto do ensino da matemática, bem como, nas competências e habilidades da área da matemática, propostos pela Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2018), esperadas para serem trabalhadas no âmbito dos conteúdos abordados.

Uma consideração importante é que na etapa (i) a abordagem foi tradicional, com o objetivo de apresentar aos alunos os conceitos e procedimentos a serem usados, todavia, ela não esteve presente nas próximas etapas, nas quais a autonomia do estudante prevaleceu. Fiorentini (1995) destaca que a tendência tradicional, muitas vezes, tem prevalecido nas aulas de matemática, e no caso deste minicurso, foi feita uma quebra a esse formato, adotando após uma abordagem mais conceitual, uma metodologia ativa.

Por fim, para a coleta de dados, foi utilizado um notebook que gravou somente a lousa, ou seja, só esteve presente nas filmagens os ministradores do minicurso, mas é possível ouvir a voz dos alunos. Ainda, foi analisado o portfólio de cada aluno, que era produzido constantemente ao longo da realização das atividades. Este portfólio consistia dos registros feitos pelos alunos de todas as atividades feitas ao longo do minicurso, bem como seus comentários e reflexões.

Ademais, as tarefas utilizadas na intervenção pedagógica realizada com esta turma foram elaboradas seguindo a metodologia de ensino Modelagem Matemática e foram aplicadas em forma de um minicurso, supervisionado pela segunda autora deste trabalho, e aplicado por dois estagiários, um deles sendo o primeiro autor deste trabalho. Logo, a realização desse minicurso esteve vinculada às atividades de regência do Estágio Supervisionado em Ensino de Matemática II do Curso de Licenciatura em Ciências Exatas de uma universidade pública do estado de São Paulo, Brasil, por isso a sua realização foi no contexto de aulas do ensino regular. Em tal disciplina discutiu-se sobre metodologias alternativas de ensino, dentre as quais a Modelagem Matemática, foco deste artigo. A proposta do minicurso foi debatida em sala de aula desta disciplina antes de sua aplicação na Educação Básica. Além disso, esse minicurso foi realizado em 4 horas/aula, e a professora regente da disciplina de Matemática da escola em que o minicurso foi desenvolvido esteve presente em todas as aulas e deu total autonomia aos aplicadores, isso porque era algo externo ao seu planejamento, além de não interferir nas respostas dadas pelos alunos.

Dessa forma, o minicurso foi realizado em dois encontros, cada um com 2 horas/aula. No primeiro dia, estavam presentes 35 alunos, e no segundo estavam presentes 21 alunos, visto que era dia de jogo de futebol e alguns alunos já tinham dito que poderiam faltar por esse motivo. Por isso, faremos uma análise geral da turma no que se refere às manifestações verbais, mas referente aos portfólios, focaremos na análise dos 21. A fim de não identificar nominalmente os alunos foram atribuídos nomes fictícios aos mesmos.

DESCRIÇÃO DA PRÁTICA

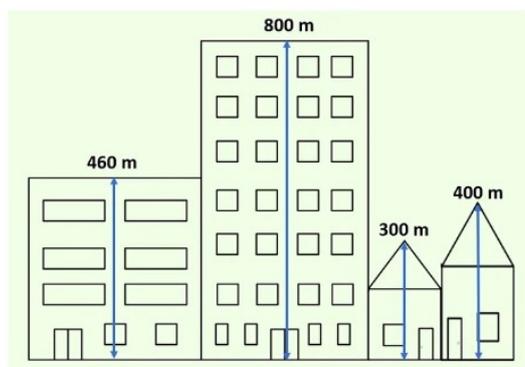
O primeiro encontro do minicurso foi iniciado com a apresentação dos estagiários que ministraram as atividades. Neste, foi salientado que as atividades

desenvolvidas pelos alunos deveriam ser realizadas em um portfólio, entendendo este como uma coleção das produções dos discentes, que apresentam suas anotações e observações, bem como, evidências do seu processo de aprendizagem. Após isso, foi feita uma conversa sobre o conteúdo que iria ser trabalhado e o seu desenvolvimento no dia a dia, enfatizando sua importância. Logo em sequência, foi feita uma discussão com abordagens conceituais sobre média, variância e desvio padrão. Depois, foi escrito no quadro uma tarefa, e parte dela pode ser vista na figura 1.

Figura 1

Tarefa aplicada

Exercício: Na figura abaixo há a representação de uma vila que contém duas casas (de alturas diferentes) e também dois prédios (de diferentes alturas). Qual a média, a variância, e o desvio padrão da altura deles?



Fonte: Toda Matéria, 2021. Adaptado.

Foi dado o tempo de 20 minutos para os alunos tentarem, sozinhos, solucionar a tarefa. Após esse período, os estagiários, de forma dialogada, fizeram em conjunto com os estudantes a resolução da tarefa na lousa. Posteriormente, já na segunda aula do primeiro encontro, foi feita uma dinâmica de realização de um mapa mental. Os estagiários escreveram “Água” no centro de duas folhas de papel sulfite, e cada aluno deveria escrever uma palavra, sendo esta palavra a primeira coisa que vinha à cabeça deles quando escutavam o termo “Água”. Assim, quando um aluno escrevia a palavra, ele passava a folha ao colega mais próximo, até que todos da sala escrevessem. Após isso, foi feita uma socialização das palavras obtidas e as principais reflexões. Essa socialização foi guiada pelas seguintes perguntas: 1. Por que a água é importante?; 2. Por que precisamos da água?; 3. Como a sociedade vem tratando a água?

Depois dessa dinâmica, os alunos responderam no portfólio as seguintes perguntas: 1. Para você, o que é desperdiçar água?; 2. Você já observou alguém desperdiçando água? Como?; 3. Para você, o que é usar a água de forma racional? Cite 2 exemplos; 4. Na sua casa, há um uso racional de água?

Assim, ao final desse primeiro dia de encontro, e como forma de averiguar, na prática, a resposta para a pergunta 4, os alunos deveriam estimar quantos litros cada membro de sua casa gasta por dia. Foi enfatizada também a questão da diferenciação entre os itens de consumo, por exemplo, as descargas, os banhos e o uso das torneiras que deveriam ser contabilizadas por pessoa, uma

vez que são de uso individual. Por sua vez, os gastos com lavagem de roupa e de carro devem ser distribuídos igualmente por ser uma prática conjunta.

Para tal cálculo de consumo, foram adotados como referência dados propostos pela Organização das Nações Unidas (ONU) e destacados no trabalho desenvolvido por Giraldi e Sant'Ana (2020) conforme exposto na tabela 1. Além disso, a Giraldi e Sant'Ana (2020) em seu trabalho, destacam que a ONU orienta que a quantidade de água suficiente para atender às necessidades básicas individuais diárias é de 110 Litros/dia.

Tabela 1

Consumo diário de água

Atividade	Quantidade (Litros)
1 descarga	10
1 minuto de chuveiro aberto	15
6 segundos de torneira aberta – lavar as mãos	01
1 minuto de torneira aberta	12
1 lavagem de roupa na máquina ou tanque	150
1 lavagem do carro com mangueira	100

Fonte: Giraldi e Sant'Ana, 2020.

No segundo encontro, foi discutido com os alunos a realização da tarefa. Com a coleta de dados, eles deveriam calcular a média, a variância e o desvio padrão do consumo de água por pessoa na residência, e responder se o seu consumo particular foi maior ou menor que a média de sua casa e o motivo.

Após isso, foi feito um debate dos resultados obtidos. Cada aluno falou a quantidade média do uso residencial da água por pessoa (média e desvio padrão) e foi anotado na lousa um levantamento baseado nas perguntas:

- Na casa de qual aluno houve maior gasto médio de água por pessoa?
- Na casa de qual aluno houve menor gasto médio de água por pessoa?
- Na casa de qual aluno cada membro possui um gasto parecido de água?
- Na casa de qual aluno há um gasto mais discrepante por pessoa?

Ao final dessa atividade, foi feita uma síntese do que os alunos aprenderam, na sequência o conteúdo foi discutido destacando a importância da média e do desvio padrão para a discussão de tais dados. Com isso, a última atividade do minicurso foi uma reflexão sobre a atividade realizada. Nesta, os alunos deveriam fazer uma produção artística (texto e/ou desenho) que carregava uma mensagem sobre a importância do uso consciente da água, fazendo uma integração entre seus conhecimentos do assunto, as informações matemáticas que conseguiram obter, e também as reflexões que foram levantadas ao longo de todo o minicurso.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

No primeiro encontro, os estagiários responsáveis por ministrar o minicurso, dentro das horas de regência, fizeram uma apresentação pessoal, destacando aspectos relativos à formação e atuação profissional. Logo em sequência, foi explicado também sobre o tema do Minicurso “Consumo e Desperdício de Água”, e que todas as atividades realizadas deveriam ser redigidas na folha de almoço que fora entregue, denominado portfólio.

Além disso, os ministrantes do minicurso também falaram sobre a importância do uso da média, da variância e do desvio padrão. De início, explicou-se de forma teórica como eles poderiam encontrar os valores da média, da variância e do desvio padrão de um conjunto de dados, e também o significado de cada um dos conceitos. Depois, foi escrita na lousa uma tarefa e foi pedido para os alunos, em 20 minutos, fazerem. Posteriormente, de maneira dialogada, a tarefa foi solucionada. Observa-se que foi uma atividade muito interativa, já que os alunos demonstraram ter compreendido bem como fazer os cálculos.

Após isso, foi feita a dinâmica do mapa mental. Nota-se que houve uma diversidade muito grande quanto às palavras escritas, desde a importância da água, onde encontrá-la, seus estados, entre outros. Com o mapa em mãos e guiados pelas perguntas norteadoras, os alunos responderam que a água é importante porque faz parte do nosso peso corporal, regula nossa temperatura, precisamos dela para necessidades básicas, como consumo, isto é, beber, tomar banho, cozinhar e escovar os dentes, mas a sociedade a vem tratando de forma irregular, porque há grande desperdício e consumo exagerado.

Depois dessa atividade dialogada, os alunos responderam no portfólio as perguntas sobre o consumo e desperdício de água, propostas como um dos meios para reflexão. O objetivo de tais perguntas foi levantar a concepção inicial dos alunos acerca do uso da água no dia a dia. Isso porque após todas as atividades do minicurso (cálculo da média de uso da água em casa, comparação com o valor estipulado pela ONU e também usado pelos colegas de sala) esperava-se que os alunos realmente fossem capazes de compreender se estavam ou não fazendo um consumo racional, e se eles entenderam essa informação.

Desse modo, para a pergunta 1. Para você, o que é desperdiçar água? Todos os alunos que responderam no portfólio disseram que é fazer o uso da água mais que o necessário. Alguns alunos acrescentaram exemplos, como deixar a torneira aberta enquanto escovar os dentes e também tomar banhos demorados. O aluno Zeus, por exemplo, citou “É quando se usa sem ser racional, ex: tomar 10 banhos por dia, lavar sempre a calçada”. Além disso, um dos alunos afirmou que quem desperdiça água faz tal ato por ignorância.

Para a pergunta 2. Você já observou alguém desperdiçando água? 15 alunos responderam que sim, ou seja, que já observaram alguém desperdiçando água. Um destaque para isso é a resposta dada pelo aluno Poseidon que citou: “Sim, meu irmão deixa a torneira aberta desde quando começa a lavar a louça até quando acaba de lavar”, evidenciando que ele tem consciência do que seja desperdício, e que essa prática tem que ser repensada. Já a aluna Atena citou que

também já desperdiçou água. Seis alunos responderam que nunca viram ninguém desperdiçando água, todavia, não deram justificativas para a resposta dada.

Para a pergunta 3. Para você, o que é usar a água de forma racional? Cite 2 exemplos. Os alunos disseram que o uso racional da água está ligado à sua utilização de forma adequada, ou seja, usando somente quando e quanto for necessário. Alguns alunos citaram também que usar de forma racional é fazer a reutilização e redução da água. Dois alunos também citaram que o uso racional está ligado ao consumo próprio. Quanto aos exemplos de economia de água, citados pelos alunos, os que mais apareceu foi fechar a torneira enquanto estiver lavando as louças e também tomar banhos rápidos. Todavia, os alunos destacaram que é difícil pensar em forma de “economizar”.

Quanto às respostas dadas por alguns alunos para essa pergunta, destacam-se os argumentos apresentados pelo aluno Ares, que disse “É usar a água de uma forma controlada, sem exagerar”, e também pelo aluno M, que colocou “Usar com consciência sabendo que essa água um dia pode acabar”.

Para a pergunta 4. Na sua casa, há uso racional de água? As respostas apresentadas pelos alunos surpreenderam. Três alunos disseram que às vezes há uso racional da água, nove responderam que não há uso racional da água em suas casas, e outros nove responderam que sim, os membros de sua família usam a água de forma racional. De fato, a pergunta foi aberta, e eles poderiam responder conforme o que momentaneamente achavam, mas que uma resposta elaborada com dados extraído do cotidiano doa alunos, como propõe a modelagem matemática a essa pergunta pode ser respondida ao final dessa sequência de atividades, já que eles calcularam a média do consumo de água entre os membros de suas casas.

No que concerne às respostas que chamaram a atenção, destacam-se: a da aluna Ártemis que disse que em sua residência há a reutilização da água da máquina de lavar roupas; a do aluno Hermes, o qual colocou que os membros de sua família evitam banhos demorados, eles fecham a torneira ao escovar os dentes; o do aluno Dionísio que mencionou que não há uso racional na sua casa porque não há tempo e limite para isso; e do aluno Kratos, que disse em sua casa a água é utilizada de forma adequada.

Depois dos alunos responderem as quatro perguntas propostas, os estagiários explicaram a tarefa a ser realizada. Guiados pela tabela de consumo proposta pela ONU, eles deveriam calcular o gasto de água em um dia por membro da família. Esses dados deveriam ser trazidos para a sala de aula no próximo dia de minicurso.

Já no segundo encontro, os estagiários explicaram que, inicialmente, os alunos deveriam pegar todos os dados coletados e calcular a média, a variância e o desvio padrão do consumo de água familiar e, além disso, fazer uma comparação do seu consumo no dia de análise com a média obtida. De início, os alunos sentiram dificuldades em realizar a atividade proposta e, por isso, os estagiários foram passando de carteira em carteira para ajudá-los na realização da tarefa.

Posteriormente, todos os alunos realizaram a tarefa, mas não em sua totalidade. Alguns alunos só anotaram o valor de seu consumo de água no dia. Logo, com apenas um valor, não era possível calcular uma média. Neste artigo só analisamos os dados dos alunos que fizeram a tarefa integralmente, para que assim os dados levantados fossem a média familiar. Para que os alunos não ficassem sem realizar a atividade, foi estipulado um valor de 120 Litros para eles usarem, ou então que realizassem os cálculos da média, usando o valor de seu consumo diário e o consumo diário de água de outro colega da sala. Ao observar o portfólio, todos preferiram o segundo caminho, ou seja, comparar seu consumo com o valor do consumo do colega.

Inicialmente, os alunos estavam com dificuldade em realizar a atividade proposta, mas, em sala, a dificuldade observada pelos estagiários não consistia na realização do cálculo dos parâmetros solicitados e sim em como obter um valor de consumo vindo da tabela, que envolvia um simples cálculo de multiplicação. Com isso, foi necessário fazer uma explicação individualizada de como realizar tal dinâmica. Depois da compreensão da tabela, eles realizaram o cálculo da média, da variância e do desvio padrão e, quando tinham dúvidas conceituais, solicitavam ajuda dos estagiários.

Quanto à realização do cálculo da média do consumo residencial, quatorze alunos fizeram os cálculos conforme as orientações dadas, e sete alunos cometeram o mesmo erro. Esses alunos realizaram o cálculo da média de consumo entre os itens, ou seja, realizaram o cálculo da média entre o valor gasto em cada um dos itens da tabela e não pelo consumo geral por pessoa. Contudo, eles não erraram quanto aos procedimentos, ou seja, mesmo que utilizando os valores errados, o procedimento adotado e também o valor encontrado matematicamente estavam corretos. Na figura 2 há o cálculo da média, variância e desvio padrão feito pelo aluno Hefesto.

Figura 2

Atividade feita pelo aluno Hefesto

$$\text{Média: } \bar{x} = \frac{472 + 485 + 560}{3} = \frac{1517}{3} = 505,67$$

$$\text{Variância}$$

$$v = (472 - 505,67)^2 + (485 - 505,67)^2 + (560 - 505,67)^2 =$$

$$(-33,67)^2 + (-20,67)^2 + (54,33)^2 =$$

$$1133,67 + 428,25 + 2951,75 = 4513,67$$

$$DP = \sqrt{4513,67} \quad (505,67 \pm 67) L$$

$$DP \approx 67,20$$

Fonte: Material coletado na pesquisa (2024).

Assim, após todos os alunos terminarem de realizar os cálculos, foi feita a realização da dinâmica de comparação dos valores de consumo de água. Foram anotados na lousa os dados obtidos por um grupo de alunos e, assim, conjuntamente, foram discutidas as questões propostas. Com isso, foi realizada uma comparação entre todos os dados, visando identificar em qual casa havia um maior e o menor gasto médio de água por pessoa, qual casa havia gastos parecidos de água, e também qual havia gastos discrepantes. Novamente, foi uma atividade muito dialógica, já que todos os alunos estavam manifestando suas opiniões e posicionamentos, também destacaram corretamente quais as respostas para os itens da investigação.

Dessa forma, a falta de inibição ou medo em responder aos questionamentos demonstra que os alunos realmente fizeram a apropriação dos conceitos matemáticos que estavam sendo discutidos já que, para responder às questões, mais do que saber calcular, eles deveriam dominar o que representava a média, o desvio padrão e a variância. Além disso, na atividade executada, os alunos demonstraram seus posicionamentos quanto ao uso da água, dizendo que os valores encontrados demonstraram que eles gastam muita água, e também destacaram os responsáveis, em suas casas, pelo valor da média ter sido muito alto em alguns casos. Esse fato evidencia que a atividade propôs que eles compreendessem as dimensões sociais e naturais do consumo e do desperdício de água.

Para responder a essa atividade, os alunos deveriam compreender corretamente os conceitos de média e desvio padrão e, de fato, foi isso que foi observado porque os alunos da turma manifestaram corretamente em suas opiniões.

Ademais, foi feita uma comparação entre os dados matemáticos obtidos, comparados com os dados da ONU, do consumo médio de 110 litros diários de água por pessoa, e a resposta inicial dada pelos alunos. Dessa forma, foi

analisado se os dados matemáticos que cada aluno obteve foram coerentes com as respostas iniciais dadas sobre o consumo consciente de água.

Como sete alunos, não fizeram o cálculo da média com os dados de cada pessoa da família, mas entre os itens de consumo, não é possível determinar se a média de consumo residencial deles é maior ou menor que 110 litros. Logo, não é possível comparar os dados com a resposta inicial se eles gastam a água de forma consciente ou não.

Por outro lado, entre os alunos que fizeram a média de consumo residencial, destaca-se o aluno Zeus que afirmou existir em sua casa uso consciente de água, mas o consumo familiar médio é em torno de (1474 ± 381) Litros, ou seja, um valor muito acima do que é citado pela ONU, assim como cinco alunos, que afirmaram existir uso consciente de água na casa deles mas, na realidade, o valor da média obtida foi muito acima do valor especificado pela ONU. Todavia, de fato, os alunos compreenderam que em suas casas há um uso irracional da água, e que devem diminuir o consumo, mas alegaram também que é difícil consumir 110 litros ou menos por dia.

A aluna Hestia disse que não há uso consciente de água em sua casa, e realmente não há, porque em sua casa há gasto de aproximadamente (606 ± 132) Litros diários, bem como para outros cinco alunos, que afirmaram consumir muita água e tem consciência disso, mas colocaram que fariam um esforço para gastar menos, além de conscientizar as suas famílias. Já o aluno Apolo disse que, às vezes, usa de forma consciente, sendo que o valor médio obtido foi acima dos 110 litros diários.

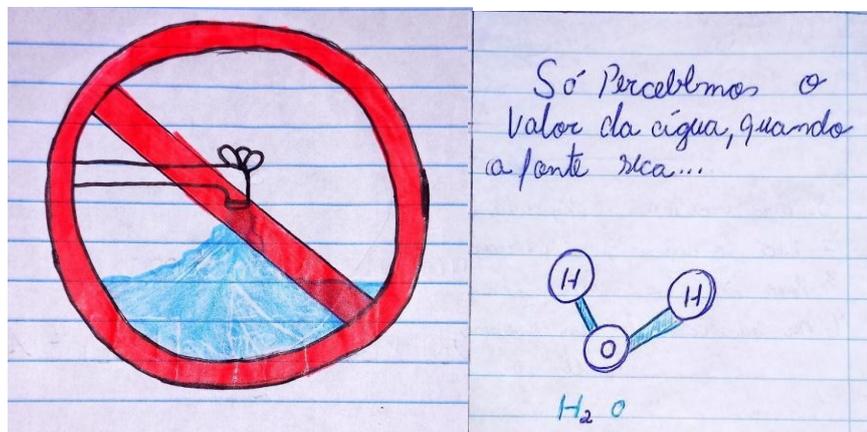
Ao final de todo o minicurso, os alunos representaram na forma de desenho ou frase a principal reflexão levantada quanto ao consumo e ao desperdício de água.

Das 21 representações feitas, 17 foram desenhos e 4 foram frases e/ou textos. Entre os textos, o aluno Aquiles destacou que nós não devemos desperdiçar água e devemos usá-la de forma consciente. Já a aluna Hera colocou que assim como o ar, a água é essencial para nossa sobrevivência, então não devemos tirar o direito de uma pessoa de viver livremente, e, por isso, devemos usar a água de forma consciente. O aluno Zeus trouxe uma reflexão interessante, ele destacou que a sociedade só percebe o valor da água quando a fonte seca, o que pode ser visto na figura 4. A aluna Afrodite destacou que como há dificuldade em mudar o consumo de água no agronegócio, nós devemos repensar nossas ações no chuveiro.

Além disso, um desenho que chamou a atenção foi feito pela aluna Atena. Conforme a figura 3, nota-se que a aluna representou o desperdício de água oriundo de uma torneira aberta, e apresentou que isso não deve ser feito.

Figura 3

Representações feitas pelos alunos Zeus e Atena



Fonte: Material da coleta de dados da pesquisa (2024).

Assim, pudemos de fato perceber que os alunos compreenderam o real significado da média, da variância e do desvio padrão, como também sua importância, porque manifestaram corretamente as suas opiniões, no momento de fazerem uma comparação entre os valores obtidos pela sala. No que tange aos procedimentos empregados nas resoluções das tarefas, todos os alunos fizeram o cálculo corretamente, não cometendo erros nem quanto ao uso da média, da variância e do desvio padrão nem referente ao uso das quatro operações básicas. O único mal-entendido percebido foi no entendimento de como usariam os dados. Assim, pode-se afirmar que essa atividade adotou o ensino de matemática por meio da Modelagem Matemática e favoreceu o entendimento dos conteúdos que foram discutidos.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A experiência que realizamos com os alunos da terceira série do Ensino Médio de uma escola pública do interior do estado de São Paulo teve como pergunta central “É possível, por meio da Modelagem Matemática, que os alunos compreendam os conteúdos matemáticos a serem trabalhados?”; Em que proporção? Para responder à pergunta, foi aplicado um minicurso de 4 horas/aula, adotando os pressupostos de Modelagem Matemática proposto por Barbosa (2001). Com essa abordagem, pudemos perceber que os alunos conseguem, de fato, visualizar o papel da matemática no dia a dia e, por meio dela, refletir sobre outros assuntos relativos à sociedade que, nesse caso, foi o consumo e o desperdício de água.

Quanto ao minicurso em si, entende-se que os participantes do mesmo conseguiram, por meio dos dados matemáticos obtidos, compreender se fazem ou não uso coerente da água, se há muito ou pouco desperdício desta em suas residências, e também quem são os agentes responsáveis por elevar a média residencial de consumo de água. Alguns alunos, inclusive, achavam que havia uso racional da água, e após fazer os cálculos matemáticos, mudaram de concepção.

Dessa forma, o desenvolvimento da criticidade foi favorecida, porque foi possível refletir sobre ações do dia a dia, e o que se pode fazer para mudá-la.

Além do mais, percebemos que nas aulas observadas, anteriormente ao minicurso, os alunos tinham receio de responder às perguntas feitas pelo docente oralmente, devido ao medo de estarem errados. No entanto, nesse minicurso isso não aconteceu, uma vez que todos os alunos estavam confiantes em manifestar seus posicionamentos, o que contribui para o enriquecimento da aula.

Logo, como os alunos compreenderam os conceitos matemáticos trabalhados, e também refletiram sobre práticas no dia a dia, o objetivo proposto foi cumprido. Embora o tempo tenha sido curto, pudemos perceber que as atividades desenvolvidas favoreceram a criação de um ambiente de aprendizagem com investigação, indagações e discussões sobre o assunto, interligando o saber matemático a uma temática ambiental. Assim, a Modelagem Matemática, que foi a abordagem utilizada em toda a sequência didática, principalmente nas aulas 3 e 4, favoreceu o aprendizado dos conceitos pelos alunos. O tema escolhido e a abordagem metodológica empregada permitiu também o desenvolvimento de uma conscientização ambiental.

Destarte, os conceitos matemáticos quando são trabalhados em sala de aula somente usando um formalismo matemático, memorização e repetição de fórmulas, podem ocasionar, nos alunos, a geração de obstáculos e grandes dificuldades quanto ao entendimento dos conteúdos. Além disso, muitas vezes os alunos que frequentam regularmente a escola básica tem o entendimento de que o conhecimento científico e matemático está bem distante de sua realidade, e muitas vezes não faz sentido no seu dia a dia.

Desse modo, faz-se necessário contextualizar o saber matemático e articulá-lo à realidade do aluno, favorecendo que este compreenda a importância e a viabilidade de aprender tal conteúdo. Isto foi possível de ser realizado com o emprego da metodologia de Modelagem Matemática e envolvendo um tema de interesse dos alunos, o consumo de água, e que faz parte do dia a dia dos mesmos. Este último fato a nosso ver potencializou ainda mais a aprendizagem e o envolvimento dos alunos nas atividades realizadas. Assim sendo, os resultados expressos neste trabalho demonstram que os alunos em sua totalidade compreenderam o significado dos conceitos trabalhados e como realizar os cálculos propostos. Outrossim, levantaram reflexões sobre práticas de consumo e desperdício de água em seu dia a dia e como isso deve ser melhorado.

Portanto, nesta pesquisa, verificamos que a intervenção didática realizada nos moldes apresentados favoreceu o aprendizado dos conteúdos abordados, além de proporcionar aos alunos refletir sobre o consumo e o desperdício de água em suas casas, inserindo a matemática dentro de um contexto sociocultural, auxiliando no desenvolvimento de uma consciência ambiental. Desse modo, entendemos que a Modelagem Matemática, representa uma abordagem que potencializa a compreensão dos conteúdos pelos alunos e favorece a formação cidadã, ainda mais quando for associada a questões relacionadas ao cotidiano dos alunos.

Os resultados desta investigação, portanto, endossam o posto por Barbosa (2001) ao destacar que a Modelagem Matemática se configura como um

mecanismo capaz de levar às aulas de matemática investigações relativas a aplicações do saber matemático, fazendo interligações com outras áreas do saber, possibilitando uma maior compreensão e assimilação dos conteúdos, tanto em seu real significado quanto na realização de cálculos e procedimentos.

REFERÊNCIAS

- Agne, L.S.; & Frota, P.R.O. (2007). Matemática – Ensino e Educação. *Revista de Iniciação Científica*, 8(1), 1-11.
<https://periodicos.unesc.net/ojs/index.php/iniciacaocientifica/article/view/169>
- Almeida, L.M.W de; & Brito, D. dos S. (2005). Atividades de modelagem matemática: que sentido os alunos podem lhe atribuir?. *Ciência & Educação*, 11(3), 483-498. <https://doi.org/10.1590/S1516-73132005000300011>
- Almeida, L.M.W de; & Dias, M.R. (2004). Um estudo sobre o uso da Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 17(22), 19-35.
<https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/10529>
- Asth, R.C. (2021). Toda Matéria: Variância e desvio padrão. Recuperado em 11 maio, 2023, de <https://www.todamateria.com.br/variancia-e-desvio-padrao/>
- Azevedo, L.C.S.S. (2007). A constituição de “ser professor” em Campinas-SP nas primeiras décadas do século XX: memórias de um passado glorioso. *Horizontes: Dossiê: Práticas de formação e fazeres cotidianos*, 25(2), 137-146.
[https://lyceumonline.usf.edu.br/webp/portaUSF/itatiba/mestrado/educacao/uploadAddress/Horizontes_25_2_01\[11066\].pdf](https://lyceumonline.usf.edu.br/webp/portaUSF/itatiba/mestrado/educacao/uploadAddress/Horizontes_25_2_01[11066].pdf)
- Barbosa, J.C. (2001). Modelagem Matemática e os professores: a questão da formação. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 14(15), 5-23.
<https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/10622>
- Bogdan, R.; & Biklen, S.K. (1994). *Investigação qualitativa em educação*. 1. ed. Porto: Porto Editora.
- Brasil. (2018). Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular (BNCC)*. Versão homologada. Brasília: MEC/CONSED/UNDIME, 2018.
<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>
- Brum, E.D.; & Bonotto, D. de L. (2022, dezembro). A temática Educação Ambiental e Educação Financeira em uma proposta de modelagem matemática. *Anais do 14.º Encontro Nacional de Educação Matemática*, Brasília, DF.
- Burak, D. (1992). *Modelagem matemática: ações e interações no processo de ensino-aprendizagem*. (Tese de Doutorado em Educação), Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

- Carvalho, A.M.P. (2018). Fundamentos teóricos e metodológicos do ensino por investigação. *Revista Brasileira de Pesquisa em Educação em Ciências*, 18(3), 765-794. <https://doi.org/10.28976/1984-2686rbpec2018183765>
- D'Abrósio, U. (2005). Sociedade, cultura, matemática e seu ensino. *Educação e Pesquisa*, 31(1), 99-120. <https://www.scielo.br/j/ep/a/TgJbqssD83ytTNyxnPGBTcw/?format=pdf&lang=pt>
- Effting, T.R. (2007). *Educação Ambiental nas Escolas Públicas: realidade e desafios*. (Monografia de Especialização Latu Sensu em Planejamento para o Desenvolvimento Sustentável), Universidade Estadual do Oeste, Marechal Cândido Rondon.
- Fiorentini, D. (1995). Alguns Modos de Ver e Conceber o Ensino da Matemática no Brasil. *Zetetiké*, 3(4), 1-37. <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646877>
- Freire, P. (2003). *Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa*. 25. ed. São Paulo, SP: Paz e Terra.
- Girald, O. C.P.; & Sant'Ana, A.A. (2020). Uma experiência de modelagem matemática promovendo uma reflexão crítica sobre o consumo da água. *Educação Matemática em Revista – RS*, 1(21), 35-45. <https://www.sbemrasil.org.br/periodicos/index.php/EMR-RS/article/view/2346>
- Jacobini, O.R.; & Woderwotzki, M.L. L. (2006). Uma Reflexão sobre Modelagem Matemática no Contexto da Educação Matemática Crítica. *Bolema- Boletim de Educação Matemática*, 19(25), 1-16. <https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/1876>
- Kaiser, G.; & Sriraman, B. (2006). A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 38(3), 302-310. <https://link.springer.com/article/10.1007/BF02652813>
- Narcizo, K.R. dos S. (2009). Uma análise sobre a importância de trabalhar educação ambiental nas escolas. *REMEA-Revista Eletrônica do Mestrado em Educação Ambiental*, 22(1), 86-94. <https://doi.org/10.14295/remea.v22i0.2807>
- Ponte, J.P da. (1994). O estudo de caso na investigação em educação matemática. *Quadrante*, 3(1), 3-18. <https://doi.org/10.48489/quadrante.22652>
- Querioz, T. L. S. et al. (2016). Uma proposta interdisciplinar de educação ambiental a partir do tema água. *Revista Brasileira de Extensão Universitária*, 7(1), 15-22. <https://periodicos.uffs.edu.br/index.php/RBEU/article/view/3078>

Silva, V.C.N da. (2021). *O ensino da matemática e as questões ambientais*. (Trabalho de Conclusão de Curso de Licenciatura em Matemática), Universidade Federal Fluminense, Niterói.

Skovsmose, O. (1994). *Towards a Philosophy of Critical Mathematics Education*. 1.ed. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Sousa, G.L. et al. (2011). A Importância da educação ambiental na escola nas séries iniciais. *Revista Eletrônica Faculdade Montes Belos*, 4(12), 1-17.
<https://www.bibliotecaagpatea.org.br/administracao/educacao/artigos/A%20IMPORTANCIA%20DA%20EDUCACAO%20AMBIENTAL%20NA%20ESCOLA%20NAS%20SERIES%20INICIAIS.pdf>

Sousa, Y.F de.; & Santos, V.P dos. (2019, outubro). Modelagem matemática: uma possibilidade para o ensino e a aprendizagem. *Anais do 6.º Congresso Nacional de Educação*, Campina Grande, PB.

Tarouco, V. L.; Silva, G. de P.; & Silva, A. C. da. (junho, 2016). Marcas do ensino tradicional sobre a compreensão da operação de multiplicação em professores dos anos iniciais do ensino fundamental. *Anais do 12.º Encontro Nacional de Educação Matemática*, São Paulo, SP.

Tonso, S. (2010). A educação ambiental que desejamos desde um olhar para nós mesmos. *Ciências em Foco*, 3(1), 1-15.
<https://econtents.bc.unicamp.br/inpec/index.php/cef/article/view/9184>

Vissicaro, S. de P.; Figueirôa, S. F. de M.; & Araújo, M.S. de. (2016). Questões sociocientíficas nos anos iniciais do ensino fundamental: o tema água em evidência. *Indagatio Didactica*, 8(1), 1596-1609.
<https://proa.ua.pt/index.php/id/article/view/11775>

Vygotsky, L. (1986). *Thought and language*. Cambridge, MA: The MIT Press.

Zorzan, A.S.L. (2007). Ensino-Aprendizagem: Algumas tendências na educação matemática. *Revista de Ciências Humanas*, 8(10), 77-94.
<http://revistas.fw.uri.br/index.php/revistadech/article/view/303>

Recebido: 18 ago. 2023

Aprovado: 18 abr. 2024

DOI: 10.3895/actio.v9n1.17459

Como citar:

RIBEIRO, João Pedro Mardegan; MENEGHETTI, Renata Cristina Geromel. Abordando o uso da modelagem matemática no ensino médio por meio de um tema gerador envolvendo questões ambientais. *ACTIO*, 9(1), 1-21. <https://doi.org/10.3895/actio.v9n1.17459>

Correspondência:

João Pedro Mardegan Ribeiro
Rua Miguel Alves Margarido, Condomínio Solar dos Engenheiros, n. 359, apartamento 423, Jardim Lutfalla, São Carlos, São Paulo, Brasil.

Direito autoral: Este artigo está licenciado sob os termos da Licença Creative Commons-Atribuição 4.0 Internacional.

