

A abordagem das grandezas e medidas em uma coleção de livros didáticos de matemática no ensino fundamental

RESUMO

Este artigo traz uma investigação que teve como objetivo analisar como uma coleção de matemática dos anos finais do Ensino Fundamental, aprovada pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) 2017, apresenta o tema das Grandezas e Medidas. O suporte teórico da pesquisa é o modelo didático proposto por Douady e Perrin-Glorian (1989) para o ensino de área de figuras planas como grandeza, adaptado para outras grandezas geométricas. Com abordagem qualitativa e uma pesquisa documental, analisou-se a coleção Matemática Bianchini, 8ª edição, 2015, adotada pela rede municipal de ensino, em Barreiras, oeste da Bahia. Os resultados apontam que a coleção analisada necessita se adequar às exigências propostas pela literatura para apresentação da unidade temática “grandezas e medidas” e que a abordagem apresentada na coleção tem ênfase no aspecto numérico, não sendo suficiente para apresentar uma grandeza como um atributo, dissociando a grandeza de sua medida e do objeto geométrico associado.

PALAVRAS-CHAVE: Grandezas e Medidas. Livro Didático. Aspecto Numérico. Matemática. Pesquisa Documental.

Daniel Maués da Cunha

daniel.jp.cunha@hotmail.com

orcid.org/0000-0002-5984-4545

Universidade Federal do Oeste da Bahia
(UFOB), Barreiras, Bahia, Brasil

Joubert Lima Ferreira

joubert.ferreira@ufob.edu.br

orcid.org/0000-0002-4610-4740

Universidade Federal do Oeste da Bahia
(UFOB), Barreiras, Bahia, Brasil

André Pereira da Costa

andre.pcosta@outlook.com

orcid.org/0000-0003-0303-8656

Universidade Federal do Oeste da Bahia
(UFOB), Barreiras, Bahia, Brasil

INTRODUÇÃO

As grandezas e medidas estão presentes em várias atividades do dia a dia. Por exemplo, quando se prepara uma receita de bolo, quando se verifica a dose certa de determinado medicamento a ser tomado, quando se prevê o tempo em determinada cidade, entre outras. Além disso, as grandezas também estão presentes nas atividades corriqueiras das mais variadas profissões, conforme afirmam Lima e Bellemain (2010, p. 170):

[...] além dos usos no cotidiano, os conhecimentos relativos às grandezas e medidas são necessários nas atividades técnicas de todas as profissões: culinária; agricultura e pecuária; marcenaria; costura; comércio; engenharia; medicina; arquitetura; esportes etc. E essa é uma das razões para a valorização de seu ensino e aprendizagem.

Também se verifica que existe uma estreita relação entre as grandezas e medidas e as diversas áreas do conhecimento humano. A grandeza temperatura está presente na física por meio das mudanças de estado da água, na química ao analisar as reações exotérmicas, na geografia quando se estuda os climas das regiões brasileiras, na biologia ao estudar os seres endotérmicos etc. Existe uma afinidade muito grande entre a matemática e vários ramos das ciências naturais e humanas, e este laço estreito se dá, em muitos casos, pelas grandezas e medidas.

As grandezas e medidas vão além dos próprios campos da matemática. Os problemas de medidas de comprimento no antigo Egito deram origem às frações, o cálculo da medida do comprimento da diagonal do quadrado instigou a criação dos números irracionais e o cálculo de áreas irregulares contribuiu para a criação do conceito de integrais. A necessidade de medir grandezas contribuiu para o desenvolvimento da própria matemática.

Várias pesquisas desenvolvidas no âmbito da Educação Matemática revelam a importância que as grandezas e medidas têm para a formação dos alunos, para a vida em sociedade e para o mundo do trabalho. Uma dessas pesquisas é a que resultou na produção deste artigo. Há aquelas com foco nos anos iniciais (MARQUES et al, 2020) e também as com foco no ensino médio (FIGUEIREDO; BELLEMAIN; TELES, 2014; ROCHA, 2019). No contexto educativo, um olhar para os livros didáticos parece muito natural, pois são amplamente utilizados no Brasil em escolas públicas e particulares e não raramente são objetos de pesquisa (DEIXA; CHICOTE; SOBRA, 2019; GONÇALVES; BITTAR, 2017; SCHMITT ZANELLA; KRACHINSKI; ZANELLA, 2019; BORGES; PEREIRA; MOREIRA, 2022). Esta utilização é favorecida por meio de políticas públicas de distribuição de livros a todas as escolas brasileiras que integram as redes municipais, estaduais e federal. Portanto, é importante discutir a presença das grandezas e medidas nos livros didáticos.

Para desencadear a discussão anunciada, pode-se apresentar a seguinte questão: como uma coleção de livros didáticos de matemática dos anos finais do Ensino Fundamental (do 6º ao 9º ano) aborda a unidade temática Grandezas e Medidas? Para responder este questionamento, a literatura pesquisada ajudou a produzir um arcabouço teórico que alicerça essa pesquisa e contribui para a análise de uma tal coleção.

Para atender ao objetivo de analisar a coleção selecionada de livros didáticos de matemática no que diz respeito à unidade temática Grandezas e Medidas, o presente texto está estruturado em três tópicos. No primeiro exploram-se os fundamentos teóricos que norteiam esta pesquisa. No segundo, descrevem-se os aspectos metodológicos seguidos na elaboração desta pesquisa para a produção dos dados. No terceiro, os dados são discutidos. Finalmente, apresentam-se as considerações finais e as referências bibliográficas.

REVISÃO TEÓRICA

Diante da importância do conhecimento das grandezas e medidas para a vida em sociedade, para as ciências naturais e humanas e para a própria matemática, sem perder de vista o objetivo de analisar como uma coleção de matemática dos anos finais do Ensino Fundamental apresenta a unidade temática “grandezas e medidas”, tomou-se como foco a literatura sobre livro didático e grandezas e medidas.

Alguns trabalhos (TELES; SÁ, 2010; MORAIS, BELLEMAIN, LIMA, 2014; CARVALHO; BELLEMAIN, 2015; SILVA; BELLEMAIN, BORBA, 2016; VECE; CURTI; SANTOS, 2017 etc.) que discutem temas relacionados com as grandezas e medidas em livros didáticos e currículos são essenciais a essa discussão. Vece, Curi e Santos (2017) analisaram as orientações didáticas sobre a unidade temática “grandezas e medidas” nos currículos de matemática do ciclo de alfabetização de estados e municípios brasileiros. Constataram a presença de lacunas nos currículos analisados em relação à articulação das grandezas e medidas com outras áreas de conhecimento, à definição de conceitos e a subsídios teóricos sobre o processo de construção do conceito de medida.

Em relação a pesquisas que analisam a abordagem de uma ou mais grandezas em livros didáticos e currículos, Carvalho e Bellemain (2015) realizaram um estudo sobre como é proposto o estudo da área de figuras geométricas planas no currículo de Matemática do Programa Projovem Urbano; Rosa dos Santos e Câmara dos Santos (2015) analisaram as praxeologias matemática e didática existentes em um livro didático de matemática do 6º ano do Ensino Fundamental acerca do conceito de área de figuras geométricas planas. Já Silva e Nunes (2018) elaboraram uma sequência didática com propósito de favorecer a noção de conceitos referentes a grandezas e medidas, em particular, medida de comprimento. Borowsky et al (2016) discutiram sobre a organização do ensino de medidas, com ênfase na medida de comprimento, na Educação Infantil. Figueiredo, Bellemain e Teles (2014) analisaram como alunos do Ensino Médio lidam com situações de comparação relativas ao volume e Moraes, Bellemain e Lima (2014) investigaram a abordagem da grandeza volume nos livros didáticos de Matemática do ensino médio. E mais recentemente, Pereira da Costa, Vilaça e Melo (2020) analisaram a abordagem do ensino de grandezas e medidas nos Parâmetros Curriculares para a Educação Básica do Estado de Pernambuco.

Durante a busca por trabalhos publicados que tratassem sobre grandezas e medidas, várias pesquisas adotaram o modelo didático relativo à grandeza, proposto nos trabalhos de Douady e Perrin-Glorian (1989). Podemos citar como exemplos, os trabalhos de Rosa dos Santos (2015), Moraes, Bellemain e Lima (2014), Figueiredo, Bellemain e Teles (2014), Cunha, Lima-Ferreira e Pereira da

Costa (2022). Além disso, alguns destes trabalhos utilizaram o conceito de área como grandeza adaptado para outras grandezas como volume, comprimento e perímetro. Assim, este é o modelo adotado neste trabalho.

GRANDEZAS E MEDIDAS

A primeira questão a ser respondida é: o que é uma grandeza? As grandezas são atributos de um objeto geométrico ou de um fenômeno natural, relativo ao mundo físico, que podem ser comparados e medidos (LIMA, BELLEMAIN, 2010). Para Silva, Bellemain e Borba (2016, p. 730) “As grandezas podem ser vistas como propriedades de objetos ou fenômenos que podem ser comparadas e medidas”. Neste contexto, comprimento, volume, massa, área, abertura de ângulo e temperatura são exemplos de grandezas.

Uma segunda questão é: o que vem a ser uma medida? Segundo Caraça (1951, p. 29) quando realizamos uma medição, estamos a “comparar duas grandezas da mesma espécie – dois comprimentos, dois pesos, dois volumes, etc.”. Além disso, o ato de medir uma grandeza pode ser dividido em três fases e três aspectos diferentes: a escolha da unidade, a comparação com a unidade e a expressão do resultado dessa comparação por um número (CARAÇA, 1951). Assim, ao realizar uma medição, também está sendo realizada uma comparação entre o objeto que se deseja medir e outra medida tomada como unidade e o resultado é um número acrescido da unidade escolhida que será chamada de medida da grandeza.

Lima e Bellemain (2010) ao tratarem sobre o ensino das grandezas e medidas no Ensino Fundamental, discutem também alguns aspectos importantes sobre o ensino deste tema, relacionadas as grandezas geométricas comprimento, área e volume. Estes autores discorrem sobre a necessidade de compreender que um objeto do mundo físico, como uma quadra de tênis, por exemplo, pode ser representado através de um desenho, ou de um objeto matemático como um retângulo. Desta forma, sendo necessário distinguir três componentes: objeto físico, sua representação gráfica e o objeto matemático associado, conforme ilustração contida na figura 1.

Figura 1- Representação gráfica dos tipos de objetos.



Fonte: Lima e Bellemain (2010, p. 172).

Neste sentido Lima e Bellemain (2010, p. 172) afirmam que:

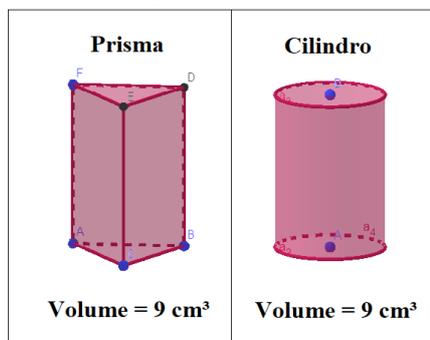
[...] podemos distinguir três tipos de objetos – físicos, gráficos e matemáticos – mas isto não significa que eles sejam dissociados uns dos outros. Ao contrário, são estreitamente inter-relacionados. Cada um deles pode ser utilizado para representar os outros dois, no contexto da sala de aula.

Para fins de estudo das grandezas, os três tipos de objetos podem ser chamados apenas como objeto geométrico (LIMA; BELLEMAIN, 2010). Ao medir a grandeza associada ao espaço da superfície ocupada por uma quadra, dada como exemplo, deve-se associar a ela um número dotado de uma unidade de medida adequada que representaria a medida da grandeza área, sendo este um atributo associado ao objeto geométrico. No caso da nossa quadra em questão, esse objeto geométrico poderia ser representado por um objeto matemático como um retângulo, ou por uma representação gráfica, como um desenho em uma folha de papel.

Por outro lado, da mesma forma que é possível diferenciar três tipos de objetos: objeto físico, objeto gráfico e objeto matemático, ao falar sobre as grandezas geométricas, pode-se distinguir três quadros que estão relacionados com o estudo das grandezas: o quadro geométrico, o quadro das medidas e o quadro das grandezas. Estes três conceitos juntos podem, segundo Lima e Bellemain (2010, p. 175), “ajudar na compreensão e no ensino dos fatos ligados a várias grandezas, em particular, comprimento, área e volume”.

Para compreender estes conceitos e verificar que eles são independentes, mas intimamente relacionados, observe a imagem constante na figura 2.

Figura 2 – Objetos geométricos com volumes iguais.

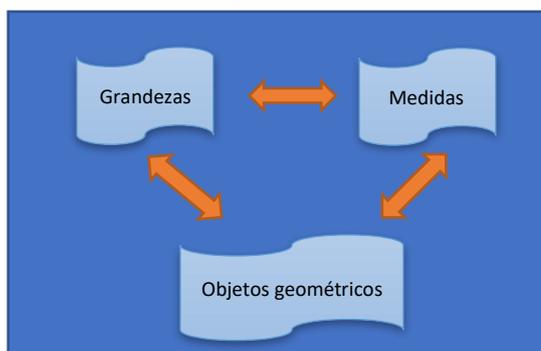


Fonte: Autoria própria (2023).

Os objetos geométricos possuem a mesma medida de volume, mas possuem formas geométricas diferentes; a grandeza volume está dissociada da forma geométrica, pois infinitos sólidos geométricos distintos podem ter o mesmo volume. Por outro lado, ao adotar como unidade de medida para o volume o mm^3 , tem-se então que os sólidos geométricos possuem volumes iguais a 9.000 mm^3 . Apesar dos volumes serem iguais, se as unidades de medidas forem diferentes, os volumes terão medidas numéricas distintas, mas são equivalentes ao mesmo volume. Dessa forma, a grandeza volume está dissociada de sua medida, pois volumes iguais podem ser representados por medidas distintas.

Portanto, as três componentes acima citadas (grandeza, objeto geométrico e a medida) são independentes, mas estão intimamente ligadas entre si. Neste sentido, Lima e Bellemain (2010, p. 173) afirmam que “apesar de distintas, as três componentes são estreitamente ligadas entre si e o desafio do ensino desses conceitos é precisamente, distinguir e articular tais componentes, de forma simultânea”. Estes domínios das grandezas podem ser sintetizados na figura 3.

Figura 3 – Representação gráfica do modelo didático de quadros.



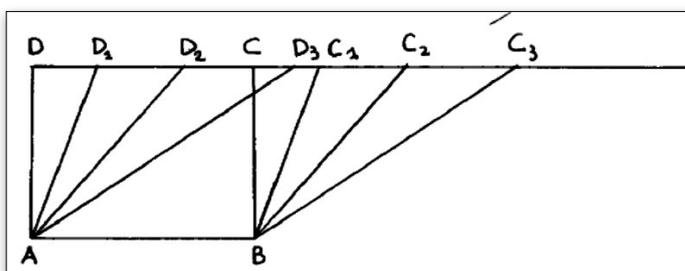
Fonte: Baseado em Lima e Bellemain (2010).

Este modelo didático para compreensão das grandezas geométricas comprimento, área e volume foi proposto inicialmente pelas autoras Douady e Perrin-Glorian (1989) para o ensino da grandeza área. As autoras distinguem três quadros para compreensão do conceito de área como grandeza: o quadro geométrico, o quadro das grandezas e o quadro numérico. Isso significa que para a aprendizagem do conceito de grandeza de forma autônoma é necessário dissociar o quadro da grandeza área, do quadro geométrico e do quadro das medidas (BELLEMAIN; LIMA, 2002; RODRIGUES; BELLEMAIN, 2016).

O quadro geométrico, para o conceito de área, é constituído pelas figuras planas. Assim, neste quadro temos todas as figuras geométricas, como quadrados, retângulos, círculos etc. O quadro das medidas refere-se ao conjunto dos números reais não negativos (R^+), que no caso da grandeza área, corresponde ao valor numérico de sua medida, em determinada unidade, como por exemplo 8 m^2 , 17 dm^2 , 9,8 km^2 e 10,6 mm^2 (ROSA DOS SANTOS; CÂMARA DOS SANTOS, 2015). O quadro das grandezas é composto de classes de equivalência das figuras planas de mesma área. Já nesse quadro estariam todas as figuras planas que possuem a mesma área.

Desta forma, podemos observar na figura 4 que é possível alterar a forma do retângulo mantendo a área constante. Da mesma forma, se alterarmos as unidades de medida, teremos representações numéricas distintas para a mesma medida da grandeza área.

Figura 4 – Retângulo e paralelogramos com mesma área.



Fonte: Douady e Perrin-Glorian (1989, p. 420).

Veja que mantendo fixa a base AB e deslizando o segmento CD sobre a reta que contém CD, temos novas figuras que possuem a mesma área do retângulo, paralelogramos, porém com perímetros diferentes. Assim, concluímos que a grandeza área pertence a um quadro distinto do quadro a que pertence o objeto geométrico, e a medida ao quadro numérico. Esta compreensão permite estabelecer as relações necessárias entre os quadros geométrico e numérico.

O CURRÍCULO OFICIAL E AS GRANDEZAS E MEDIDAS

A Constituição Federal de 1988 estipula em seu inciso XXIV do Art. 22, que compete privativamente à União legislar sobre as diretrizes e bases da educação nacional (BRASIL, 1988), neste sentido foi criada a lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional que tem como objetivo estabelecer os princípios, direitos e deveres, organização, etc. Neste contexto, foram lançados em 1998 os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) da 5ª à 8ª série (isto é, do 6º ao 9º ano, nomenclatura válida atualmente) do ensino fundamental com o objetivo de ampliar e aprofundar um debate educacional envolvendo escolas, pais, governos e sociedade (BRASIL, 1998).

Os PCN de Matemática abordam as grandezas e medidas enfatizando aspectos importantes destes conteúdos como sua relevância social, seu caráter prático e utilitário e possibilidade de variadas conexões com outras áreas do conhecimento. Nas orientações para o terceiro ciclo, são sugeridas as habilidades que os alunos devem desenvolver, como reconhecer as principais grandezas, obter grandezas por estimativas, utilização de instrumentos de medidas, compreender e calcular áreas de figuras planas por composição e decomposição de outras figuras planas, indicar o volume de um paralelepípedo por contagem dos cubos usados para preencher seu interior (BRASIL, 1998).

Nas sugestões para o quarto ciclo, a utilização de conversões de unidades de medidas, cálculo de área delimitada por figuras geométricas planas por decomposição e composição de figuras por aproximações e construção de procedimentos para o cálculo de área e do perímetro, relativos a superfícies planas, bem como o cálculo de alguns sólidos geométricos (BRASIL, 1998).

Já nas orientações didáticas sobre grandezas e medidas contidas nos PCN de Matemática é dada uma ênfase nos aspectos relacionados ao processo de medição.

No estudo dos conteúdos referentes a Grandezas e Medidas nos terceiro e quarto ciclos é preciso retomar as experiências que explorem o conceito de medida. Por exemplo, para medir o comprimento de um objeto o aluno precisa saber quantas vezes é necessário aplicar uma unidade previamente escolhida nesse objeto, ou seja, executar duas operações: uma geométrica (aplicação da unidade no comprimento a ser medido) e outra aritmética (contagem de quantas unidades couberam). Os mesmos procedimentos são utilizados para obter áreas e volumes. Evidentemente, essa constatação somente será percebida em situações em que as medidas são acessíveis a essas comparações e contagens. (BRASIL, 1998, p. 129).

Outro documento normativo importante para o currículo nacional, que surge em substituição ao PCN, é a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), a qual foi homologada através da Portaria MEC nº 1.570, de 20 de dezembro de 2017, sendo:

[...] um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica, de modo a que tenham assegurados seus direitos de aprendizagem e desenvolvimento. (BRASIL, 2017, p. 7).

O período temporal entre os PCN e a BNCC é marcado pela instituição do Ensino Fundamental de nove anos, compreendendo desde o 1º ano até o 9º ano. Fato institucionalizado pela Lei nº 11.274, de 6 de fevereiro de 2006, ampliando, assim, a duração dessa etapa da educação básica (BRASIL, 2006).

A BNCC no Ensino Fundamental está dividida em cinco áreas do conhecimento, linguagens, matemática, ciências da natureza, ciências humanas e ensino religioso. O componente curricular matemática está dividido em cinco Unidades Temáticas: números, álgebra, geometria, grandezas e medidas e probabilidade e estatística. As unidades temáticas estão organizadas em objetos do conhecimento e habilidades, veja quadro abaixo a organização das grandezas e medidas:

Quadro 1 - Unidade temática grandezas e medidas para os anos finais do Ensino Fundamental.

| Unidade Temática – Grandezas e Medidas | |
|---|---|
| 6º Ano - Objetos do Conhecimento | Habilidades |
| Problemas sobre medidas envolvendo grandezas como comprimento, massa, tempo, temperatura, área, capacidade e volume | (EF06MA24) Resolver e elaborar problemas que envolvam as grandezas comprimento, massa, tempo, temperatura, área (triângulos e retângulos), capacidade e volume (sólidos formados por blocos retangulares), sem uso de fórmulas , inseridos, sempre que possível, em contextos oriundos de situações reais e/ou relacionadas às outras áreas do conhecimento. (grifo nosso) |
| Ângulos: noção, usos e medida | (EF06MA25) Reconhecer a abertura do ângulo como grandeza associada às figuras geométricas. (EF06MA26) Resolver problemas que envolvam a noção de ângulo em diferentes contextos e em situações reais, como ângulo de visão. (EF06MA27) Determinar medidas da abertura de |

| | |
|--|--|
| | ângulos, por meio de transferidor e/ou tecnologias digitais. (grifo nosso) |
| Plantas baixas e vistas aéreas | (EF06MA28) Interpretar, descrever e desenhar plantas baixas simples de residências e vistas aéreas. (grifo nosso) |
| Perímetro de um quadrado como grandeza proporcional à medida do lado | (EF06MA29) Analisar e descrever mudanças que ocorrem no perímetro e na área de um quadrado ao se ampliarem ou reduzirem, igualmente, as medidas de seus lados, para compreender que o perímetro é proporcional à medida do lado, o que não ocorre com a área. (grifo nosso) |
| 7º Ano - Objetos do Conhecimento | Habilidades |
| Problemas envolvendo medições. do Conhecimento | (EF07MA29) Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de grandezas inseridos em contextos oriundos de situações cotidianas ou de outras áreas do conhecimento, reconhecendo que toda medida empírica é aproximada. (grifo nosso) |
| Cálculo de volume de blocos retangulares, utilizando unidades de medida convencionais mais usuais. | (EF07MA30) Resolver e elaborar problemas de cálculo de medida do volume de blocos retangulares, envolvendo as unidades usuais (metro cúbico, decímetro cúbico e centímetro cúbico). (grifo nosso) |
| Equivalência de área de figuras planas: cálculo de áreas de figuras que podem ser decompostas por outras, cujas áreas podem ser facilmente determinadas como triângulos e quadriláteros. | (EF07MA31) Estabelecer expressões de cálculo de área de triângulos e de quadriláteros. (EF07MA32) Resolver e elaborar problemas de cálculo de medida de área de figuras planas que podem ser decompostas por quadrados, retângulos e/ou triângulos, utilizando a equivalência entre áreas. (grifo nosso) |
| Medida do comprimento da circunferência. | (EF07MA33) Estabelecer o número como a razão entre a medida de uma circunferência e seu diâmetro, para compreender e resolver problemas, inclusive os de natureza histórica. (grifo nosso) |
| 8º Ano - Objetos do Conhecimento | Habilidades |
| Área de figuras planas; Área do círculo e comprimento de sua circunferência | (EF08MA19) Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de área de figuras geométricas, utilizando expressões de cálculo de área (quadriláteros, triângulos e círculos), em situações como determinar medida de terrenos. (grifo nosso) |
| Volume de bloco retangular; Medidas de capacidade. | (EF08MA20) Reconhecer a relação entre um litro e um decímetro cúbico e a relação entre litro e metro cúbico, para resolver problemas de cálculo de capacidade de recipientes. (EF08MA21) Resolver e elaborar problemas que envolvam o cálculo do volume de recipiente cujo formato é o de um bloco retangular. (grifo nosso) |
| 9º Ano - Objetos do Conhecimento | Habilidades |
| Unidades de medida para medir distâncias muito grandes e muito | (EF09MA18) Reconhecer e empregar unidades usadas para expressar medidas muito grandes ou muito pequenas, tais como distância entre planetas e sistemas |

| | |
|---|--|
| pequenas; Unidades de medida utilizadas na informática. | solares, tamanho de vírus, células, capacidade de armazenamento de computadores, entre outros. (grifo nosso) |
| Volume de prismas e cilindros. | (EF09MA19) Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de volumes de prismas e de cilindros retos, inclusive com uso de expressões de cálculo, em situações cotidianas. (grifo nosso) |

Fonte: (BRASIL, 2018).

Mesmo com 20 anos de distância temporal entre os dois documentos curriculares, nota-se que tanto os PCN como a BNCC fazem referência à importância do ensino das grandezas e medidas para a compreensão da realidade. Ambos enfatizam a necessidade de explorar as medidas relativas às grandezas e as relações que podem ser estabelecidas entre elas. Neste sentido, com base na BNCC:

No Ensino Fundamental – Anos Finais, a expectativa é a de que os alunos reconheçam comprimento, área, volume e abertura de ângulo como grandezas associadas a figuras geométricas e que consigam resolver problemas envolvendo essas grandezas com o uso de unidades de medida padronizadas mais usuais. Além disso, espera-se que estabeleçam e utilizem relações entre essas grandezas e entre elas e grandezas não geométricas, para estudar grandezas derivadas como densidade, velocidade, energia, potência, entre outras. Nessa fase da escolaridade, os alunos devem determinar expressões de cálculo de áreas de quadriláteros, triângulos e círculos, e as de volumes de prismas e de cilindros (BRASIL, 2018, p. 275)

Assim, vemos que o foco dado nos anos finais do Ensino Fundamental está na importância das medidas, nas relações que podem ser estabelecidas entre elas, nos processos para obtenção de medidas que não podem ser obtidas diretamente e na determinação de expressões de cálculo de área e volume.

É importante sinalizar que não é objetivo deste trabalho fazer uma análise crítica dos livros didáticos tendo por base a BNCC, visto que a coleção foi publicada antes da implantação dessa normativa curricular. Contudo, julgamos necessário trazer menção a este documento, bem como estabelecer algumas relações com a coleção analisada, quando possível, visto que é a referência obrigatória para o currículo das distintas redes de ensino do país, atualmente.

ASPECTOS METODOLÓGICOS

Esta é uma pesquisa documental e foi realizada dentro de uma abordagem qualitativa (BOGDAN; BIKLEN, 1994). Segundo Alves-Mazzotti e Gewandszajder (2002), as pesquisas qualitativas seguem a tradição compreensiva e interpretativa. Fez uso da unidade temática “grandezas e medidas”, proposta pela BNCC e do modelo teórico de grandeza, proposto por Douady e Perrin-Glorian (1989) e adaptado para as grandezas volume e comprimento, para analisar como a unidade temática “grandezas e medidas” é apresentada em uma coleção de matemática dos anos finais do Ensino Fundamental.

A escolha por apenas uma coleção se deve ao fato do município de Barreiras, região oeste do estado da Bahia, cidade onde residem os autores,

adotar apenas uma coleção de livros didáticos de matemática para as escolas públicas, nos anos finais do Ensino Fundamental, na área de matemática. É possível verificar esse fato através do Sistema Integrado de Monitoramento Execução e Controle (SIMEC), sistema do Ministério da Educação, e constatar que o município em questão adota o modelo de escolha única para todas as escolas da rede municipal de ensino. Assim, a coleção a ser analisada é Matemática Bianchini, constante do PNL 2017, sendo objeto de análise os volumes do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental. Desse modo, esta pesquisa se configura como estudo de caso (GIL, 2009), na interface com a análise documental, pois os autores debruçaram em uma única publicação de livros didáticos.

Um exemplar da coleção utilizada nesta pesquisa foi obtido após visita a uma escola pública do município. Foi solicitado o empréstimo dos livros e esclarecido que o objetivo era analisar a coleção para verificar a distribuição da unidade temática “grandezas e medidas” na obra, como parte de um trabalho de mestrado do primeiro autor.

Tendo por base o suporte teórico apresentado na revisão teórica, foram elaborados critérios de análise para dar um desencadeamento lógico e sistemático a esta análise, sendo utilizadas fichas do tipo questionários a fim de registrar os dados. Abaixo, os critérios de análise e a justificativa para as escolhas desses:

I – A distribuição do campo das grandezas e medidas nos sumários. Partiu-se do pressuposto que os títulos dos capítulos e das seções indicam o que é explanado nos textos. Pretendeu-se especificamente identificar os capítulos e seções que abordam grandezas e medidas nos livros que compõem a coleção escolhida. Esta verificação da distribuição foi feita analisando se os títulos fazem referência aos objetos do conhecimento, relativos à unidade temática “grandezas e medidas”;

II – A presença, em cada volume da coleção, de temas vinculados ao campo das grandezas e medidas. Como objetivo verificar se a distribuição das temáticas está em conformidade com as indicações da literatura que discute o ensino e a aprendizagem das grandezas e medidas;

III – Como as principais grandezas são abordadas dentro dos capítulos que tratam desse conteúdo. Este critério tem por objetivo verificar como cada livro apresenta as grandezas abordadas e se é possível verificar a dissociação entre: quadro geométrico, quadro numérico e quadro das grandezas.

A coleção escolhida é composta por quatro volumes, sendo do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental. Tendo como base os critérios acima especificados, foi realizada a análise dos livros didáticos. Para efeito de facilidade de terminologia, foram adotadas as seguintes nomenclaturas: LD01 – Livro do 6º Ano; LD02 – Livro do 7º Ano; LD03 – Livro do 8º Ano e LD04 – Livro do 9º Ano.

Estabelecidos os critérios para a análise, realizou-se uma cuidadosa leitura de cada volume que compõem a coleção. Durante a leitura, foram preenchidos os formulários relativos a cada volume, registrando os dados e anotando eventuais discrepâncias.

APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS DADOS

O primeiro critério analisado foi a distribuição do campo grandezas e medidas nos sumários, obteve-se os dados conforme abaixo.

Quadro 2 - Distribuição do campo das grandezas e medidas nos sumários.

| Livro Didático | Total de Capítulos | Capítulos sobre Grandezas e Medidas |
|----------------|--------------------|-------------------------------------|
| LD01 | 11 | 03 |
| LD02 | 10 | 03 |
| LD03 | 09 | 02 |
| LD04 | 09 | 02 |

Fonte: Autoria própria (2023).

No quadro 2, tem-se um resumo dos dados encontrados utilizando o primeiro critério, a distribuição das grandezas e medidas nos sumários. Alguns volumes apresentam mais capítulos dedicados as grandezas e medidas do que outros. Além disso, o LD02 é o que apresenta maior quantidade de assuntos relativos as grandezas e medidas. Este fato é devido ao LD02 apresentar, além de capítulos dedicados ao ensino das grandezas e medidas, outros conteúdos matemáticos relacionados a este tema. Isso evidencia o caráter amplo de abrangência do tema, pois as grandezas e medidas possuem conexões com outros campos da matemática (WALLE, 2009; BELLEMAIN; LIMA, 2002; LIMA; BELLEMAIN, 2010).

Abaixo, no Quadro 3, são discriminados os capítulos encontrados em cada livro, na coluna da esquerda o número de cada capítulo e na coluna da direita os títulos dos respectivos capítulos. É possível verificar inicialmente que as grandezas e medidas estão presentes em todos os volumes selecionados, em capítulos destinados exclusivamente ao tema ou interligados em outros conteúdos da matemática, como a geometria.

Quadro 3 – Descrição dos capítulos.

| Livro didático | Capítulo | Título |
|----------------|----------|---|
| LD01 | 05 | Retas e ângulos |
| | 10 | Comprimentos e áreas |
| | 11 | Outras unidades de medidas |
| LD02 | 03 | Ângulos |
| | 07 | Simetrias e ângulos |
| | 10 | Área de regiões poligonais |
| LD03 | 01 | Retas e ângulos |
| | 09 | Estudo da circunferência e do círculo |
| LD04 | 08 | Circunferência, arcos e relações métricas |
| | 09 | Polígonos regulares e áreas |

Fonte: Elaboração dos autores (2023).

A análise dos livros tendo como base o segundo critério, presença, em cada volume da coleção, dos objetos do conhecimento previstos no bloco grandezas e medidas, trouxeram vários dados que discriminamos nos parágrafos que seguem.

A coleção em análise foi elaborada para atender ao PNLD 2017-2019 quando a BNCC estava em processo de discussão junto à comunidade de educadores brasileiros. Nesse sentido, quais são as mudanças necessárias à coleção para que ela viesse proporcionar aos estudantes uma aprendizagem na perspectiva dos objetos de conhecimentos e suas habilidades, como proposto nesse novo documento orientador? Essa pergunta parece ser ingênua, visto que os livros didáticos foram elaborados antes da existência institucionalizada da BNCC. Uma resposta poderia ser, não há mudanças, a coleção foi anterior ao documento curricular. Contudo, foi possível identificar que algumas abordagens verificadas nas obras analisadas se aproximam do que foi proposto pela BNCC. Pois, este documento propõe mudanças em relação aos PCN, no que diz respeito a unidade temática “grandezas e medidas”.

No LD01, as principais grandezas previstas pela BNCC são apresentadas ao longo dos capítulos que compõem o LD01. Contudo, verificou-se que a grandeza temperatura não é trabalhada no LD01 e não foi verificada discussão sobre esta grandeza nos outros volumes; ademais, esta grandeza também é contemplada pelos PCN de matemática nos anos finais do Ensino Fundamental. Também se verificou que não há uma discussão aprofundada sobre os usos dos “ângulos” nas práticas sociais, também não foram apresentadas as “noções de planta baixa” e “vista aérea”. Finalmente, o LD01 não aborda de forma clara a relação entre a medida do lado de uma figura plana e o seu perímetro, conforme prevê a BNCC e os PCN. Logo, essas são algumas possíveis alterações que podem ser feitas.

No LD02, o objeto de conhecimento “cálculo de volume de blocos retangulares” não foi abordado, sendo que este objeto de conhecimento está presente no LD01. Além disso, o objeto de conhecimento “Medida do comprimento da circunferência” previsto para o LD02 se encontra no LD03. Estas duas divergências encontradas poderiam trazer, a nosso ver, problemas para o andamento da aprendizagem ao ocasionar algumas lacunas nas competências previstas para o sétimo ano do Ensino Fundamental, caso não sejam adequadas para uma nova versão da coleção, atualizada conforme proposto pela BNCC.

No LD03, o objeto do conhecimento “Área de figuras planas” não foi abordado, sendo encontrado no LD02. Já o objeto do conhecimento “Área do círculo e comprimento de sua circunferência” foi trabalhado apenas parcialmente, pois o LD03 apresenta apenas o “comprimento da circunferência”, sendo a parte relativa à “área do círculo” encontrado no LD04. Além disso, os objetos do conhecimento “Volume de bloco retangular” e “Medidas de capacidade” não foram abordados no LD03, pois estes objetos se encontram no LD01. Novamente o LD03 necessita adequar a distribuição dos objetos do conhecimento à distribuição prevista na unidade temática “grandezas e medidas”.

Finalmente, o LD04 não discute o objeto de conhecimento “Unidades de medida utilizadas na informática” e não aborda de forma clara o objeto do conhecimento “Volume de prismas e cilindros”, fazendo apenas uma comparação

entre o volume de um prisma retangular e um prisma triangular, mostrando que estes podem ser cheios com o mesmo volume de área caso possuam o mesmo volume. Essas ocorrências precisam ser ajustadas para uma nova versão da coleção, pós-BNCC, pois as unidades de medidas utilizadas na informática estão muito presentes no cotidiano dos alunos e estes conteúdos devem ser trabalhados em sala de aula.

O quarto critério adotado nesta análise, como as principais grandezas são abordadas dentro dos capítulos que tratam deste conteúdo, teve como modelo teórico de grandezas aquele proposto na fundamentação teórica, na qual propõe a grandeza como um atributo independente e dissociado de sua medida e do objeto geométrico. Foram analisadas a abordagem proposta para as grandezas relacionadas: comprimento, área, volume, capacidade, massa, tempo, temperatura e abertura de ângulo.

Cabe aqui salientar que o modelo adotado nesta pesquisa para grandezas é um modelo voltado para grandezas geométricas, contudo os PCN e a BNCC abordam grandezas que não são geométricas, como por exemplo a grandeza tempo, temperatura e massa. Assim, utilizou-se o modelo adotado para analisar as grandezas geométricas comprimento, área e volume. Sendo feito algumas considerações sobre as demais grandezas.

A grandeza comprimento está presente apenas no LD01 e sua exposição é composta pela apresentação da noção de medida, como uma comparação com uma unidade tomada como padrão e a apresentação do Sistema Internacional de Medida. Após isso apresenta a escala de conversão de medidas de comprimento. Não se verificou qualquer referência a dissociação entre a grandeza comprimento, o objeto geométrico e a medida, ficando evidente que o foco da abordagem da grandeza comprimento está apenas na sua representação numérica. Neste sentido, Moraes, Bellemain e Lima (2014) analisaram a abordagem da grandeza volume em livros didáticos de matemática do Ensino Médio e constaram a ênfase nas situações de medição, no uso de relações matemáticas (“fórmulas”) e no aspecto numérico. Assim, essa tendência parece se manter nas coleções do Ensino Fundamental, no caso da grandeza comprimento.

No LD01, o conceito de perímetro é apresentado como a medida do contorno de qualquer figura plana, sendo quase inexistente a discussão sobre a relação entre área e perímetro. O aspecto numérico é enfatizado e isso pode acarretar que o aluno confunda área e comprimento. Neste sentido, Bellemain e Lima (2002) verificaram que várias pesquisas mostram que alunos têm dificuldades em dissociar área e perímetro. Logo, uma abordagem superficial contribuirá para perpetuação desse erro. O PCN também traz conceitos e procedimentos a respeito da relação entre área e perímetro e diz que se deve fazer “Análise das variações do perímetro e da área de um quadrado em relação à variação da medida do lado e construção dos gráficos cartesianos para representar essas interdependências” (BRASIL, 1998, p. 90).

Outra grandeza analisada é a área, que está presente nos LD01, LD02 e LD04. Verificou-se que assim como a grandeza comprimento, a grandeza área é apresentada com foco no aspecto numérico de sua medida. O LD01 apresenta a

grandeza área como o resultado de uma medição em uma superfície, conforme abaixo:

Figura 5 - Apresentação de grandeza como uma medida.

a) Quando medimos a superfície de cada figura com as unidades apresentadas em cada caso, obtemos uma medida chamada de **área**.

| Figura | Unidade de medida | Área da figura |
|--------|-------------------|----------------|
| | | 6 |
| | | 2 |
| | | 4 |

Fonte: Matemática Bianchini (2015a, p. 284).

Isso pode ocasionar que o aluno veja o conceito de área apenas como uma medida ou um número associado a uma figura geométrica. Douady e Perrin-Glorian (1989) partem da hipótese de que associar precocemente uma superfície a um número contribui para a amálgama entre diferentes grandezas. Assim, é preocupante que esta coleção apresente área como uma medida ao passo que pesquisas têm mostrado que abordar área como grandeza permite dissociar os quadros geométricos e numéricos (DOUADY; PERRIN-GLORIAN, 1989; BELLEMAIN; LIMA, 2002; LIMA; BELLEMAIN, 2010).

O LD01 ao abordar a conversão de unidades de medida mostra que uma mesma medida pode ser representada de maneiras diferentes dependendo da unidade adotada, conforme figura abaixo:

Figura 6 - Equivalência entre unidades de medidas.

| Múltiplos | | | Unidade padrão | Submúltiplos | | |
|--------------------------|-----------------------|--------------------|------------------|---------------------|-----------------------|-------------------------|
| quilômetro quadrado | hectômetro quadrado | decâmetro quadrado | metro quadrado | decímetro quadrado | centímetro quadrado | milímetro quadrado |
| km ² | hm ² | dam ² | m ² | dm ² | cm ² | mm ² |
| 1.000.000 m ² | 10.000 m ² | 100 m ² | 1 m ² | 0,01 m ² | 0,0001 m ² | 0,000001 m ² |

Fonte: Matemática Bianchini (2015a, p. 289).

Entretanto é evidente que a equivalência entre medidas, mostradas na figura 7, sugere de forma subentendida e não há uma discussão clara sobre o assunto. Essas abordagens superficiais podem contribuir para que o aluno crie uma concepção numérica de área (DOUADY; PERRIN-GLORIAN, 1989; BELLEMAIN; LIMA, 2002). Santos e Santos (2015) ao analisarem o conceito de área de figuras planas em um livro de matemática do 6º ano, constataram dentre outros resultados que o livro valorizava o aspecto numérico da grandeza área. Privilegiar o aspecto numérico da grandeza área parece não ser característica exclusiva desta coleção.

O LD02 traz a abordagem da equivalência de áreas de figuras planas, esse tema é muito importante para a construção do conceito da grandeza área como uma grandeza independente, pois permitirá ao aluno perceber que diferentes figuras geométricas podem ter a mesma medida de área. Contudo, a ênfase do LD02 está em apresentar as expressões algébricas para o cálculo de figuras planas e no cálculo numérico. A importância das situações de comparação é levantada por Bellemain e Lima (2002, p. 41) ao dizerem que “as situações de comparação se situam essencialmente em torno do quadro das grandezas”. Logo, as situações de comparação apresentadas no LD02 são importantes para a construção do conceito de área como grandeza, mas precisam ser acompanhadas de uma abordagem propícia.

No LD04 temos a retomada da grandeza área ao tratar sobre a “Área de um polígono regular”. Porém, verifica-se que o objetivo do LD04 é apenas de apresentar as expressões algébricas usadas para calcular a área de polígonos regulares e fazer os cálculos numéricos. Assim, não se verificou na coleção uma preocupação clara em apresentar o conceito de área como uma grandeza independente e dissociada de sua representação geométrica e numérica. Neste sentido, Lima e Bellemain (2010, p. 187) nos dizem que “a compreensão das fórmulas exige que possamos entender a relação complexa existente entre comprimento e área”. Assim, a abordagem proposta pela coleção não oportuniza a compreensão e o uso adequado das fórmulas de cálculo de área.

Uma terceira grandeza abordada é volume, sendo que a discussão sobre esse conceito é abordada apenas no LD01, não sendo retomado nos demais livros da coleção. Esse fato pode acarretar dificuldade na aprendizagem do conceito de volume, pois nos três últimos anos do Ensino Fundamental o aluno não discute esse conceito e poderá entrar no Ensino Médio com sérias dificuldades em trabalhar problemas que envolvam a grandeza volume. No tocante a abordagem do conceito de volume, verifica-se que este é apresentado associado a ideia de medida, conforme se verifica no LD01. Neste sentido, o autor, Bianchini (2015, p. 306), afirma ao dizer que “A medida do espaço ocupada por um sólido, por um líquido ou por um gás é chamada de volume”. Vemos que a grandeza volume é apresentada como uma medida, o que pode ser interpretado pelo aluno como sendo só mais um número associado a um sólido geométrico (MORAIS; BELLEMAIN, LIMA, 2014).

Após, tem-se a apresentação da unidade de medida do volume e as conversões de unidades e, posteriormente, o conceito de capacidade de um recipiente. Não é vista discussão que busque, por exemplo, mostrar que diferentes sólidos podem ter o mesmo volume, sendo o enfoque do LD01 apenas no aspecto numérico da grandeza volume.

A grandeza volume, assim como comprimento e área, recebe nessa coleção uma abordagem numérica. A consequência do desenvolvimento do conceito de volume tendo como enfoque o aspecto numérico pode ser:

[...] limitar o sentido atribuído pelos alunos ao volume, uma vez que, como mostra a teoria dos campos conceituais, a variedade de situações às quais os sujeitos são confrontados é um elemento importante para a construção do sentido que atribuem aos conceitos (MORAIS; BELLEMAIN; LIMA, 2014, p. 43).

A abordagem relativa às grandezas abertura de ângulo, tempo e massa necessitam aqui de algumas observações. Ao analisar esses conceitos, nota-se que essas grandezas não se enquadram no modelo teórico, no qual distingue-se um quadro geométrico, um quadro numérico e um quadro das grandezas, pois a grandeza tempo não goza de uma representação geométrica variada e não se pode afirmar que diferentes figuras geométricas representam a mesma medida de tempo. Nesse mesmo percurso, a grandeza massa também não possui uma representação geométrica associada a sua medida e a grandeza temperatura também não possui uma representação geométrica, pois a temperatura de um corpo é um estado de agitação das partículas ou moléculas que compõem o corpo.

A grandeza abertura de ângulo é abordada nos LD01, LD02 e LD03, o que mostra que o objeto de conhecimento “ângulo” está presente em quase todos os anos do Ensino Fundamental. A abordagem desta grandeza é composta pela apresentação da ideia de ângulo, pela medida da abertura do ângulo como a medida do ângulo e a unidade de medida associada ao ângulo, o grau $^{\circ}$. Após isso, temos a apresentação dos tipos de ângulos e sua relação com retas e figuras geométricas. Sendo o aspecto numérico da medida de ângulo o grande foco da abordagem proposta pela coleção, deixando de lado quaisquer discussões sobre a grandeza em si.

Assim, no caso da grandeza abertura de ângulo, temperatura e massa são abordados com ênfase no aspecto numérico, enfatizando sua presença no cotidiano e trabalhando muito a transformação das unidades de medida, sendo que estas duas grandezas são discutidas apenas no LD01. O aspecto numérico é tal que a grandeza massa não é conceituada, sendo apresentada a partir das unidades de medida. Além disso, a abordagem dessas grandezas, tempo e massa, pode ser considerada superficial, pois não discute a interdisciplinaridade com outras áreas do conhecimento e seu emprego nas ciências e tecnologias, tampouco apresenta outras unidades de medida para trabalhar estas grandezas em escala macro ou micro.

Ressalta-se que apesar das grandezas tempo, massa e abertura de ângulo não se enquadrarem em um modelo didático que diferencia o quadro geométrico, das medidas e das grandezas, é preciso diferenciar os quadros das grandezas e o quadro das medidas. Porém as grandezas precisam ser diferenciadas de suas medidas (DOUADY; PERRIN-GLORIAN, 1989; LIMA; BELLEMAIN, 2010).

O tratamento dispensado às grandezas e medidas nesta coleção, no que diz respeito a forma de abordagem das grandezas, é preocupante. Não permite compreender comprimento, área e volume como grandezas associadas a figuras geométricas. Para exemplificar a importância dessa compreensão, “o conceito de área está presente na produção contemporânea do conhecimento matemático em diversos campos: teoria da medida, teoria ergódica, teoria geométrica da medida, teoria dos fractais, entre outras” (BELLEMAIN; LIMA, 2002, p. 21).

Portanto, considerando uma nova edição dos livros didáticos, a coleção analisada necessitará se adequar às novas exigências impostas pela BNCC para a apresentação da unidade temática “grandezas e medidas”. Pois necessita corrigir discrepâncias encontradas, como a ocorrência de omissão de objetos do

conhecimento previstos para os anos finais do Ensino Fundamental. Além disso, a coleção analisada apresenta a unidade temática “grandezas e medidas” sob o enfoque do quadro numérico, apresentando as grandezas como resultado de uma medição. Mas esse é um aspecto que vem sendo discutido ao longo das duas últimas décadas pelas pesquisas em Educação Matemática, logo, não é uma discussão exclusiva da BNCC, também, não é um fenômeno que surgiu após a publicação deste documento curricular. Ainda, não se verificou abordagens que proponham situações de comparação e produção que contribuam para trabalhar outros aspectos relativos às grandezas.

Existem abordagens na coleção que tratam implicitamente das componentes de uma grandeza, mas podem ser deixadas de lado pelos alunos e pelos professores, caso não tenham familiaridade com esta abordagem de grandeza proposta nesta pesquisa.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa se mostrou importante por aprofundar as discussões sobre o tema grandezas e medidas, pois, este tema é fundamental na formação dos alunos para a vida em sociedade e para o mundo do trabalho. Sempre com foco no objetivo de analisar como uma coleção de livros didáticos dos anos finais do Ensino Fundamental apresenta a unidade temática “grandezas e medidas”, a literatura serviu como suporte teórico ampliando os olhares sobre a coleção analisada, com a finalidade de extrair algumas conclusões importantes ao trabalho do professor em sala de aula, assim como para os processos de ensino e de aprendizagem das grandezas e medidas na escola básica.

Para novas edições, a coleção analisada necessitará se adequar à distribuição da unidade temática “grandezas e medidas” prevista na BNCC, para sanar a omissão de alguns objetos do conhecimento que deveriam ser tratados nos anos finais do Ensino Fundamental. Além disso, a abordagem das grandezas e medidas apresentada na coleção tem caráter predominantemente numérico, não sendo suficiente para apresentar uma grandeza como um atributo dissociado de sua representação geométrica e de sua representação numérica, como recomendam as pesquisas educacionais. Ainda, a discussão sobre as grandezas abertura de ângulo, tempo e massa é muito superficial deixando de lado a interdisciplinaridade dessas grandezas com outras áreas do conhecimento e não apresenta unidades de medidas utilizadas na informática.

Portanto, esta análise ainda carece de mais aprofundamento, sendo necessário analisar as atividades propostas na coleção. Assim, as atividades apresentadas nesta coleção serão objeto de uma nova pesquisa. Outra questão não mencionada, mas que impacta diretamente os processos de ensino e de aprendizagem em sala de aula é a abordagem que o professor realiza em sala. Esse é outro aspecto que merece um melhor aprofundamento em estudos futuros.

The approach of magnitudes and measures in a collection of mathematics textbooks in elementary school

ABSTRACT

This article presents an investigation that aimed to analyze how a collection of mathematics from the final years of Elementary School, approved by the National Textbook Program (PNLD) 2017, presents the theme of Quantities and Measures. The theoretical support of the research is the didactic model proposed by Douady and Perrin-Glorian (1989) for teaching the area of plane figures as a quantity, adapted for other geometric quantities. With a qualitative approach and a documentary research, the Mathematical Bianchini collection, 8th edition, 2015, adopted by the municipal education network, in Barreiras, western Bahia, was analyzed. The results indicate that the analyzed collection needs to adapt to the requirements proposed by the literature for the presentation of the thematic unit magnitudes and measures and that the approach presented in the collection emphasizes the numerical aspect, not being enough to present a magnitude as an attribute, dissociating the magnitude its measure and the associated geometric object.

KEYWORDS: Quantities and Measures. Textbook. Numerical Aspect. Mathematics. Documentary Research.

REFERÊNCIAS

ALVES–MAZZOTTI, Alda Judith; GEWANDSZNAJDER, Fernando. **O método nas Ciências Naturais e Sociais**. 2. ed. São Paulo: Pioneira, 2002.

BELLEMAIN, Paula Moreira Baltar; LIMA, Paulo Figueiredo. **Um estudo da noção de grandeza e implicações no Ensino Fundamental**. [S. l.: s. n], 2002.

BIANCHINI, Edwaldo. **Matemática Bianchini (6º ano)**. 8. ed. São Paulo: Moderna, 2015a.

BIANCHINI, Edwaldo. **Matemática Bianchini (7º ano)**. 8. ed. São Paulo: Moderna, 2015b.

BIANCHINI, Edwaldo. **Matemática Bianchini (8º ano)**. 8. ed. São Paulo: Moderna, 2015c.

BIANCHINI, Edwaldo. **Matemática Bianchini (9º ano)**. 8. ed. São Paulo: Moderna, 2015d.

BOGDAN, Robert C.; BIKLEN, Sari Knopp. **Investigação Qualitativa em Educação**. Portugal: Porto, 1994.

BORGES, Luana Lima; PEREIRA, Marcus Vinicius; MOREIRA, Maria Cristina do Amaral. Qualidade e uso do livro didático de ciências na visão de professores da educação básica que cursam pós-graduação. **ACTIO: Docência em Ciências**, v. 7, p. 1-17, 2022. Disponível em: <https://periodicos.utfpr.edu.br/actio/article/view/13579/8867>. Acesso em: 23 jun. 2023.

BOROWSKY, Halana Garcez et al. Infância e Matemática: aprendendo sobre medidas de comprimento. **Perspectivas da Educação Matemática**, Mato Grosso do Sul, v. 9, n. 21, p. 744-764, 2016. Disponível em: <https://periodicos.ufms.br/index.php/pedmat/article/view/2210> . Acesso em: 15 out. 2019.

BRASIL. Constituição. **Constituição da República Federativa do Brasil de 1988**. Brasília, DF: Presidência da República, 1988. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/constituicao/constituicao.htm. Acesso em: 16 jun. 2019.

BRASIL. Ministério da Educação. **Portaria nº 1570, de 20 de dezembro de 2017**. homologação do Parecer CNE/CP nº 15/2017, do Conselho Pleno do Conselho Nacional de Educação. Disponível em: <https://abmes.org.br/arquivos/legislacoes/Port-MEC-1570-2017-12-20.pdf>. Acesso em: 15 out. 2019.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular**: Educação é a base. 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/> Acesso em: 27 jun. 2019.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática (3º e 4º ciclos do Ensino Fundamental). Brasília: MEC, 1998. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>. Acesso em: 16 jun. 2019.

BRASIL. **Lei Nº 11.274, de 6 de fevereiro de 2006**. Lei que altera a redação dos artigos 29, 30, 32 e 87 da Lei Nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996, que estabelece as diretrizes e bases da educação nacional, dispondo sobre a duração de 9 (nove) anos para o ensino fundamental, com matrícula obrigatória a partir dos 6 (seis) anos de idade. Brasília, DF: Presidência da República, 2006. Disponível em: https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2004-2006/2006/lei/l11274.htm. Acesso em: 23 jun. 2023.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática (3º e 4º ciclos do Ensino Fundamental). Brasília: MEC, 1998. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>. Acesso em: 16 jun. 2019.

CARAÇA, Bento de Jesus. **Conceitos e Fundamentos da Matemática**. 1. ed. Lisboa: Tipografia Matemática, dez.1951.

CARVALHO, Dierson Gonçalves de; BELLEMAIN, Paula Moreira Baltar. Ensino de Área de Figuras Geométricas Planas no Currículo de Matemática do Projovem Urbano. **Bolema**, Rio Claro, v. 29, n. 51, p. 123-142, abr. 2015. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/1980-4415v29n51a07>. Acesso em: 15 out. 2019.

CUNHA, Daniel Maués da; LIMA-FERREIRA, Joubert; PEREIRA DA COSTA, André. Qual a Medida dessa Grandeza? Uma Revisão da Literatura sobre Grandezas e Medidas. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 15, n. 37, p. 1-26, 27 abr. 2022. Disponível em: <https://doi.org/10.46312/pem.v15i37.14672>. Acesso em: 21 fev. 2023.

DEIXA, Geraldo Vernijo; CHICOTE, Rosalino Subtil; SOBRA, Laurindo. Análise crítica dos livros didáticos de matemática de Moçambique à luz da Teoria Antropológico do Didático. **Amazônia: Revista de Educação em Ciências e Matemáticas**, [S.l.], v. 15, n. 33, p. 88-100, jun. 2019. ISSN 2317-5125. Disponível em: <<https://periodicos.ufpa.br/index.php/revistaamazonia/article/view/5931>>. Acesso em: 28 maio 2021.
doi:<http://dx.doi.org/10.18542/amazrecm.v15i33.5931>.

DOUADY, Regine.; PERRIN-GLORIAN, Marie-Jeanne. Un processus d'apprentissage du concept d'aire de surface plane. **Educational Studies in Mathematics**. n. 4. vol.20, p. 387- 424. 1989.

FIGUEIREDO, Ana Paula Nunes Braz; BELLEMAIN, Paula Moreira Baltar; TELES, Rosinalda Aurora de Melo. Grandeza Volume: um estudo exploratório sobre como alunos do Ensino Médio lidam com situações de comparação. **Bolema**, Rio Claro, v. 28, n. 50, p. 1172-1182, dez. 2014. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/1980-4415v28n50a09>. Acesso em: 15 out. 2019.

GIL, Antonio Carlos. **Estudo de caso**. São Paulo: Atlas, 2009.

GONÇALVES, Kleber Ramos; BITTAR, Marilena. A distância entre o saber acadêmico e o saber ensinado revelado em um livro didático de matemática do 7º ano: o caso da adição e subtração com números inteiros. **Amazônia: Revista de Educação em Ciências e Matemáticas**, [S.l.], v. 13, n. 27, p. 107-123, set. 2017. ISSN 2317-5125. Disponível em: <https://periodicos.ufpa.br/index.php/revistaamazonia/article/view/4322>. Acesso em: 28 maio 2021. doi:<http://dx.doi.org/10.18542/amazrecm.v13i27.4322>.

LIMA, Paulo Figueiredo; BELLEMAIN, Paula Moreira Baltar. **Coleção explorando o ensino: grandezas e medidas**. v. 17, p. 167-200, 2010.

MARQUES, Paola Reyer et al. Análise de provas de Matemática elaboradas por professoras do 3º ano do Ciclo de Alfabetização. **Amazônia: Revista de Educação em Ciências e Matemáticas**, [S.l.], v. 16, n. 36, p. 99-113, jul. 2020. ISSN 2317-5125. Disponível em: <https://periodicos.ufpa.br/index.php/revistaamazonia/article/view/7128>. Acesso em: 28 maio 2021. doi:<http://dx.doi.org/10.18542/amazrecm.v16i36.7128>.

MORAIS, Leonardo Bernardo; BELLEMAIN, Paula Moreira Baltar; LIMA, Paulo Figueiredo. Análise de situações de volume em livros didáticos de matemática do Ensino Médio à luz da teoria dos campos conceituais. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 16, n. 1, p. 25-46, 2014. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/viewFile/15278/pdf>. Acesso em: 15 out. 2019.

PEREIRA DA COSTA, André; VILAÇA, Marcel Muniz; MELO, Larisse Vieira de. O ensino de Grandezas e Medidas em um documento curricular oficial para o ensino básico. **Ensino em Re-Vista**, [S. l.], v. 27, n. 3, p. 934–955, 2020. DOI: 10.14393/ER-v27n3a2020-7. Disponível em: <https://seer.ufu.br/index.php/emrevista/article/view/54586>. Acesso em: 21 fev. 2023.

ROCHA, Laís de Souza. Unidades de medidas e grandezas: abordagem histórica e prática para o aprendizado do sistema métrico. **ACTIO: Docência em Ciências**, v. 7, p. 1-11, 2022. Disponível em: <https://periodicos.utfpr.edu.br/actio/article/view/10856/6990>. Acesso em: 23 jun. 2023.

RODRIGUES, Anderson Douglas; BELLEMAIN, Paula Moreira Baltar. A Comparação de Áreas de Figuras Planas em Diferentes Ambientes: Papel e Lápis, Materiais

Manipulativos e no Apprenti Géomètre 2. **Em Teia – Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, Recife, v. 7, n. 3, p. 1-25, 2016. Disponível em: <https://periodicos.ufpe.br/revistas/emteia/article/view/2904>. Acesso em: 15 out. 2019.

ROSA DOS SANTOS, Marilene. **A transposição didática do conceito de área de figuras planas no 6º ano do ensino fundamental**: um olhar sob a ótica da Teoria Antropológica do Didático. 2015. Tese (Doutorado em Ensino das Ciências e Matemática) – Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2015.

ROSA DOS SANTOS, Marilene; CÂMARA DOS SANTOS, Marcelo. O Conceito de Área de Figuras Geométricas Planas no Livro Didático de Matemática do 6º Ano do Ensino Fundamental: um olhar sob a ótica da Teoria Antropológica do Didático. **Em Teia – Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, Recife, v. 6, n. 2, p. 1-22, 2015. Disponível em: <https://periodicos.ufpe.br/revistas/emteia/article/view/2258/1825>. Acesso em: 15 out. 2019.

SCHMITT ZANELLA, Marli; KRACHINSCKI, João Marcos de Araújo; ZANELLA, Idelmar André. Estrutura multiplicativa de números naturais: um olhar para o livro didático de matemática dos anos iniciais do ensino fundamental. **ACTIO: Docência em Ciências**, v. 4, p. 465-487, 2019. Disponível em: <https://periodicos.utfpr.edu.br/actio/article/view/10603/7041>. Acesso em: 23 jun. 2023.

SILVA, João Alberto da; BELLEMAIN, Paula Baltar; BORBA, Rute Elizabete de Souza Rosa. Análise de Itens da Provinha Brasil de Matemática referentes a Grandezas e Medidas. **Perspectivas da Educação Matemática**, Mato Grosso do Sul, v. 9, n. 21, p. 724-743, dez. 2016. Disponível em: <https://periodicos.ufms.br/index.php/pedmat/article/view/2248>. Acesso em: 15 out. 2019.

SILVA, Nazaré do Socorro Moraes da; NUNES, José Messildo Viana. Uma sequência educacional para o ensino de medida de comprimento didática como produto. **Boem**, Joinville, v. 6, n. 10, p. 349-369, ago. 2018. Disponível em: <https://doi.org/10.5965/2357724X06102018349>. Acesso em: 15 out. 2019.

TELES, Rosinalda Aurora de Melo; SÁ, Georgina Marafante. Um Estudo Sobre a Área do Retângulo em Livros Didáticos de Matemática. **REVEMAT**, Florianópolis, v. 5, n. 1, p. 48-60, 2010. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2010v5n1p48>. Acesso em: 15 out. 2019.

VECE, Janaina Pinheiro; CURI, Edda; SANTOS, Cintia Aparecida Bento dos. Currículos de Matemática: análise das orientações didáticas sobre as grandezas e medidas no Ciclo de Alfabetização. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 19, n. 3, p. 302-327, 2017. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/emp/article/view/33312/pdf>. Acesso em: 15 out. 2019.

WALLE, John A. van de. **Matemática no Ensino Fundamental**: formação de professores e aplicação em sala de aula. Tradução Paulo Henrique Colonese. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

Recebido: 21 fev. 2023

Aprovado: 07 jul. 2023

DOI: 10.3895/actio.v8n2.16456

Como citar:

CUNHA, Daniel Maués da; LIMA-FERREIRA, Joubert; PEREIRA DA COSTA, André. **ACTIO**, Curitiba, v. 8, n. 2, p. 1-24, maio/ago. 2023. Disponível em: <<https://periodicos.utfpr.edu.br/actio>>. Acesso em: XXX

Correspondência:

Daniel Maués da Cunha

Rua da Prainha, 1326, Morada Nobre, Barreiras, Bahia, Brasil.

Direito autoral: Este artigo está licenciado sob os termos da Licença Creative Commons-Atribuição 4.0 Internacional.

