ACTIO: Docência em Ciências
ISSN: 2525-8923

http://periodicos.utfpr.edu.br/actio

Argumentos de alunos na resolução de expressões aritméticas

Monize Barros Lima Costa
monizebarros_@hotmail.com
orcid.org/0000-0003-3361-7050
Secretaria Municipal da Ação Social e Direitos Humanos (SEMASDH), Propriá, Sergipe, Brasil

Adjane da Costa Tourinho e Silva
adjane@academico.ufs.br
orcid.org/0000-0001-8996-0689
Universidade Federal de Sergipe (UFS), São Cristóvão, Sergipe, Brasil

João Paulo Attie
jpattie@academico.ufs.br
orcid.org/0000-0001-8411-4168
Universidade Federal de Sergipe (UFS), São Cristóvão, Sergipe, Brasil

RESUMO

A argumentação é considerada um dos elementos fundamentais para favorecer a aprendizagem em matemática. Com base nesse pressuposto, o artigo apresenta os resultados de uma pesquisa, de natureza qualitativa, realizada com estudantes do ensino fundamental, a qual teve como objetivo analisar as características estruturais e de conteúdo dos argumentos por eles elaborados, na resolução de problemas envolvendo expressões aritméticas. Os dados constituíram-se nos registros escritos dos estudantes produzidos como respostas às questões propostas e das interações entre eles e a pesquisadora. A análise foi desenvolvida por meio do Modelo de Argumento de Toulmin e de algumas categorias propostas por Sales. Os resultados indicam a habilidade da maioria dos estudantes com as operações matemáticas requeridas nas questões, mas dificuldades, tanto na compreensão do contexto de cada uma delas, quanto na transformação da linguagem natural para a linguagem matemática, por meio de expressões aritméticas. Os argumentos tendiam ao racional, mas foram encontrados também argumentos naturais. Além disso, a maioria dos argumentos apresentou os elementos básicos do Modelo de Toulmin.
PALAVRAS-CHAVE: Argumentação; Expressão Aritmética; Educação Matemática.

Students' arguments while solving arithmetic expressions

ABSTRACT

Argumentation is considered one of the fundamental elements to favor learning in mathematics. Based on this assumption, the article presents the results of a survey carried out with elementary school students to analyze the structural and content characteristics of the arguments developed by students in solving arithmetic expressions. The theoretical contribution was based on the argumentation models of Sales and Toulmin. The present study can be considered qualitative in nature and had a sample of 10 students. Data collection was performed using two instruments, the application of questions and the interaction between the students and the researcher. The analysis was based on the models of arguments in our theoretical foundation, and the results showed that the arguments developed by the students tended to be rational, but we also found natural arguments when dealing with contextualized questions. Furthermore, most of the arguments presented the basic elements of Toulmin Pattern Argument.
KEYWORDS: Argumentation; Arithmetic Expression; Mathematics Education.

INTRODUÇÃO

No ensino de matemática, tradicionalmente, costuma-se privilegiar a memorização e a repetição em detrimento da compreensão. Essa prática é muito frequente desde os primeiros anos do ensino fundamental e aparece "(...) com mais intensidade, quando o aluno é levado a fazer exercícios de um mesmo tipo, com base em um modelo fornecido pelo livro ou pelo professor" Pais (2006, p. 36). O aluno tende, assim, a se acostumar com a transmissão verbal do conteúdo, a cópia, o treino e a repetição das atividades, de modo que, a sua curiosidade, desvalorizada, começa a desaparecer.

A pesquisa em argumentação no ensino de matemática tem o potencial de contribuir significativamente para superar tal situação. Esta prática discursiva possibilita aos alunos a aquisição de mais autonomia para expor os seus pontos de vista e o desenvolvimento do pensamento crítico (Silva, 2003; H. S. J. Oliveira & R. J. Oliveira, 2018). Por meio dos argumentos acerca da resolução empregada nos problemas matemáticos, os alunos expressam seus raciocínios de modo que os professores têm melhor acesso às suas ideias, facilitando-se, assim, o processo de mediação do conhecimento, com promoção da reflexão e do pensamento metacognitivo. A utilização da argumentação em sala de aula configura, deste modo, um ensino de matemática que contribui para a interanimação de ideias, favorecendo a formação pessoal e social dos alunos.

Van Eemeren e Grootendorst (2004) consideram a argumentação uma atividade verbal e social de raciocínio, desenvolvida por um locutor (falante ou escritor) que busca aumentar (ou diminuir) a aceitabilidade de um ponto de vista controverso para um ouvinte ou leitor, por meio de uma constelação de proposições que visam justificar (ou refutar) o ponto de vista ante um julgamento racional. E. C. Oliveira (2012, p. 97), seguindo um entendimento semelhante à proposta da pragma-dialética de Van Eemeren e Grootendorst (2004, p. 1), designa a argumentação como "a ação sistemática de organizar fatos, ideias ou razões que, associados entre si, apresentam uma unidade capaz de conquistar a adesão de outros espíritos". Sales (2010) ressalta o ato de argumentar como a expressão de um raciocínio e, com base na Teoria Antropológica do Didático (TAD)[1], no contexto do ensino de matemática, observa que a argumentação é um objeto ostensivo usado para tornar acessível um objeto não-ostensivo, como ideias, conceitos ou um encadeamento de ideias e conceitos. O autor considera que argumentar pode se constituir em uma simples explicação ou uma tentativa de convencimento.

Não obstante à vasta discussão acerca das distintas definições de argumento e argumentação, a qual explicita diferentes dualidades, tais como produto-processo, individual-social, interna-externa, oral-escrita, formal-informal (Garcia – Mila & Andersen, 2007; Jimènez-Aleixandre & Erduran, 2007), levamos em conta a concepção fundamental de argumentação como a exposição de um ponto de vista justificado diante de uma audiência, como uma linha de raciocínio que se expressa a fim de dar sustento e tornar clara uma ideia, uma conclusão à qual se busca legitimar. O interesse pela argumentação no campo da Educação

Matemática tem se expressado desde a década de 1990 (Sales, 2010), aliado à uma perspectiva sociocultural de ensino e aprendizagem em que são valorizadas as interações discursivas no plano social da sala de aula, por meio das quais se dá o desenvolvimento cognitivo do indivíduo enquanto sujeito sócio histórico. Seguindo essa tendência, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) destaca a capacidade de argumentar como uma das dez competências gerais propostas para a Educação Básica (Ministério da Educação [Brasil], 2018).

Tendo em vista tais pressupostos, a pesquisa que apresentamos, desenvolvida no mestrado da primeira autora deste artigo (Costa, 2022), teve por objetivo analisar as características estruturais e de conteúdo dos argumentos elaborados por alunos do 7º ano do Ensino Fundamental ao longo das interações estabelecidas com a pesquisadora e colegas, durante a resolução de questões contextualizadas envolvendo expressões aritméticas. Tal conteúdo é importante para resolver situações/problemas do cotidiano, além de ser pré-requisito para se estudar as expressões algébricas, em que o aluno terá que lidar com letras e números (Rosa, 2020). Todavia, pouco se tem pesquisado sobre ele em relação com a argumentação (Costa, 2022). Consideramos, assim, que, ao expor uma análise acerca de tais argumentos, a pesquisa pode contribuir para dar visibilidade à forma como os alunos se apropriam deste conteúdo em sala de aula. Dessa forma, este estudo visa colaborar para que as comunidades de pesquisa e pedagógica tenham mais elementos para refletirem sobre estratégias didáticas que favoreçam a aprendizagem dos alunos.

Adotamos uma abordagem qualitativa em que a coleta de dados envolveu a participação de estudantes do 7º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública do interior do estado da Bahia. As interações entre a pesquisadora e os alunos, bem como a resolução de problemas propostos em questões contextualizadas ocorreram em três encontros virtuais (devido a pandemia da Covid-19) por meio da plataforma *Google Meet*. Os alunos tiveram acesso às questões por meio do link disponibilizado na plataforma, o qual os conduzia às questões no *Google Forms*. Os argumentos dos alunos, expressos em suas respostas escritas e nos debates desenvolvidos após a resolução de cada questão, foram submetidos à análise em que foram classificados a partir das categorias propostas por Sales (2011). Adotamos também o Padrão de Argumento de Toulmin (2006), procurando identificar os elementos constituintes dos argumentos construídos e seus conteúdos, de modo a qualificá-los.

ASPECTOS TEÓRICO-METODOLÓGICOS

O MODELO DE ARGUMENTO DE TOULMIN

Toulmin, juntamente a Perelman, foi um dos filósofos que propuseram uma nova abordagem para o estudo da argumentação. Eles defenderam a lógica informal[2], inseridos em um movimento de insatisfação com a argumentação trazida nos livros de introdução à lógica, na perspectiva da argumentação analítica, que se originou na América do Norte no início dos anos 1950 (Freitas, 2005). Toulmin procurou desenvolver uma teoria do argumento capaz de compensar as lacunas apontadas na racionalidade platônico-cartesiana e, assim, assumir com um instrumento capaz de substituir a lógica trazida por Aristóteles na análise dos argumentos (M. G. Oliveira, 2017).

De acordo com Velasco, na obra **Os usos do argumento**, de 1958:

> Stephen Toulmin critica o modo como algumas categorias lógicas, como a dedução, são expostas em livros afins. Segundo o autor, a abordagem usual dessas categorias priorizou determinados tipos de argumentos (a saber, os analíticos), os quais são pouco usuais na argumentação cotidiana (Velasco, 2009, p.281).

O esquema para representação dos argumentos proposto por Toulmin ficou conhecido como *Toulmin's Argument Pattern* (TAP), ou *Padrão de Argumento de Toulmin* (PAT), representado na Figura 1. De acordo com esse modelo, temos os seguintes elementos: dado (D), garantia de inferência (G), apoio (A), qualificador (Q), refutação (R) e conclusão (C).

Figura 1

Padrão de argumento de Toulmin

Fonte: Toulmin (2006, p.150).

Dados: são o ponto de partida do argumento, correspondendo a fatos ou mesmo alegações que fundamentam uma conclusão.

Garantias de inferência: são afirmações que fornecem informações complementares ou que ilustram os dados, e funcionam como pontes que conectam os dados apresentados à conclusão.

Conclusão: é o enunciado que se procura estabelecer com a argumentação, ou seja, afirmações que buscamos legitimar como válidas.

De acordo com Toulmin (2006), é possível construir um argumento com sua estrutura básica, contendo apenas dados, conclusão e garantias de inferência. Estas por sua vez podem ser melhor entendidas considerando a sua ancoragem em conhecimentos de base ou apoio. Além do apoio, Toulmin considera novos elementos que tornam o argumento mais complexo e consistente e explica o papel das novas categorias no modelo argumentativo:

Apoio ou conhecimento de base: são bases teóricas para as garantias que justificam ou exemplificam um dado.

Refutação: são afirmações que se opõem aos dados ou às garantias, indicando circunstâncias em que as garantias não se aplicam ou condições de exceção à conclusão.

Qualificadores: são um complemento à estrutura do argumento. Eles vão modular o raciocínio mostrando qual o seu grau de probabilidade, sua força ou sua fraqueza. Então, quando usamos, por exemplo, expressões que estão dentro das áreas da argumentação humana, tais como **provavelmente**, **possivelmente**, **presumivelmente**, compondo uma estrutura retórica, podemos atingir maior adesão dos envolvidos.

O foco do Padrão de Argumento de Toulmin é a estrutura do argumento, os elementos que o compõem e as ligações entre eles, ou seja, por meio do TAP compreende-se a coerência argumentativa. Todavia, na perspectiva do ensino e, em nosso caso, do ensino de matemática, voltamo-nos também para o conteúdo que se articula ao longo dos elementos estruturais, a fim de compreender como os alunos utilizam os conhecimentos matemáticos de modo a justificar os seus pontos de vista ou soluções que apresentam aos problemas propostos. Sales (2010) discute que, quando se trata de um argumento pensado, responsável, ele sempre traz fatos, informações que funcionam como garantias que dão sustento ao argumento. Na Teoria Antropológica do Didático (TAD), tais garantias são denominadas de tecnologias ou conhecimentos teóricos. Assim, quando ressaltamos a importância de focar nas garantias e apoio, estamos considerando que aí reside o cerne do raciocínio dos alunos, explicitando por meio de quais ideias eles partem dos dados e chegam às conclusões.

ARGUMENTOS RACIONAIS, NATURAIS E FOLCLÓRICOS – AS CATEGORIAS PROPOSTAS POR SALES

Com base na TAD, Sales (2011) considera dois tipos de argumentação: a explicativa e a justificatória ou justificativa. O autor defende esta última considerando que a mesma tem como objetivo convencer, ou seja, no caso do ensino de matemática, preocupa-se em exibir o porquê do procedimento envolvido na resolução de um problema ou questão qualquer; já a argumentação explicativa não tem a pretensão de convencer o indivíduo sobre a validade de determinado procedimento, mas apenas de repassá-lo como válido. Sendo assim, para Sales (2011), argumentar "é a ação de fazer ou de mostrar como se faz e é também a ação de justificar porque se faz" Sales (2011, p. 01).

Sales discute que:

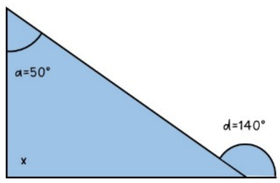
> Fazer matemática é uma atividade que consiste em desenvolver uma ação justificada por um discurso fundamentado na teoria. A matemática resultante dessa atividade sempre será nova para o seu produtor se o momento didático que está sendo vivenciado não consistir apenas na repetição de tarefas que utilizam a mesma técnica visando à consolidação de um conhecimento (Sales, 2010, p. 53).

Considerando a argumentação justificativa ou justificatória, Sales (2011) apresenta ainda as seguintes categorias: racional, natural e folclórica. Reconhece assim que, a caminho de uma argumentação racional, os alunos podem apresentar outros níveis de argumento. A argumentação é racional quando se encontra embasada em uma teoria, ou seja, é aquela desenvolvida com base em algum conteúdo ou regra matemática. A natural é aquela embasada na experiência, mas não envolve uma sistematização teórico-formal. Assim, "há elaboração de um raciocínio, um encadeamento de ideias, uma articulação entre as partes do raciocínio, mas falta sistematização" Sales (2011, p. 6). A folclórica tem por base, muitas vezes, a ingenuidade, sentimentos, mitos e desejos (Sales, 2010). Esse nível folclórico é ainda carregado de jargões, crenças, tradições e modismos que circulam por entre o imaginário das pessoas. Ele divide-se em duas subcategorias: a ingênua e a por tradição. A ingênua traz consigo toda argumentação que tenha algo de infantil e simplista; já a da tradição é uma argumentação que vai se fundamentar na vivência, em fatos observados e não questionados (Sales, 2011).

Na Tabela 1, a seguir, apresentamos alguns exemplos:

Tabela 1

Exemplos de argumentos racionais, naturais e folclóricos

Questões	Tipos de argumentos	Exemplos
Determine o valor do ângulo interno x, dados os valores dos ângulos α (interno do triângulo) e d (externo do triângulo), em:	Folclórico	x = 90º, pois os lados dele parecem estar se encontrando numa quina. x = 90º, pois em todos os exercícios desta aula, os triângulos têm um ângulo de 90º.
	Racional (também é uma demonstração)	**x = 90º,** pois i) **a = 50º** é um ângulo interno do triângulo; ii) **x** também é um ângulo **interno** do triângulo; iii) o terceiro ângulo interno do triângulo é complementar ao ângulo **d (140º)**, e assim, **d + i = 180º**, então **i = 40º**; iv) a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180º. Assim, **50º + 40º + x = 180º** e, portanto, **x = 90º**.
É verdade que a soma de dois números pares é sempre um número par?	Natural	2 + 4 = 6; 8 + 12 = 20; 14+ 24 = 38; Como em todos os exemplos nos quais conseguimos pensar o resultado é par, concluímos que a afirmação é verdadeira.
	Racional	2a + 2b = 2 (a + b) Os números pares sempre são múltiplos de dois.

Fonte: Adaptado de Sales (2010).

AS QUESTÕES APLICADAS AOS ALUNOS

Foram aplicadas 6 questões aos alunos, sendo 4 delas contextualizadas, consistindo em narrativas de situações cotidianas, e duas descontextualizadas, consistindo na apresentação de expressões prontas para serem resolvidas. Por uma questão de espaço, discutiremos aqui apenas três delas, sendo duas contextualizadas e uma não. A seguir, apresentamos as questões.

A primeira questão proposta demandou que os alunos resolvessem um problema efetuando operações de adição, subtração e multiplicação, sem determinar que eles o fizessem por meio de uma expressão aritmética. Assim, os alunos poderiam realizar as operações necessárias na ordem em que achassem conveniente, desde que deixassem seus cálculos registrados em papel. Ainda na primeira questão, após elaborarem e apresentarem a resposta solicitada, justificando-a, os alunos tiveram que indicar, dentre as alternativas de expressões aritméticas apresentadas, aquelas que consideraram corretas e a que melhor representava a forma como resolveram a questão. Também, posteriormente, eles justificaram essa escolha diante do grupo.

Consideramos que as demandas da questão envolveram uma argumentação justificatória, porque os alunos foram requeridos a tornar o seu raciocínio claro e convincente diante de uma audiência composta por professor e colegas. Inicialmente, eles tiveram que mostrar como alcançaram os resultados, com liberdade para fazerem uso de diferentes linguagens (natural, simbólica, esquemática). Posteriormente, eles tiveram que usar uma linguagem semiformal, respeitando métodos e regras que expressam mais nitidamente os acordos legítimos da comunidade científica (matemática), por meio de uma expressão aritmética, a qual, em seguida, foi por eles discutida. Neste segundo momento, a questão demandou, implicitamente, que os alunos refletissem sobre os seus próprios raciocínios, levando em conta a linguagem matemática. Vamos à 1ª questão:

Questão1 – Um tanque tinha 120 litros de água. Dele foram retirados 6 baldes de 10 litros cada um e 6 vasilhames com capacidade para 4 litros cada um. Todos os baldes e vasilhames cheios de água. Quantos litros de água restaram no tanque? (Questão 1a, 2021).

Qual(is) das expressões abaixo você considera correta(s) e qual delas melhor expressa o seu raciocínio referente à resolução da questão 1?

a)*120 – 6 X 4 + 10;* ***b)*** *120 – 6 X 4 – 10;* ***c)*** *120 – 6 X (10 + 4);* ***d)****120 – [(6 X 10) + (6 X 4)]*

e)*[120 – (6 X 10)] – (6 X 4);* ***f)*** *120 – [(6 X 10) – (6 X 4)]* (Questão 1 b, 2021).

Na segunda questão, os alunos foram solicitados a apresentarem suas respostas por meio de uma expressão aritmética. Tal questão avança, em relação à primeira no tocante à demanda cognitiva que envolve. Todavia, mantem a solicitação de que os alunos devem explicar o raciocínio utilizado na resolução, como acontece para as demais.

Questão 2[3]: A vovó Rosa foi comprar presentes de Natal para seus netinhos. Ela comprou três bolas por R$ 14,00 cada, duas bonecas por R$ 25,00 cada e quatro carrinhos por R$ 19,00 cada. Se ela pagou as compras com uma nota de R$ 50,00 reais, e dividiu o saldo restante em duas parcelas, qual o valor a pagar por cada parcela?

Resolva a questão acima por meio de uma expressão aritmética e tente explicar seu raciocínio posteriormente à turma. Caso não consiga resolver por meio de uma expressão, faça da forma que considere melhor, deixando clara a sua resolução. (Questão 2, 2021).

De acordo com a narrativa da questão, os alunos devem lidar com as quatro operações aritméticas básicas - adição, subtração, multiplicação e divisão – e organizar tais operações em uma equação, fazendo uso dos três elementos de associação – parênteses, colchetes e chaves - o que envolve regras de ordenação. Além disso, a questão requer mais atenção em relação à ordem das ações da personagem na narrativa e a ordem das respectivas operações matemáticas na expressão, quando comparada ao que acontece na questão 1. A informação de que a vovó Rosa pagou, de início (como entrada), a compra com R$ 50,00 é algo que, cronologicamente, ocorre após o somatório dos valores relativos aos brinquedos comprados, de modo que a operação referente à tal ação deve vir após esse somatório na expressão. Os alunos devem considerar, também, que o restante do pagamento da compra será dividido em duas vezes, sendo que esta operação deve operacionalmente vir na parte final da equação. Assim, temos: {[(3x14) + (2x25) + (4x19)] - 50} ÷ 2.

A terceira questão envolveu a apresentação de duas expressões aritméticas prontas para resolução. A primeira delas consiste em uma expressão mais elementar, em que aparecem apenas as operações de adição e multiplicação. Os alunos devem, antes de tudo, refletir sobre qual operação deve ser feita primeiramente. A segunda expressão agrega, em sua estrutura, semelhanças com aquelas referentes às questões 1 e 2. Vejamos:

Questão 3 – Resolva as expressões abaixo:

a)10 + 4 x 5

b){[75 + (10 x 4) + (12 x 2) + (8 x 12)] – (20 + 15)}: 2 (Questão 3, 2021).

A partir das questões propostas, consideramos que, quando o aluno ao ser solicitado a resolvê-las por meio de expressões, o fizer, é por que tem o domínio das relações matemáticas requeridas, relacionando-as aos aspectos contextuais. Quando isso não acontece e ele consegue apenas resolver as expressões quando as encontra prontas, como no caso da questão 3, isso expressa que, no ensino que recebeu, a formalização antecipou-se à compreensão do uso dos símbolos e convenções desse campo disciplinar, ou seja, o professor não investiu em um ensino contextualizado envolvendo argumentação justificativa. A literatura aponta que isso fragiliza o entendimento da própria resolução de uma expressão numérica dada (Ferreira, 2014). Assim, não seria incomum encontramos alunos que não conseguissem resolvê-las mesmo sendo capazes de trabalhar com as operações envolvidas e solucionar os problemas sem fazer uso das expressões.

PRODUÇÃO, TRATAMENTO E ANÁLISE DE DADOS

As 6 questões foram aplicadas a 10 alunos do 7º ano do Ensino Fundamental de uma escola da rede pública de ensino do interior do estado da Bahia. Os alunos foram identificados por A1, A2, A3 ... A10; a pesquisadora foi identificada como Pesq. Os 3 encontros ocorreram nas aulas cedidas pelo professor de matemática da escola. Vale ressaltar que, diante da pandemia, os alunos não eram obrigados a assistir às aulas virtuais, visto que nem todos poderiam ter acesso à internet, mas era fortemente recomendado que todos resolvessem as atividades propostas pelos professores, as quais eram disponibilizadas tanto pela internet como pela própria escola, em cópia física. Assim, o número de alunos que participou da pesquisa desenvolvida não correspondeu ao número total de alunos da turma. Todos os alunos participantes entregaram o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido assinados pelos respectivos pais.

Em cada encontro, após as orientações da pesquisadora, os alunos respondiam às questões propostas e enviavam *on-line* suas respostas para que, em seguida, fosse desenvolvida uma discussão na sala de aula virtual, a fim de que apresentassem oralmente o raciocínio empregado na resolução das questões. Ao longo dessa discussão, concepções anteriormente construídas pelos alunos na escola, bem como trazidas do dia a dia eram retomadas, chegando-se a construir novos conceitos. O tratamento dos dados envolveu transcrição das discussões registradas em vídeo e comparação com os dados escritos relativos à resolução dos problemas pelos alunos. A partir daí, aplicamos as categorias descritas nas seções anteriores. Inicialmente, buscamos verificar como as respostas, enquanto argumentação, poderiam ser entendidas com relação ao nível de racionalidade, em Folclórica, Natural ou Racional. Prosseguimos a análise por meio do Padrão de Argumento de Toulmin.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Na aplicação da primeira questão, contávamos apenas com 6 alunos na sala de aula virtual. Embora todos tivessem conseguido resolvê-la por meio de operações matemáticas isoladas, somente 4 conseguiram de fato argumentar, devido a interferência do mau funcionamento da internet. Portanto, vamos apresentar a análise dos argumentos de 4 alunos (A1, A2, A4 e A6) que permaneceram até o final da aula e explicitaram o raciocínio utilizado para a resolução da questão. As respostas das alunas **A3** e **A5** estavam corretas, mas elas não apresentaram, na discussão, seus argumentos. Considerando os 4 alunos que argumentaram e conseguiram alcançar a resposta correta, 2 deles (A1 e A6) não fizeram isso de início, devido a alguns pequenos equívocos com as operações aritméticas e também com a interpretação da questão. Como esse aspecto foi recorrente com diferentes alunos e significativo para nós, vamos apresentá-lo; vejamos as falas das alunas **A1** e **A6** juntamente à pesquisadora, com relação a isso:

Pesq.: *Veja, um tanque tinha 120 litros de água. Foram retirados 6 baldes de 10 litros né? E 6 vasilhames com capacidade para 4 litros cada um. Então, a pergunta foi: Considerando que todos os baldes e vasilhames estavam completamente cheios, quantos litros de água restaram no tanque? Então A1, você pode completar agora.*

A1: *44 litros sobrando ainda.*

Pesq.: *Ficaram restando 44? Como foi que você chegou a esse resultado?*

A1: *Como eu disse né? Eu tinha visto lá, fiz a multiplicação de quantos baldes foram tirados e também as vasilhinhas, juntei tudo e depois subtrai pelo resultado original, que era 120, aí deu 44.*

Pesq.: *120 menos quanto?*

A1: *Menos 84.*

Pesq.: *Menos 84 e deu 44?*

A1: *Hu rum... [...]*

A1: *Sra. Pesq.*

Pesq.: *Sim?*

A1:*É porque eu também tava aqui fazendo de outro jeito, eu refiz a conta, e percebi que tinha me enganado com o quatrozinho aqui do meio da conta. Aí o que eu faço, tenho que remandar (reenviar) o negócio (a questão) ou continua assim mesmo?* (Diálogo entre pesquisadora e alunos, 2021).

A Aluna **A1** expõe claramente que havia se equivocado no momento de efetuar a operação de subtração. Antes disso, **A1** também havia interpretado o texto de forma equivocada. Vejamos algumas de suas falas quando apresentou inicialmente o seu resultado à pesquisadora:

Pesq.: *Certo. E qual foi seu resultado A1?*

A1*: Foram 4 baldes e 1 vasilha, que faltava pra retirar a água por completo.*

Pesq.*: Humm. E o resultado final, quanto foi?*

A1*: 4 baldes e 1 vasilha, foi o que falei, que faltava pra terminar a coisa.*

Pesq.*: Humm. Vamos lá...*

A2: *(((interrompendo a professora)) Péra aí. Não era a quantidade de litros que tinha sobrado?*

A1*: Era pra adivinhar quantos litros tinha sobrado? Nossa! pensava que era pra adivinhar quanto que faltava pra tirar!!*

Pesq.: *Naaaão! É mais simples até, não é? ((Risos))*

A1: *Nossa! Não tou acreditando!* (Diálogo entre pesquisadora e alunos, 2021).

Como é possível perceber, a aluna supôs que deveria "adivinhar" (calcular) o número de baldes e vasilhas correspondentes ao volume de água restado no tanque. Assim, teria que informar quantos baldes e vasilhas poderiam ainda ser preenchidos para que o tanque esvaziasse. A interação de A1 com a pesquisadora possibilitou que a aluna expusesse as suas ideias, o que tornou claro que estava se direcionando à elaboração de um argumento racional, lidando com os conhecimentos matemáticos, embora com pequenos equívocos/dificuldades na interpretação da narrativa da questão e efetuação dos cálculos. A dificuldade de interpretação da questão foi mais acentuada na fala da aluna A6. Vejamos:

Pesq.: *Porque você retirou 120 de 6? De 120 você retirou 6 ((corrigindo-se))?*

A6*: Porque lá tava dizendo que tinha um tanque que tinha 120 litros, aí depois diz que foram retirados 6 baldes, aí eu subtrai. [...]*

Pesq.: *Certo, entendi, ok. Vá pensando aí um pouquinho. Você tá retirando água ou você tá retirando baldes do tanque? Retirando água ou retirando baldes?*

A6*: Água.*

Pesq.: *Água por meio do?*

A6*: Baldes.* (Diálogo entre pesquisadora e alunos, 2021).

Após explicarem seus resultados, A1 e A6, com a mediação da pesquisadora, perceberam que interpretaram a questão de forma errada ou se equivocaram nas operações. Finalizada a discussão, refletiram e refizeram a questão, apresentando novos argumentos, agora com respostas corretas. Considerando os argumentos apresentados pelos quatro alunos, podemos perceber que todos utilizam raciocínio matemático, embora algumas vezes impreciso inicialmente, com equívocos de algum deles, devido às dificuldades na interpretação da questão ou erros nos cálculos. A pesquisadora colocava breves informações ou questionamentos que os faziam refletir, sem informar de imediato se as respostas estavam corretas ou erradas. Logo, classificamos 3 dos argumentos como racionais e um deles como natural. Vejamos, a seguir, os argumentos apresentados de cada aluno ao longo da discussão, após terem enviado suas resoluções por escrito.

***A1**: Bem, como eu comecei foi simples, eu só peguei assim o resultado, fui lá coloquei o resultado em mente, eu fui lá, percebi né, como tinham sido 6 baldes de 10 litros, eu já multipliquei lá 6 vezes 10, 60. Depois eu fui lá vi o outro que eram vasilhinhas lá que era de 4 litros, que esqueci agora a coisa, aí fui lá multipliquei os dois, usei a multiplicação, depois juntei os dois resultados, depois eu subtrai, aí depois eu fui lá, e de novo eu fiquei lá olhando né, o balde cabe 10 litros e aquele potezinho cabe 4, aí eu só fui lá fiz uma divisão simples, assim de cabeça mesmo, que era um número arredondado, facinho, e foi isso, aí deu o resultado, 4 baldes e uma vasilha.* (Argumento do aluno A1, 2021).

A1 apresenta para a questão um argumento racional, apesar de no início ter interpretado o que se pedia na questão de forma errônea. Ao longo das tentativas, **A1** desenvolveu um raciocínio que, de acordo com Sales (2011), podemos chamar de sistematizado, chegando ao resultado correto, em um segundo momento.

A2 também mostra um argumento racional. O aluno explica sua resolução e chega ao resultado correto da questão, que é 36. Vejamos:

***A2:** Foi assim olhe, como tinha 6 baldes de 10 litros , eu já vi que era 60, aí tinha os vasilhames, que eram 6 vasilhames de 4 litros, aí eu ia fazer uma conta de adição, aí eu me lembrei que era mais simples contar, que 5 quatros vezes dava 20; 5, 10, 15, 20 ((conta nas falanges da mão fechada)), aí só era acrescentar mais 4, aí depois eu calculei 60 mais 24, aí depois eu peguei esse número do resultado e diminui com 120.*

***Pesq.**: E deu quanto?*

***A2**: Deu 36.* (Argumento do aluno A2, 2021).

Consideramos o argumento de **A2** também como racional, pois ele faz uso das operações matemáticas aprendidas formalmente, considerando uma melhor ou mais rápida forma para efetuar os cálculos. Inferimos que os “recursos” que utiliza para isso têm origem na escola, no uso da tabuada, algo que faz parte da cultura escolar, e não em sua vivência fora deste ambiente. Quando se trata de considerar o volume de água retirado por meio de vasilhames, o aluno informa que faria uma “conta” de adição (possivelmente 4+4+4+4+4+4), o que sugere que percebe a multiplicação como uma adição de números iguais, mas resolveu recorrer à tabuada de 5, adicionando uma unidade a cada aparição do numeral 5 - *aí eu me lembrei que era mais simples contar, que 5 quatros vezes dava 20; 5, 10, 15, 20 ((conta nas falanges da mão fechada)), aí só era acrescentar mais 4 [...]*.

A4 acerta a questão igualmente ao colega **A2**, e seu argumento pode ser caracterizado como natural, pois não explicita claramente o porquê dos procedimentos tomados. A aluna é mais breve em sua justificativa e não deixa claro seu raciocínio, apesar das investidas da pesquisadora. Vejamos:

***A4**: Bem, primeiro, eu comecei a raciocinar bem sobre como ia fazer a conta, daí eu fiz uma conta de 120 menos, perai, perai que tenho que fazer um negócio rapidinho. Tá dando um erro aqui.*

***A4:** Bom, como eu ia dizendo, eu fiz uma conta de 120 menos 84, que deu 36.*

***A4**: Eu comecei, tipo assim, pela quantidade de baldes e pela quantidade de água, depois eu fiz a conta e vi que deu 36 e eu conclui que deu a resposta 36.* (Argumento do aluno, 2021).

Para Sales (2010, p. 6), na argumentação natural “(...) Há elaboração de um raciocínio, um encadeamento de ideias, uma articulação entre as partes do raciocínio, mas falta sistematização”. O autor ainda admite que, apesar de propor três categorias para a argumentação justificativa, podem existir diversos níveis de complexidade e, portanto, diversos níveis de argumentação. Assim, do raciocínio natural até o lógico-dedutivo há uma variedade, mesmo que não muito vasta, de possibilidades. Para o autor, é possível

> [...] também ter um nível de raciocínio próximo do natural, mas já impregnado de algum conhecimento formal faltando apenas a incorporação de uma terminologia específica. Da mesma forma pode ocorrer a existência de um raciocínio pré-lógico-dedutivo, ao qual falta uma terminologia especializada, mas permite entrever o embrião de uma lógica formal (SALES, 2010, p.6).

A6 cometeu também seus equívocos, porém seu argumento sobre a questão foi também racional.

***A6**: Bom, eu peguei o 120, aí depois eu multipliquei 6 vezes 10 que dá 60, e diminui que deu 60 ((referindo-se à subtração 120-60)), aí eu multipliquei, 6 vezes 4 que deu 24, aí eu diminui 60 menos 24 que deu 46.* (Argumento do aluno, 2021)

Observando, agora, os raciocínios empregados pelos quatro alunos, percebemos que **A1**, **A2** e **A4** fazem as multiplicações primeiro (6x10 e 6x4), adicionam os produtos obtidos (60+24) para depois realizarem a subtração (120-84). **A6,** por sua vez, expressa um procedimento racional um pouco diferente: Após cada multiplicação, faz em seguida a subtração. Então, tem-se 6x10, resultando em 60, para depois vir 120-60. Prosseguindo, calcula 6x4, resultando em 24, para efetuar a nova subtração, 60-24, o que resulta em 36 e não 46, como informado pela aluna. Assim, com base na discussão e nos cálculos apresentados por escrito, verificamos que os alunos **A1**, **A2** e **A4** resolveram a questão 1 na forma da expressão “120 – [(6 X 10) + (6 X 4)]”, a qual corresponde à opção **d** apresentada na parte 2 da Questão 1; enquanto **A6** expressou algo semelhante à “[120 – (6 X 10)] – (6x4)” que corresponde à opção **e**.

A1, A2 e A4 marcaram apenas a letra **d**, enquanto A6 marcou as opções **d** e **f** apresentadas na segunda parte da questão. Eles não conseguiram perceber, inicialmente, que as letras **c** e **e** também estavam corretas. Todavia, ao justificarem porque indicaram tal opção, **A1** e **A2** fizeram uma correlação correta e explicita entre o caminho de operações indicado na expressão e o caminho racional por eles tomado ao longo da resolução. Foi muito gratificante perceber o modo como os alunos expressaram as relações entre as expressões aritméticas e a forma como raciocinaram e resolveram a questão, o que demonstra uma consciência acerca do raciocínio que empregaram.

***Pesq**.: A2 você pode explicar porque que foi a “d”?*

***A2**: Porque parecia mais com minha questão, porque como normalmente resolve primeiro os parênteses, tá aí 6 vezes 10 igual 60, 6 vezes 4 igual a 24, aí depois foi tudo menos o 120, mas também tem a conta de mais, que era somando os dois entre os parênteses, foi mais ou menos assim que fiz.*

***Pesq**.: Certo, então você já tem essa ideia de que resolve primeiro o que está dentro dos parênteses, não é?*

***A2**: Mas, não é assim? ((intrigado))*

Pesq.: *Sim, sim, eu sou estou querendo que fique claro.*

[...]

A1: *Certo, voltando aí nesses negócios dos parênteses. Eu fiz exatamente como tava aí, eu resolvi primeiro esse negócio dos parênteses, lá o 6 vezes 10 e o 6 vezes 4, depois eu somei esses dois, depois eu subtrai com o 120 como tá escrito aí, certinho, bonitinho, foi por isso.*

Pesq.: *Perfeito.* (Diálogo entre pesquisadora e alunos, 2021).

Curiosamente, a aluna **A6**, não indicou a opção **e**, ao contrário, indicou a **d** e a **f**. A forma como se refere à opção **f** nos faz considerar a semelhança que tal opção tem com a opção **e**, a qual estaria compatível com a forma como a aluna resolveu a questão. No momento em que **A6** explica, todavia, descreve (por meio de uma fala envolvendo algumas ambiguidades) a expressão da letra **e** e não da **f**. Também podemos considerar a hipótese de que a aluna citou além da opção **f** a opção **d**, devido ao efeito persuasivo das respostas dos colegas **A1** e **A2**, apresentadas anteriormente à sua resposta. Em suma, **A6** não estabeleceu uma boa relação entre a expressão e o raciocínio que ela mesma havia explicado anteriormente, como ocorreu com **A1** e **A2**. **A4**, por sua vez, não se pronunciou neste momento da discussão, devido a algum problema com a internet.

Os alunos já haviam estudado (com algumas limitações, devido à pandemia) o conteúdo **expressões aritméticas**, mas pelo que nós íamos aos poucos percebendo, isso não havia sido feito partindo de questões contextualizadas. As dificuldades de interpretação do texto e montagem da expressão, bem como de associação da expressão com a resolução empregada por eles eram indicativos disto. Ainda com relação à segunda parte da questão 1, apenas após a explicação da pesquisadora, os alunos puderam perceber que as expressões **c** e **e** chegavam ao mesmo resultado da letra **d**. Na discussão acerca da letra **c**, os alunos não percebiam que 6 x (10 + 4) daria o mesmo resultado que (6 x10) + (6 x4), o que corresponde a propriedade distributiva da multiplicação. O movimento discursivo que se desenvolve entre a pesquisadora e os alunos **A1** e **A2** mostra como eles iniciam esse entendimento. A fala de **A1** (Nossa, genial!!) demonstra o entusiasmo com a aprendizagem de novas concepções. Vejamos:

Pesq.: *Alguém marcou a letra "c"? Vocês acham que a letra "c" estaria correta também?*

A1: *Eu acho que não.*

A2: *Eu também acho que não.*

Pesq.: *Por quê?*

A1: *Porque ali, em vez de estar, porque tá assim, 10 mais 4*

A2: *Seria 14 vezes 6, 14 seis vezes menos 120.*

A1: *É, aí não daria certo que nem a letra "d".*

[...]

Pesq.: *Então coloca 14 vezes 6, pra ver quanto dá!!*

A6: *Dá 84!*

Pesq.: *Isso, aqui ((mostra na tela do computador, compartilhando a tela)) ou a gente poderia tá fazendo os parênteses primeiro...*

***A2**: 84 menos 120*

***Pesq.**: Isso. Vai ficar 120 menos 84 que daria o mesmo resultado da letra "d", não é isso?*

***A1**: Nossa, genial!!* (Diálogo entre pesquisadora e alunos, 2021).

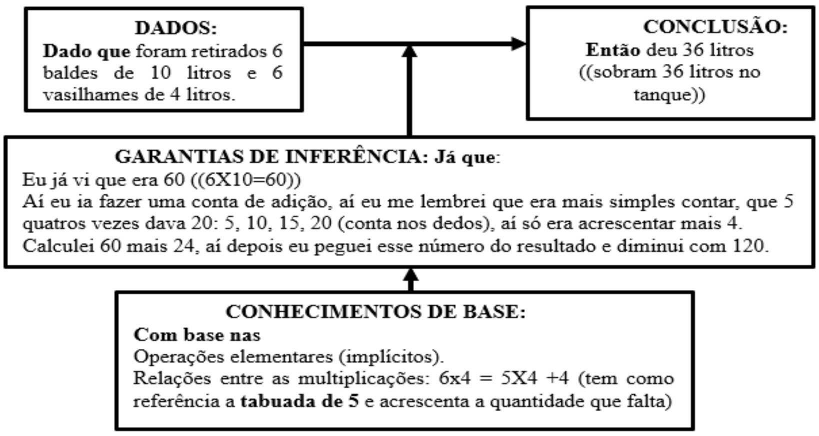
Na discussão acerca da letra **e**, os alunos são instigados a perceber o papel dos colchetes na comparação entre tal opção e a letra **f**, já que a opção **f** está errada e só difere da opção **e**, correta, apenas pela posição desse elemento.

A análise acima dá visibilidade à ideia de que os alunos atuam argumentando de uma perspectiva lógica, racional, fazendo uso de três operações na resolução de problemas, reconhecendo e superando dificuldades. Com relação aos conhecimentos acerca das expressões aritméticas, fica mais nítida a percepção de que eles sabem de algumas regras fundamentais, mas não têm o hábito de utilizar expressões para expressar a resolução de problemas envolvendo narrativas de situações, ou seja, a aprendizagem desse conteúdo não partiu de questões contextualizadas, mas das regras, convenções e formalizações matemáticas. Os excertos das discussões entre a pesquisadora e os alunos, apresentados acima, indicam, sobretudo, como as intervenções da primeira favorecendo a interação e argumentação dos alunos promovem uma reflexão acerca de suas ideias e um avanço em direção às concepções corretas no campo da matemática.

A seguir, apresentamos os argumentos dos alunos por meio do Modelo de Toulmin (2006). Iniciamos pelo aluno A2, cujo argumento encontra-se sistematizado na figura 2, a seguir. É possível perceber que o argumento do aluno A2 apresenta os elementos básicos do Modelo de Toulmin. As garantias de inferência e conhecimentos de base explicitam o raciocínio e conhecimentos envolvidos no argumento.

Figura 2

Layout de Toulmin para o argumento do aluno A2 para a Questão 1



Fonte: Elaborado pelos autores (2022).

Os demais argumentos elaborados pelos alunos, de acordo com o Modelo de Toulmin, apresentam estruturas semelhantes ao de A2, sendo compostos também por elementos básicos do modelo: dados, conclusão, garantias de inferências e conhecimentos de base, sendo que estes últimos se encontram sempre implícitos. Para os alunos A4 e A6 os dados também se encontram em tal condição.

Tabela 2

Layout de Toulmin para os argumentos dos alunos A1, A4 e A6 para a Questão 1

Aluno	Dado	Garantia de inferência	Conhecimentos de base	Conclusão
A1	**Dado que** *(...) como tinha sido 6 baldes de 10 litros. Depois eu fui lá vi o outro que eram vasilhinhas lá, que era de 4 litros.*	**Já que** *Multipliquei lá 6x10=60 Aí fui lá multipliquei os dois. Usei a multiplicação, depois juntei os resultados. Depois subtrai.*	**Com base** *nos conhecimentos de multiplicação, adição e subtração ((implícito)).*	**Então**, *((sobram)) 4 baldes e uma vasilha.*
A4	O enunciado da questão ((implícito))	**Já que** *Eu comecei, tipo assim, pela quantidade de baldes e pela quantidade de água, depois eu fiz a conta (...)* *Eu fiz uma conta de 120 menos 84 (...)*	**Com base** *nos conhecimentos de multiplicação, adição e subtração ((implícito)).*	**Então,** *deu 36 a resposta.*
A6	O enunciado da questão ((implícito))	**Já que** *eu peguei o 120, eu multipliquei 6 vezes 10 que dá 60, e diminui, que deu 60 ((referindo-se à subtração 120-60)), eu multipliquei, 6 vezes 4 que deu 24, eu diminui 60 menos 24.*	**Com base** *nos conhecimentos de multiplicação, adição e subtração ((implícito)).*	**Então,** *deu 46.*

Fonte: Elaborado pelos autores (2022).

Na aplicação da segunda questão, o que ocorreu no 2º encontro, contávamos com 10 alunos na sala de aula virtual. Para os novos alunos foram designados os seguintes códigos: ***A7**, **A8**, **A9** e **A10***. Essa questão solicitava ao aluno que a resolução se desse por meio de uma expressão aritmética. Caso não conseguisse dessa forma, deveria ainda resolver a questão do modo que fosse possível e apresentar seu raciocínio de forma clara à pesquisadora e aos colegas. Nove alunos (A1, A2, A3, A5, A6, A7, A8, A9 e A10) responderam à questão utilizando operações matemáticas isoladas e não por expressão aritmética. Entretanto, apenas cinco alunos (A2, A3, A5, A7, A8) conseguiram chegar ao resultado correto da questão, inicialmente, sem a ajuda da pesquisadora. Cinco alunos argumentaram, de diferentes formas, como resolveram a questão (A1, A2, A3, A5 e A6). Por fim, apenas três alunos, após incentivo, conseguiram elaborar a expressão corretamente (A1, A2, A6).

O breve relato acima já indica que as dificuldades verificadas no encontro 1, referentes à interpretação do enunciado da questão e suas relações com as operações matemáticas e a estas em si mesmas, repetem-se neste encontro 2, com a diferença de que três alunos avançam e chegam a construir a expressão aritmética por meio da interlocução com a pesquisadora. Vamos nos deter, então, na análise de tal interlocução.

A aluna **A1** resolveu a questão fazendo continhas. Não conseguiu, no início, elaborar a expressão aritmética. Não havia conseguido compreender o enunciado da questão. Teve dúvidas sobre o que é "entrada" quando se trata de uma compra. Posteriormente, conseguiu elaborar a expressão corretamente. Vejamos:

Pesq.*: Isso, aí o resultado, depois que você fez essas multiplicações, você fez o quê?*

A1*: Eu somei tudo isso.*

Pesq.*: Perfeito. Quando você soma tudo isso, qual é o resultado que dá?*

A1*: Deu 168.*

Pesq.*: Então, 168. Esse valor corresponde a que?*

A1*: Ao valor absoluto das compras da senhora Rosa.*

Pesq.*: Isso, então a vovó Rosa, ela fez uma compra e nessa compra ela teria que pagar quanto?*

A1*: 168.*

Pesq.*: R$168,00, muito bem, então ela tinha que pagar 168 reais, mas quanto foi que ela pagou logo?*

A1*: Ela foi logo e deu uma entrada de R$50 reais.*

Pesq.*: Pronto, aí explique seu raciocínio, como é que você continuou daí?*

A1*: Aí eu fui lá e só peguei o resultado de 168, porque .... aí pera.... agora que percebi Jesus, meu Deus!*

Pesq.*: Você percebeu o que? ((risos))*

A1*: ((risos)) agora que percebi, que o negócio deu errado, aí eu fui lá porque era pra dividir em duas parcelas, certo? Duas.*

Pesq.*: Isso*

A1*:Aí eu fui lá, peguei os 168 e dividi por 2, aí depois que eu tive o resultado, foi ali, que eu tirei os R$50,00.*

Pesq.*: E como é que você acha que deveria ter feito?*

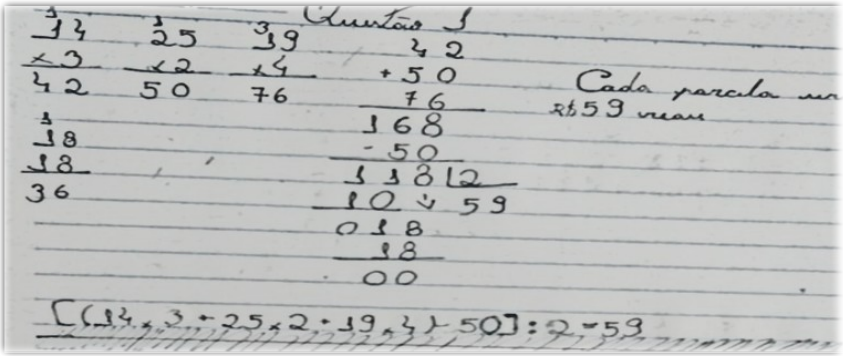
A1*: Eu acho que deveria ter tirado o 50 logo depois que eu tive o resultado antes de, tipo, dividir ele por 2.* (Diálogo entre pesquisadora e alunos, 2021).

Podemos perceber que a aluna **A1** refletiu sobre suas ideias ao longo da discussão com a pesquisadora. Esta interagiu com **A1** de modo a favorecer tal reflexão sobre o modo como havia resolvido a questão. Assim, **A1** pode perceber onde errou, fez os ajustes em sua resolução e conseguiu elaborar sua expressão corretamente. A aluna **A6** também chegou ao resultado correto da questão resolvendo por continhas as operações. Depois conseguiu elaborar a expressão aritmética e se equivocou ao diminuir a entrada de R$ 50,00, a qual foi colocada no início da expressão. Vejamos:

Expressão corretamente escrita: *{[(3x14) + (2x25) + (4x19)] – 50} ÷ 2 =59*

Figura 3

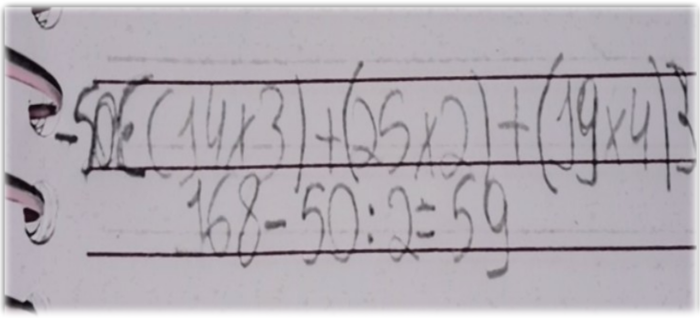
Expressão escrita por A1 para a questão 2



Fonte: Arquivos da pesquisa (2022).

Figura 4

Expressão escrita por A6 para a questão 2



Fonte: Arquivos da pesquisa (2022).

Não faz parte do objetivo deste artigo adentrar na discussão acerca das relações entre o movimento metacognitivo e as intervenções da pesquisadora em suas interlocuções com os alunos, mas cabe aqui considerar os raciocínios dos alunos acerca das expressões aritméticas, o qual vai se expressando ao longo das interações. Podemos verificar sobre isso que, de posse dos conhecimentos anteriores relacionados às regras já aprendidas e de alguma forma retomados na pesquisa, os alunos passam a ressignificar tais conhecimentos quando tentam aplicá-los na resolução das questões contextualizadas. As expressões aritméticas passam a fazer sentido para eles. Assim, as suas falas expressam a construção de argumentos racionais, ou que envolvem alguns argumentos naturais que se aproximam dos racionais. Daí, os erros, equívocos que, para alguns, com certa "rapidez" vão sendo superados. Vejamos a interlocução da pesquisadora com o aluno A2.

Pesq.: *Pode falar A2*

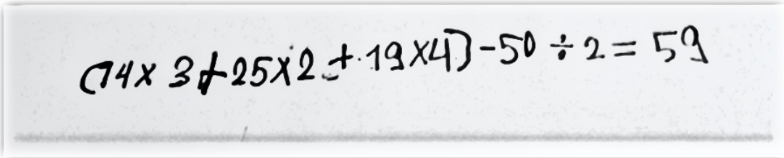
A2: *Primeiro como tinha comprado 3 bolas, 2 bonecas e 4 carrinhos, aí eu multipliquei pelos valores, multipliquei pelos preços de cada um deles, os 3 carrinhos por 14, as 2 bonecas por 25, aí depois eu juntei todos eles, todos os valores pra saber quanto que custou tudo, aí deu 168, aí como ela já tinha ido pagar R$50,00 reais, ficou 118, aí depois ela dividiu em duas parcelas, era só dividir na metade, que deu 59.*

***Pesq**.: Muito bem, você conseguiu montar a expressão A2?*

***A2**: Sim* (Diálogo entre pesquisadora e aluno, 2021).

Figura 5

Expressão escrita por A2 para a questão 2



Fonte: Arquivos da pesquisa (2022).

Também nesse encontro foi possível verificar uma aluna com argumento natural, da forma como já definimos. Vejamos:

***Pesq.**: E qual foi o valor total que deu?*

***A3**: 168.*

***Pesq**.: 168, como você obteve esse 168?*

***A3**:Eu fiz os cálculos.*

***Pesq**.: Muito bem, que cálculos?*

***A3**: Das bonecas e das coisas que ela comprou.*

***Pesq**.: E que cálculos são esses, qual o nome da operação que você fez?*

***A3**: Nem eu sei do jeito que eu fiz ((risos))*

***Pesq.**: Você sabe, uma multiplicação, uma adição, uma subtração, essas coisas...*

***A3**: Aí depois eu coloquei a entrada, o resto da parcela de vezes (x) e de mais (+) e depois eu consegui dar o valor de 59.* (Diálogo entre pesquisadora e aluno, 2021).

Sabemos que, para muitos alunos, não é algo simples expressar como elaboraram suas ideias. Aliás, para muitas pessoas, a depender do que tenham realizado, a tarefa de explicitar seu raciocínio não é algo simples. O aluno **A7**, por exemplo resolveu a questão sem demora, demonstrando capacidade de interpretar o contexto e expressá-lo matematicamente. Todavia, devido ao seu **silêncio** não pudemos aprofundar como lidava de fato com a relação entre o contexto e a matemática formal. A3, por sua vez, deixa claro que tem dificuldade para explicar o raciocínio empregado na resolução da questão, embora a tenha resolvido corretamente.

Considerando os 5 alunos que argumentaram neste encontro, lembrando que apenas 3 deles elaboraram as expressões na resolução das questões, apresentamos na tabela a seguir as classificações quanto à racionalidade e aos elementos do TAP que apresentam.

Tabela 3

Tipos e elementos dos argumentos dos alunos A1 a A6 para a questão 2

Aluno	Tipo de argumento			Elementos do Modelo de Toulmin			
	Racional	Natural	Folclórico	D	G	A	C
A1					Implícito	Implícito	
A2						Implícito	
A3				Implícito		Implícito	
A5						Implícito	
A6				Implícito		Implícito	

Fonte: Elaborado pelos autores (2022).

Após essa segunda questão, nós passamos à terceira, a qual envolveu dois itens: a e b. No item **a**, apresentamos uma expressão aritmética simples, a qual os alunos conseguiram resolver, mas não souberam explicar porque se resolvia a multiplicação antes da adição, por exemplo, (10 + 4 x 5). Apenas disseram que sabiam que tinham que resolver primeiro a multiplicação, mas não conseguiam apresentar uma justificativa. Depois foi deixada a letra **b** para que eles resolvessem em casa e enviassem a foto da resolução.

Vejamos parte da discussão acerca da letra **a**:

Pesq.*: Por que vocês resolvem primeiro a multiplicação antes da adição e subtração? Vocês sabem dizer por quê?*

A2: *O motivo eu não sei, mas sei que tem uma ordem, que primeiro resolve parênteses, colchetes, chaves, aí depois vem a potenciação, radiciação, multiplicação, divisão, adição e subtração, como aí não tem potenciação e nem radiciação, vai a multiplicação.*

Pesq.*: Vocês acham que é uma regra somente, que deve ser seguida, resolver a multiplicação antes da adição?*

A1: *Tem um porquê, só que eu não consigo explicar, qual é o porquê, porque por exemplo, nessa conta mesmo se a gente for, por exemplo, pegar pra fazer primeiro a soma e não a multiplicação vai dar errado, só que eu não sei explicar a regrinha certinha do porque o certo é fazer a multiplicação primeiro.* (Diálogo entre pesquisadora e alunos, 2021).

Fica explícito que os alunos sabem as regrinhas e convenções matemáticas, mas não sabem o porquê delas. O excerto da interação da pesquisadora com A2 e A1 mostra ainda duas formas de lidar com tal situação. A2 apresenta um raciocínio folclórico e A1 apresenta um raciocínio próximo ao natural, como discutido por Sales (2010). O primeiro segue uma tradição, fundamentando-se em procedimentos executados de acordo com a orientação do professor, mas não questionados. O segundo busca justificar a regra orientando-se pela percepção de que não segui-la conduziria a um resultado incorreto. Falta aí, todavia, a sistematização de um argumento racional. Assim, o ensino de matemática, ainda marcado pela memorização e repetição de algoritmos, leva a elaboração de argumentos que se distanciam do racional, fortalecendo uma lógica ingênua na abordagem às questões. Todavia, o investimento em questões contextualizadas estimula a elaboração de argumentos racionais associados a um movimento metacognitivo, como pudemos verificar.

Com relação à letra b, os alunos A1, A2, A3, A6 e A7 enviaram suas repostas, as quais se encontravam corretas. Em conversa com os alunos pelo WhatsApp foi feita a seguinte pergunta: "Você sentiu alguma dificuldade em resolver essa expressão?" (pesquisadora pergunta aos alunos que enviaram a questão). Todos responderam que não. Falaram que é mais fácil, pois não precisa pensar para elaborar a expressão aritmética, uma vez que ela já está pronta.

Levando em conta todo o processo de coleta de dados, ou seja, os três encontros, pudemos verificar as dificuldades dos alunos em elaborar uma expressão a partir de questões contextualizadas. Por outro lado, foi possível perceber como o investimento na argumentação proporcionava a elaboração de argumentos racionais o que é bem menos solicitado quando a questão envolve apenas a aplicação de regras e convenções matemáticas.

Passamos, agora, a considerar os resultados obtidos nesta pesquisa tendo em vista o contexto de seu desenvolvimento. Conforme comentamos, a pesquisa foi desenvolvida por meio de aulas no formato virtual, realizadas no período da pandemia ocasionada pela COVID 19. Pelos motivos já apresentados na seção anterior, as turmas nesse formato tornaram-se bastante reduzidas. Contamos com 10 alunos no total, mas esse número não era alcançado em todos os encontros ou em cada encontro por completo, pois alguns alunos não permaneciam até o final.

Todavia, as interações *online* mantidas com este grupo de alunos foram bastante intensas. As perguntas da pesquisadora dirigidas a todo o grupo eram seguidas por respostas de mais de um aluno, as quais levavam em conta também as respostas apresentadas pelos colegas, favorecendo-se, assim, a interanimação de ideias, como é possível verificar nas transcrições apresentadas. Quando dirigidas a um aluno em específico, também, na maioria das vezes, as perguntas da pesquisadora obtinham repostas e fomentavam a argumentação por meio de cadeias de interações, o que se aliou à natureza contextualizada das questões. Houve, ainda, envolvimento dos alunos com as questões extraclasse. Isso tudo contribuiu para o movimento de metacognição dos alunos e a evolução da qualidade dos seus argumentos. Nessa perspectiva, os dados obtidos nos permitiram perceber o avanço nas habilidades dos alunos ao lidar com as expressões aritméticas, tendo em vista os argumentos que apresentavam.

Os resultados discutidos neste artigo nos fazem confirmar a concepção de que o investimento na argumentação em torno de questões contextualizadas favorecem a aprendizagem de conceitos e, de modo mais específico, a aprendizagem acerca das expressões numéricas, considerando-se as particularidades deste conteúdo.

Apesar de a maior parte dos alunos ter se engajado nas atividades e se sentido bastante confiante para apresentar seus pontos de vista, pouco foi possível fazer para estimular o engajamento daqueles que se recusaram a se expressar, apesar da concordância em participar da pesquisa. Este foi, por exemplo, o caso de A7, que mal abriu sua câmera durante os encontros.

A dinâmica das aulas no formato virtual resumiu-se à pesquisadora interagindo sempre com todos os alunos ou na presença de todos. Considerando-se aulas presenciais com uma turma maior, como é o caso da maioria das escolas, seria possível que ocorressem também as discussões em pequenos grupos, o que favorece com que alunos mais tímidos possam gradativamente se expressar e construir ideias diante de um menor número de colegas, antes apresentá-las diante de toda turma. Seria possível, ainda que a pesquisadora pudesse interagir com os alunos de forma mais particular nos pequenos grupos, dando maior suporte àqueles que sentissem mais dificuldade, o que tornaria mais explícita a forma como lidam com as demandas das questões propostas. Essas possibilidades certamente contribuiriam para dar visibilidade a uma maior diversidade do processo de elaboração de ideias e construção dos argumentos. Portanto, se por um lado é possível perceber as possibilidades das aulas virtuais, no tocante às interações entre professor e alunos e a facilidades dos registros em vídeo e áudio gravação, por outro, não se pode desconsiderar que este formato de aulas de alguma forma limita as intervenções do professor/pesquisador, o que não pode ser desconsiderado na compreensão dos resultados da pesquisa.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Tendo em vista as discussões, identificamos nas resoluções dos problemas propostos e nas explanações orais e escritas dos alunos, os tipos de argumentos que eles utilizaram com base nas categorias propostas por Sales (2010), bem como elementos característicos do Padrão de Argumento de Toulmin (2006). Os argumentos elaborados pelos alunos tendiam ao racional, ancorando-se nos conhecimentos sistematizados da matemática, mas encontramos também argumentos naturais quando lidavam com as questões contextualizadas. Com relação ao modelo de Toulmin, a maioria dos argumentos apresentou os elementos básicos, tais como dados, conclusão e garantias de inferência, estando os conhecimentos de base implícitos. Os dados, em algumas situações, também se encontravam implícitos. Os argumentos naturais apresentavam garantias de inferência frágeis. Relacionando as categorias de Sales com o Modelo de Argumento de Toulmin, pudemos verificar tal associação.

Os argumentos dos alunos confirmaram que eles tinham conhecimento de regras e convenções que ancoravam os procedimentos para a resolução de expressões, mas não sabiam o porquê delas. Assim, os resultados produzidos indicaram a habilidade da maioria dos alunos com as operações matemáticas requeridas nas questões e a compreensão, com alguns obstáculos, do contexto de cada uma delas. Todavia, eles demonstraram dificuldades em expressar tais questões por meio de expressões, apesar da capacidade de resolvê-las quando descontextualizadas. Nessa situação apareceram os argumentos folclóricos e da tradição, além dos naturais, quando os alunos eram questionados sobre os porquês dos procedimentos empregados.

As questões contextualizadas que propomos fomentou uma discussão que possibilitou aos alunos a compreensão de certas regras matemáticas, que eles conheciam, mas não compreendiam; uma melhor compreensão do contexto da questão; a passagem da linguagem natural para a matemática e, portanto, a percepção da relação entre essas duas formas de registro semiótico.

Logo, este estudo colabora para que os professores e pesquisadores tenham mais elementos para refletirem sobre estratégias e metodologias didáticas que favoreçam a aprendizagem dos alunos com relação ao conteúdo aqui abordado.

AGRADECIMENTOS

Agradecemos à direção da escola em que foi realizada a pesquisa e ao professor José Quelton Almeida por ter nos cedido a sua turma de alunos.

NOTAS

1. Teoria elaborada por Yves Chevallard nos anos 1980. A teoria é denominada antropológica porque “pressupõe os processos do conhecimento como um produto social, algo que acontece no seio das instituições sociais” e é uma teoria do didático “porque é um estudo do objeto da didática”.

2. É o estudo dos argumentos apresentados na linguagem comum, em contraste com as apresentações de argumentos em uma linguagem artificial, formal ou técnica.

3. As questões 1 e 2 foram adaptadas de A. R. Ferreira (2014) “Expressões númericas [...]”, e “Ensinando expressões [...]”. Disponível em: www.ensinandomatematica.com/expressoes-numericas-historias/

REFERÊNCIAS

Base Nacional Comum Curricular. (2018) BRASIL. Ministério da Educação, Brasília, DF. 2018. http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf

Costa, M. B. L. (2022). *A argumentação de alunos do ensino fundamental na solução de problemas envolvendo expressões aritméticas*. (Dissertação de Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática), Universidade de Sergipe, São Cristóvão.

Freitas, T. S. (2005). *A lógica da argumentação Jurídica no pensamento de Chaim Perelman: reflexos na interpretação do direito*. São Paulo, SP: Malheiros.

Jimènez-Aleixandre, M. P., & Erduran, S. (2007). Argumentation in science education: an overview. In: Erduran, S., Jiménez-Aleixandre, M. P. (Org.), *Argumentation in science education: Perspectives from classroom-Based Research*. Dordrecht, Holanda: Springer.

Oliveira, E. C. (2012). Persuasão: o componente pragmático da argumentação. *Caderno CRH*, 25, 97-104. https://periodicos.ufba.br/index.php/crh/article/view/19444

Oliveira, H. S. J. de., & Oliveira, R. J. de. (2018). Retórica e argumentação: contribuições para a educação escolar. *Educar em Revista*, 34(70), 197-212. DOI: 10.1590/0104-4060.52510

Oliveira, M. G. de. (2017). *A questão do relativismo na teoria da argumentação de Stephen Toulmin*. (Dissertação de Mestrado em Filosofia), Universidade de Coimbra, Coimbra.

Pais, L. C. (2006). *Ensinar e aprender Matemática*. Belo Horizonte, MG: Autêntica Editora.

Rosa, C. A. S. (2020). *Expressões Aritméticas: Dificuldades encontradas entre alunos ingressantes no primeiro ano do ensino médio da Escola Técnica Guaracy Silveira*. (Trabalho de Conclusão de Curso Especialização em Práticas Educacionais em Ciências e Pluralidade), Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Dois Vizinhos.

Sales, A. (2011). *Argumentação e Raciocínio: uma revisão teórica*. Nova Andradina, MS: Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul.

Sales, A. (2010). *Práticas Argumentativas no Estudo da Geometria por Acadêmicos de Licenciatura em Matemática.* (Tese de Doutorado em Educação), Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande.

Silva, E. R. da. (2003). O desenvolvimento do senso crítico no exercício de identificação e escolha de argumentos*. Rev. Brasileira de Linguística Aplicada,* 3(1), 57-184. https://www.scielo.br/j/rbla/a/NPWMcpnNzDfdh6TgLV6rcMz/?format=pdf&lang=pt

Toulmin, S. (2006). *Os usos do argumento*. 2. ed. São Paulo, SP: Martins Fontes.

Van Eemeren, F. H., & Grootendorst, R. (2004). *Developments in Argumentation Theory*. Amsterdam, NL: University of Amsterdam.

Velasco, P. D N. (2009). Sobre a Crítica Toulminiana ao Padrão Analítica – dedutivo de Argumento. *Cognitio*, 10(2), 281-292. https://revistas.pucsp.br/cognitiofilosofia/article/download/13443/9967

Recebido: 13 mar. 2023
Aprovado: 18 abr. 2024
DOI: https://doi.org/10.3895/actio.v9n1.16529

Como citar:
Costa, Monize Barros Lima, Silva, Adjane da Costa Tourinho e, & Attie, João Paulo. (2024). Argumentos de alunos na resolução de expressões aritméticas. ***ACTIO***, 9(1), 1-24. https://doi.org/10.3895/actio.v9n1.16529

Correspondência:
Monize Barros Lima Costa
Travessa Arthur Mello, n. 256, Bairro Brasília, Propriá, Sergipe, Brasil.