ACTIO: Docência em Ciências
ISSN: 2525-8923

http://periodicos.utfpr.edu.br/actio

Um estudo histórico, filosófico e reflexivo sobre a matemática grega

Joel Gonçalves dos Santos
joel.goncalves.st@gmail.com
orcid.org/0000-0002-1987-3894
Universidade Estadual Paulista (UNESP), Instituto de Geociências e Ciências Exatas (IGCE), Campus de Rio Claro, São Paulo, Brasil

Luiza Destefani Alves
luizadestefani@alunos.utfpr.edu.br
orcid.org/0000-0002-5556-8889
Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), Curitiba, Paraná, Brasil

Fabiane Mondini
fabiane.mondini@unesp.br
orcid.org/0000-0003-4975-6637
Universidade Estadual Paulista (UNESP), Instituto de Ciência e Tecnologia (ITC), Campus de Sorocaba, São Paulo, Brasil

Luciane Ferreira Mocrosky
mocrosky@gmail.com
orcid.org/0000-0002-8578-1496
Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), Curitiba, Paraná, Brasil

RESUMO

Este artigo é resultado de uma pesquisa de cunho qualitativo firmada na intenção de estudar a influência da matemática Grega para os entendimentos que se tecem historicamente acerca das deduções matemáticas, as quais emergem na sociedade grega e apresentam tônus de representatividade histórica. Não pretendemos, com isso, trabalhar as análises através de fatos isolados e nem compreender as ações ocorridas no seio da comunidade grega como que de súbito. Por esse motivo, empregamos uma abordagem descritiva, haja vista pesquisadores da área expõem suas ideias por meio de descrições históricas e filosóficas, explicando o aparecimento dessa operação discursiva em matemática. Tomamos a questão da origem da matemática dedutiva como um norte para as iEnvestigações, entendendo que ao nos dedicarmos em sua compreensão estamos nos aproximando do caminho trilhado pelos seus patronos, os antigos gregos próximos do século VI a. C. Desse modo, não elegemos uma interrogação de pesquisa, mediante a qual poderíamos nos orientar durante o estudo.

PALAVRAS-CHAVE: Matemática Grega. Dedução matemática. História da matemática. Filosofia.

INTRODUÇÃO

No processo de desenvolvimento da matemática dita Ocidental, fez-se presente um elemento ímpar nas ações de seus desenvolvedores: a dedução. É ela a operação discursiva do pensamento que consiste nas “relações pela qual uma conclusão deriva de uma ou mais premissas” (ABBAGNANO, 2007, p. 232). Historicamente, em termos de obras, o primeiro exemplo de matemática dedutiva foi dado por Euclides em *Os elementos*, em que a teoria está toda estruturada por princípios axiomáticos, regras de inferências e demonstrações.

Princípios axiomáticos dizem respeito ao fato de que em “Os elementos de Euclides, a partir de um conjunto mínimo de axiomas de natureza geral, e postulados específicos, deriva-se todo um corpo de verdades aritméticas e geométricas” (SILVA, 2007, p. 50). Assim, quando o matemático propõe sua teoria, assumida numa perspectiva euclidiana, ele elenca, inicialmente, algumas verdades ou afirmações com as quais toda a sua produção deve estar em consonância. Essas verdades — chamadas de axiomas e postulados — são o princípio básico da teoria e o ponto de partida para desvendar, mediante demonstrações, todas as demais, chamadas de teoremas (SILVA, 2007).

As chamadas regras de inferência são aquelas utilizadas na manipulação dos axiomas ou postulados, empregados para concluir as afirmações em uma dada teoria mediante demonstração. Esta por sua vez, em uma estrutura axiomática — aos modos euclidianos — constitui-se em uma sequência finita de afirmações, “em que cada uma seja ou um axioma, ou seja, conclusão de uma regra cujas hipóteses precedam essa fórmula na sequência dada. Se A for a última fórmula em uma demonstração P, diremos que P é uma DEMONSTRAÇÃO de A” (BICUDO, 2002, p. 81, grifo e destaque do autor).

Para argumentar sobre as deduções em matemática, consideramos esse tema como Aristóteles, que entendia a dedução como um edifício logicamente estruturado de verdades encadeadas em relação de consequência lógica a partir de pressupostos fundamentais não demonstrados. E, nesse sentido, a propósito, estão incluídas as demonstrações, porém, “a dedução se distingue da demonstração porque a demonstração é uma dedução particular” (ABBAGNANO, 2007, p. 233), ela é de natureza matemática. Assim, os termos “deduções matemáticas” e “demonstrações matemáticas” podem ser utilizados como sinônimos.

Esses artifícios, ou seja, as demonstrações matemáticas, têm várias finalidades:

> Em primeiro lugar, compete-lhe estabelecer a *veracidade* relativa de um enunciado (a *tese* da demonstração). A veracidade da tese depende, claro, da veracidade dos enunciados pressupostos na demonstração, esta é suficiente para aquela. Em segundo lugar, uma demonstração deve *convencer*-nos da veracidade da tese que demonstra, desde que aceitemos os pressupostos dos quais essa demonstração depende (SILVA, 2002, p. 68, itálico do autor).

Entretanto, se os axiomas ou verdades iniciais forem substancialmente modificados, também as demais verdades, ou teoremas, podem ser modificados em consequência. Foi o que aconteceu quando G. Saccheri (1667-1733) negou o quinto postulado de Euclides e assumiu uma verdade contrária ao que o pressuposto original afirmava:

> Caso uma reta, caindo sobre duas retas, faça os ângulos interiores e do mesmo lado menores do que dois retos, sendo prolongadas as duas retas, ilimitadamente, encontrarem-se no lado no qual estão os menores do que dois retos (EUCLIDES, 2009, p. 98).

Ao dizer que Saccheri buscava encontrar uma contradição envolvendo o quinto postulado, queremos dizer, implicitamente, que ele não o admitia como um postulado e que buscava por meio da lógica de *Reductio ad absurdum* (redução ao absurdo) justificar seus argumentos. Isso pode ser entendido da seguinte forma: “para se demonstrar uma qualquer asserção A, supõe-se a falsidade de A e obtém-se como consequência uma falsidade qualquer ou, equivalentemente uma contradição. O que mostra que A não pode ser falsa, sendo, portanto, verdadeira” (SILVA, 2007, p. 52). Se o caso se comprovasse, então, o postulado seria mais um dos derivados da teoria, ou seja, um teorema.

Fato é que desde os gregos, esse postulado carecia da “concisão e da compreensibilidade simples dos demais, além de, em hipótese alguma, possuir a característica de ser ‘autoevidente’” (EVES, 2004, p. 539). O próprio Euclides, quem enunciou o postulado, só se utilizou dele na demonstração da 29º proposição de seu livro I, detendo-se até que a teoria ganhasse dimensões maiores. A questão envolvendo o postulado reside no fato de saber se ele “era realmente necessário e cogitar que talvez ele pudesse ser deduzido, como teorema, dos outros nove ‘axiomas’ e ‘postulados’ ou, pelo menos, ser substituído por um equivalente mais aceitável” (EVES, 2004, p. 539).

Seguindo o curso da história, Saccheri acabou por encontrar uma nova estrutura geométrica em sua empreitada por negar a afirmação euclidiana (EVES, 2004). Aliás, tal questão foi analisada em momentos distintos por outros matemáticos, dentre eles destacam-se Karl Friedrich Gauss (1777-1855), Janos Bolyai (1802-1860) e Nicolai Ivanovich Lobachevski (1792-1856), que em corroboração, chegaram a conclusões similares, comprovando a possibilidade de se desenvolver outra teoria, uma geometria diferente daquela explicitada por Euclides.

Posto isso, e motivados por essas questões, imaginamos esse texto como sendo uma reflexão filosófica acerca da natureza das teorias matemáticas concebidas axiomaticamente. Para tal, partimos da compreensão de que essas teorias se pautam pelo uso expressivo de provas e demonstrações matemáticas e que ao usá-las, para justificar as afirmações (ou negações delas), os matemáticos podem recair em outras estruturas. Nós, enquanto pesquisadores em Educação Matemática, preocupamo-nos em entender os motivos que, mesmo sob uma lógica predefinida, fazem com que mudando algumas premissas de uma dada teoria matemática, levam-nos a caracterizar uma outra.

Organizamos o texto em duas seções: a primeira composta de descrições históricas e filosóficas para a explicitação do aparecimento das deduções em matemática. E a segunda, estruturada mediante um pensar filosófico pautado em Heidegger (1889-1976) e em sua obra *Que é Uma Coisa?*, que nos dizem que não se deve confiar na mera “percepção” para entender as **coisas**, seja a ciência, a matemática ou até mesmo outras. Tendo disposto o texto assim, almejamos expor algumas compreensões acerca do surgimento e natureza das teorias abordadas axiomaticamente, para além de uma questão meramente epistemológica. Não estabelecemos uma interrogação de pesquisa, segundo a qual nós nos orientaríamos durante o estudo, antes optamos por estudar a questão da origem da dedução e a possível compreensão filosófica da axiomática em matemática aos moldes heideggerianos.

A GUINADA DA MATEMÁTICA PARA UMA CIÊNCIA DEDUTIVA

A matemática faz parte do saber coletivo que se instaurou durante os séculos, sendo custosa a determinação de quando essa ciência ganhou importância para a humanidade. Eves (2004) ao se deparar com o problema do aparecimento do saber matemático, e de como tratá-lo, se vê envolto de possibilidades:

> Deve-se iniciar com as primeiras deduções sistemáticas em geometria, tradicionalmente creditadas a Tales de Mileto, por volta de 600 a.C.? Ou se deve recuar mais no tempo e iniciar com a obtenção de certas fórmulas de mensuração feitas pelas civilizações pré-helênicas da Mesopotâmia e do Egito? Ou se deve recuar ainda mais no tempo e iniciar com os primeiros esforços tateantes feitos pelo homem pré-histórico visando a sistematização das ideias de grandeza, forma e número? Ou se pode dizer que a matemática teve início em épocas pré-humanas com a manifestação de senso numérico e reconhecimento de modelos, embora muito limitadamente, por parte de alguns animais, pássaros e insetos? Ou mesmo antes disso, nas relações numéricas e espaciais das plantas? Ou até antes, nas nebulosas espiraladas, nas trajetórias de planetas e cometas e na cristalização de minerais em épocas pré-orgânicas? Ou será que a matemática, como acreditava Platão, sempre existiu, estando meramente a aguardar sua descoberta? Cada uma dessas origens possíveis comporta uma defesa (EVES, 2004, p. 25).

D'Ambrosio (1999) entende que em todas as culturas sempre houve alguma forma de matemática.

> Particularmente, a civilização ocidental tem como espinha dorsal a Matemática. Mas não só na civilização ocidental. Em todas as civilizações há alguma forma de matemática. As ideias matemáticas comparecem em toda a evolução da humanidade, definindo estratégias as ações para lidar com o ambiente, criando e desenhando instrumentos para esse fim, e buscando explicações sobre os fatos e fenômenos da natureza e para a própria existência. Em todos os momentos [...] as ideias matemáticas estão presentes em todas as formas de fazer e de saber (D'AMBROSIO, 1999, p. 97).

Aqui, focalizamos o surgimento do conceito de dedução no homem antigo, que ganha expressividade por volta do ano 600 a. C., na Grécia. Em épocas anteriores, a matemática vinha se desenvolvendo sob o aspecto prático que ela proporciona aos afazeres humanos, ou seja, o foco estava em suas aplicações. Assim, buscamos compreender o que aconteceu na sociedade grega, próximo dessa época, que veio a modificar os seus modos de pensar.

> Pela primeira vez na matemática, como em outros campos, o homem começou a formular questões fundamentais como "*Por que* os ângulos da base de um triângulo isósceles são iguais?" e "*Por que* o diâmetro de um círculo divide esse círculo ao meio?". Os processos empíricos do Oriente antigo, suficientes o bastante para responder questões na forma de como, não mais bastavam para as indagações mais científicas na forma de porquê (EVES, 2004, p. 94, itálico do autor).

Algumas considerações são importantes de serem mencionadas quanto à necessidade do uso de deduções em produções matemáticas. "Havia mister de aprender o estável por trás da mudança, a unidade que se escondia na multiplicidade, o eterno no perecível. Substituir o olho do ver, órgão dos sentidos, pelo olho do compreender, órgão do entendimento, a razão" (BICUDO, 1999, p. 118). Acresce a isso o saber consistente, visto que os gregos avançaram em produzir uma matemática interconectada, fundamentaram sua criação no que o matemático atual chama de sistemas axiomáticos. Assim, uma teoria matemática pode consistir, juntamente com todos os seus teoremas, em um sistema axiomático.

Nas palavras de Eves (2004, p. 115):

> Em algum momento entre Tales, 600 a.C., e Euclides, 300 a.C., rematou-se a noção de discurso lógico como uma sequência de deduções rigorosas a partir de algumas suposições iniciais explicitamente enunciadas. Esse processo, o chamado método postulacional, tornou-se a verdadeira essência da matemática moderna; indubitavelmente, grande parte do desenvolvimento da geometria segundo esse modelo deve-se aos pitagóricos. Sem dúvida uma das maiores contribuições dos gregos primitivos foi o desenvolvimento desse método de raciocínio postulacional.

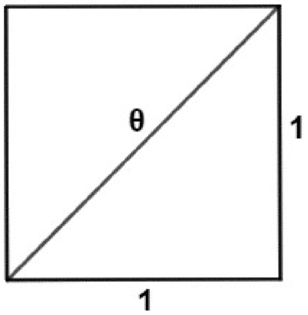
Mas o que tirou por ora, do centro das atenções, as aplicações imediatas e configurou novas concepções de se fazer matemática? Ou ainda, o que é isso que intercorre no tempo e no espaço e que veio a ocasionar essa grande mudança na ciência matemática? Reconhecemos que os gregos conheciam o saber matemático de outras culturas como a babilônica e a egípcia,

> mas o seu modo específico de tratar questões científicas e filosóficas — no espírito da pura especulação desvinculada de interesse práticos imediatos —, seus métodos, fincados no debate racional, e a concepção que mantiveram de uma natureza racionalmente compreensível os apartam de seus predecessores e mestres como legítimos criadores do que se entende até o presente por Filosofia e Ciência. Se os babilônios estavam principalmente interessados em desenvolver métodos úteis de cálculo, os gregos viam na matemática o meio de acesso à própria estrutura íntima do cosmos (SILVA, 2007, p. 31).

Duas são as teses que apresentam caminhos para o surgimento das deduções em matemática, a externalista e a internalista. De acordo com Garnica (1995), aquela recebe tal nomenclatura porque se supõe que a matemática dedutiva não se desenvolveu exclusivamente a partir da comunidade matemática. Assim, é possível depreender que para a sua realização em ciência dedutiva, o envolvimento da sociedade grega se fez presente como um todo. Nesse viés, também, tem-se o entendimento de que as regras de inferências usadas em debates políticos tenham sido a chave para o estabelecimento de uma matemática dedutiva.

Em contrapartida, tem-se a tese internalista, que como se deve supor, entende as mudanças como ocorridas no seio da comunidade matemática. Mas, que "problema tornou indispensável a introdução da demonstração em matemática? Partindo de uma tal questão, [...] o surgimento da demonstração é contemporâneo ao problema da irracionalidade" (GARNICA, 1995, p. 18). Esse problema é o mesmo da incomensurabilidade e se refere à relação entre duas grandezas. Sumariamente, uma grandeza pode ser considerada incomensurável em relação a outra quando não existe nenhum submúltiplo de uma delas que possa exprimir a outra. Com o uso do teorema de Pitágoras, conseguimos mostrar o porquê de a incomensurabilidade ter se tornado uma crise para os primeiros matemáticos. Para elucidar, elaboramos a seguinte figura:

Figura 1 – Quadrado de lado 1



Fonte: Autoria própria.

Considerando um quadrado de lado 1 e traçando uma de suas diagonais, obtemos dois triângulos retângulos. Se calcularmos o valor da hipotenusa representada pela diagonal obteremos $1^2+1^2=\Theta^2 \rightarrow \Theta=\sqrt{2}$. Todavia, $\sqrt{2}$ é irracional e os pitagóricos além de não possuírem teorias desenvolvidas sobre as questões numéricas, ainda esboçaram uma noção completamente diferente da que temos hoje em relação aos números. Em nosso caso e por meio do cálculo feito, entendemos que ϴ só pode ser um número irracional. Seria impossível representá-lo como natural, por exemplo, a isso os gregos pareciam não compreender. Para eles, tudo era feito de números, mas, como verificado, a diagonal do quadrado não possuía um representante numérico conforme a unidade usada,

> essa foi uma conquista amarga, pois levantava dúvidas quanto à correção da tese pitagórica de que os números eram constituintes últimos da realidade (por isso essa descoberta deveria ser mantida em segredo e, segundo a lenda, custou a vida do filósofo pitagórico que a divulgou — Hippasus) (SILVA, 2007, p. 33).

A crise dos incomensuráveis foi um bom motivo para que os matemáticos se preocupassem em desenvolver bases sólidas para suas produções. Entretanto, devemos ter claro que os pitagóricos possuíam um jeito peculiar de tratar as questões científicas e como a intenção é alcançarmos possíveis compreensões acerca da origem da dedução em matemática, focalizamos nosso olhar no que mais se aproxima da realidade do povo grego, como sua filosofia, artes, religião, dentre outros aspectos.

Nesse sentido, convém assinalar que, em termos de território, a Grécia possui alguns aspectos importantes de serem mencionados. Por exemplo, há

> muitos vales férteis, com fácil acesso ao mar, mas as montanhas impedem uma comunicação terrestre fácil entre uns e outros. Nesses vales, cresceram pequenas comunidades isoladas, que viviam da agricultura e se centralizaram ao redor de uma cidade, em geral perto do mar. Em tais circunstâncias era natural que, logo que a população de qualquer localidade se tornasse demasiado grande para os seus recursos internos, os que não podiam viver em terra se entregassem à navegação. As cidades do continente fundaram colônias, muitas vezes em lugares onde era muito mais fácil encontrar-se meios de subsistência do que na terra natal. Assim, no período histórico mais remoto, os gregos da Ásia Menor, da Sicília e da Itália eram muito mais ricos do que os do território grego (RUSSELL, 1957, p. 11).

Por apresentar vários núcleos ou cidades disjuntas, o sistema social na Grécia era muito diversificado. Em Esparta, por exemplo, a existência de uma pequena aristocracia era possível graças ao trabalho de servos oprimidos, geralmente de raça diferente. Em outras regiões mais pobres, a população consistia principalmente de agricultores que cultivavam suas terras com o auxílio de suas próprias famílias. Mas, nos "lugares em que o comércio e a indústria floresciam, os cidadãos livres enriqueciam mediante o emprego de escravos" (RUSSELL, 1957, p. 11).

Ademais, existia, na Grécia antiga, muito do que podemos hoje caracterizar como uma religião.

> Isso se relaciona não com os deuses olímpicos, mas com Dionísio, ou Baco, ao qual consideramos, muito naturalmente, como sendo o deus irrefutável do vinho e da embriaguez [...] Dionísio, ou Baco, era originalmente um deus da Trácia. Os trácios eram muito menos civilizados do que os gregos, que os consideravam bárbaros. Como todos os agricultores primitivos, eles tinham cultos à fertilidade, bem como um deus que a proporcionava. O nome desse deus era Baco. Nunca ficou muito claro se Baco tinha a forma de homem ou de touro. Quando descobriram a maneira de se fabricar cerveja, passaram a considerar a embriaguez como uma coisa divina, e prestaram honras a Baco. Mais tarde, quando conheceram o vinho e aprenderam a bebê-lo, consideraram-no um deus ainda melhor. Suas funções como promotor da fertilidade em geral ficaram um tanto subordinadas às suas funções quanto ao que dizia respeito à uva e à loucura divina produzida pelo vinho (RUSSELL, 1957, p. 17-18).

Porém, esse estilo de vida (ou culto a Dionísio) não foi estabelecido de uma hora para outra, pois para ser aceito requeria algumas reformas. Isso se deu por meio de uma ressignificação espiritual atribuída a "Orfeu, que era asceta, e substituía a embriaguez física pela mental" (RUSSELL, 1957, p. 20). A identidade de Orfeu se mistura entre uma caracterização real ou imaginária, não sabemos se realmente existiu ou se foi mais uma das idealizações heroicas ou divinas. Certa tradição diz que veio da Trácia, como Dionísio, e há chances de que na verdade tenha sido cretense.

Fato é que ao ser ressignificada, culminando na orientação órfica, a doutrina báquica alcançou a seita pitagórica e por meio desta integralizou a filosofia de Platão e assim as filosofias posteriores. "O pitagorismo [...] foi um movimento de reforma no orfismo, e o orfismo foi um movimento de reforma no culto a Dionísio" (RUSSELL, 1957, p. 38).

Mas, o que todo esse relato tem a ver com as deduções em matemática? “Está ligado a elas por meio de uma ética que louvava a vida contemplativa” (RUSSELL, 1957, p. 39). A matemática se tornou acessível por meio de simples raciocínio, sem a necessidade de observação. Dessa possibilidade lógico-epistemológica, e realçada com o requerimento na objetividade, acreditava-se que ela proporcionava um ideal, e deste o conhecimento empírico cotidiano distava.

Com a matemática, o pensamento é superior aos sentidos, à intuição, à observação. “Se o mundo dos sentidos não se ajusta às matemáticas, tanto pior para o mundo dos sentidos. Procurou-se, de várias maneiras, métodos que permitissem ao homem aproximar-se do ideal do matemático” (RUSSELL, 1957, p. 41). Assim, a matemática como argumento dedutivo-demonstrativo está ligada a uma forma de misticismo em seu início.

A COISA MATEMÁTICA

Desde a introdução deste texto, temos afirmado que as teorias matemáticas, em uma perspectiva euclidiana, são fundamentadas sob axiomas, isto é, por afirmações de caráter normativo. De acordo com Bicudo (2002), elas apresentam um certo tipo de caráter consistente visto que, a cada nova afirmação, as teorias se moldam por um certo tipo de interconexão, na qual todas as verdades se relacionam, de tal modo que é possível estabelecer uma ordem para determinar fatos ou verdades que se sucedem.

O caráter ôntico da matemática grega ao longo da história não é caracterizado como proposição, mas sim no que Heidegger (1992, p. 55) explicita sobre as coisas: “o início da transformação do modo como, até ao presente, definimos a nossa posição diante das coisas, uma transformação do questionar e do avaliar, do ver e do decidir; em poucas palavras, uma transformação do estar-aí no meio do Ente”. Essa ideia tangencia a interconexão mencionada, os fios que tecem essa matemática são os que perpassam a tessitura histórica com contribuições de diferentes matemáticos. Heidegger (1992) ao se referir à matemática, questiona na obra “Que é uma coisa?” a possibilidade de uma mudança do sentido orientador da ciência considerando as raízes dessa temática, provenientes da Grécia Antiga.

Considerando os domínios matemáticos como sendo um corpo bem determinado de regras e que abarca diferentes campos, no presente estudo focamos a geometria. Mas, ressaltamos que as questões que discutiremos podem ser também convenientes aos demais assuntos, como álgebra, aritmética, dentre outras áreas. Tomemos, portanto, a geometria como sendo um núcleo/suporte/coisa rodeada de propriedades.

Para Heidegger (1992), ao olharmos para qualquer coisa, sempre estamos a olhar, antes de mais nada, para as particularidades delas, para suas propriedades, para os entes enquanto manifestações do ser. Os aspectos que a constituem e a caracterizam como tal, fazem com que essa coisa se mostre de maneira particular, sem que traduzam propriamente o ser. No entanto, é relevante considerar que a compreensão da coisa está sujeita à perspectiva de quem olha e de onde olha.

Como em todas as áreas do conhecimento, o ser humano permanece presente, vivo, em ação com e nesta temática, sob as perspectivas que lhe são possíveis e que só estarão acessíveis mediante algum tipo de expressão/comunicação. Nesse prisma, o profissional em matemática está enlaçado pela preocupação de “DEFINIR os conceitos de uma certa teoria e DEMONSTRAR as propriedades desses conceitos” (BICUDO, 1999, p. 117, destaques do autor). Fato esse que corrobora a visão dos entes do ser-da-geometria.

Nas palavras de Heidegger (1992, p.40):

> Olhamos somente para aquilo que as coisas são sem excepção: sempre qualquer coisa com tais e tais propriedades, sempre qualquer coisa que é constituída desta ou daquela maneira. Esta qualquer coisa é o suporte de propriedades; do mesmo modo, qualquer coisa subjaz às qualidades; este qualquer coisa é o que permanece, é o mesmo a que sempre regressamos quando queremos fixar as propriedades.

A mesma geometria euclidiana poderia não descrever o que atualmente ela descreve. Se mudássemos um dos axiomas fixados no início da teoria, teríamos uma outra teoria completamente diferente daquela que alcançamos da primeira vez. Já introduzimos o que ocorreu quando G. Saccheri (1667-1733) negou o quinto postulado de Euclides e assumiu uma verdade contrária à da proposição original, pois modificando esse postulado das paralelas, é possível obter outras geometrias.

Contudo, a matemática para os antigos gregos ocorria sempre por meio de uma significação com o mundo. Frente a isso, lembremos que para os pitagóricos e até mesmo para Galileu no século XVI “o Universo está escrito em caracteres matemáticos” (SILVA, 2007, p. 32). Esses caracteres não se mostraram todos ao mesmo tempo à humanidade. Cada matemático expôs suas compreensões daquilo que lhe era possível no momento, bem como ao que concernia o seu escopo. Ao longo da história, a possibilidade de aprofundamento e/ou crítica das ideias se fez presente.

> Poderíamos prosseguir a descrição da coisa e dizer; quando uma única coisa modifica as suas propriedades, isto pode ter consequências sobre uma outra. As coisas atuam umas sobre as outras e opõem-se umas às outras; de tais relações entre as coisas resultam, depois, outras propriedades, que as coisas passam igualmente a ter (HEIDEGGER, 1992, p. 41).

Dessa forma, essa mudança de pensamento pode ser elucidada pela **coisa geometria**, a qual passa a receber um novo significado, além daquele que as propriedades básicas já haviam cravado na época de Euclides. “O que é então uma coisa? Ora, uma coisa é o suporte subsistente de diversas propriedades, que nela subsistem e se modificam” (HEIDEGGER, 1992, p. 41).

Quando o matemático fundamenta sua teoria, ele está em primeiro lugar fazendo uma “escolha”. Mas não é qualquer tipo de escolha; é uma escolha que se vincula ao ideal da teoria, que se amolda ou se conforma com a teoria. Por isso entendemos que os axiomas a regem; determinam o que pode ou não pode acontecer.

> Porque a fundamentação é, também, natural e, desta forma, tão corrente que se deve mesmo, primeiro, evidenciá-la expressamente, para ainda a podermos ver [...]. Qualquer coisa concorda quando se dirige aos factos, quer dizer, quando 'toma a medida' (*anmisst*) tendo por base o que as coisas são. A verdade é, portanto, conformidade com as coisas (HEIDEGGER, 1992, p. 42, itálico do autor).

A própria matemática se baseia toda em afirmações. Quando dizemos algo em conformidade ou com a falta dela estamos ditando verdades ou falsidades, mas que são próprias ao domínio que estamos formulando. Existem certas regras pelas quais o matemático determina as verdades teoréticas por meio de provas e de demonstrações. E é claro que "à matemática formal não importam o significado nem a veracidade das asserções, mas apenas as relações formais entre elas. Mas isso não quer dizer que ela seja apenas um jogo formal sem nenhuma intenção cognitiva" (SILVA, 2007, p. 51).

> Ele é verdadeiro ou falso. O enunciado é, portanto, o lugar e o sítio da verdade. Por isso, dizemos também simplesmente: este e aquele enunciado são uma verdade. Verdades e não-verdades são enunciados [...]. A comunicação é exata quando a informação é correta, quer dizer, quando a proposição é verdadeira. O enunciado como proposição, como o enunciar a ou b acerca de X, é o sítio da verdade (HEIDEGGER, 1992, p. 43- 44).

A possibilidade de escolha que dissemos antes está interconectada com a ideia de natural expressa por Heidegger (1992). Desse modo, se pensarmos em Euclides, talvez o seu natural fosse o escolher aqueles 5 axiomas que tinha à vista, não haveria assim uma segunda chance de escolha. Isso não quer dizer que ele não poderia pensar em outros axiomas, mas se deve às circunstâncias matemáticas, as quais não o permitiram pensar sobre. É possível que ele tenha simplesmente aceitado que aqueles axiomas eram os únicos possíveis, pois, talvez lhe parecessem evidentes.

Porém, o que era natural para a época de Euclides esteve ligado ao seu lócus histórico, a sua época. Nas palavras de Heidegger (1992, p. 46, itálico do autor): "De tudo isto resulta que o que é 'natural' *não* é de forma alguma 'natural', quer dizer, evidente, para qualquer homem existente. O natural tem sempre um carácter histórico". É relevante ressaltar que a geometria euclidiana não é a geometria primeira, deve ter existido um momento em que a **coisa geometria** era apenas um projeto. Entendendo que **pro-jeto** é o que antecede o **lançar-se** a, incidindo luz à temática com ideias a serem estudadas, refletidas e/ou demonstradas, sem que sejam protótipos, mas sim como pré-reflexivo. Segundo Bicudo (1996, p. 7, itálico do autor), essa busca inquietante caracterizada pelo projeto:

> É pro-jetada no mundo, ou seja, lançada à frente *no*. Essa é sua condição: estar sempre lançada no mundo. Nunca é só. Sempre é *na* espacialidade *com* o que está à sua volta. É lançada no mundo factual, de objetos, de pessoas, de coisas, de relações, de relacionamentos, de teorias, de idéias; enfim, de entes. Apenas é lançada, sem ser mundanamente responsável pelo seu lançamento. Mas leva consigo a responsabilidade de manter-se viva ou de decidir não mais viver. Não sendo só, mas sempre *no* e *com* essa responsabilidade atinge a si com os outros. É pro-jetada no *aí – Da-Sein*. *Aí*, entendido como zona de abertura, de desocultamento de sentido e de significado do que circunda. *Aí* alude ao aqui e ao ali. É a espacialidade do

existir humano. É onde suas possibilidades se tornam realidade concreta mediante as ações efetuadas.

A conformidade da geometria enquanto teoria axiomática veio anos depois. A isso Husserl (2006, p. 06) assevera:

> Toda realização espiritual procedente deste primeiro projeto para sua execução está presente pela primeira vez na auto-evidência do sucesso real. Mas quando notamos que a Matemática tem a maneira de ser de um movimento vivo de aquisições como premissas para novas aquisições em cujo significado ôntico aquele das premissas está incluído – (o processo continuando deste modo), então está claro que o significado total da Geometria (como uma ciência desenvolvida, como no caso de qualquer ciência), poderia não ter estado presente, como um projeto e, então, como uma realização móvel no começo.

A coisa (geometria axiomática), portanto, determinou-se depois de seu projeto, o que mostra seu caráter como um suporte de propriedades. Parece que se foi elencando atributos e qualidades da **coisa geometria** e depois de um tempo resultou não voltar e verificar se realmente o é assim. Ao mesmo tempo e na "mesma conexão com o descobrimento da coisa, foi igualmente descoberta a proposição enquanto tal e, do mesmo modo, descobriu-se que a verdade, enquanto conformidade com as coisas, tem o seu lugar na proposição" (HEIDEGGER, 1992, p. 46). Reatando o que expomos anteriormente, acerca de as verdades axiomáticas terem sido postas à prova, muitas outras realizações puderam vir à superfície, como o caso das outras geometrias formuladas.

> Por este motivo, não é evidente a visão natural do mundo, a que firmemente nos agarramos. Ela permanece questionável. Este natural, resultado de tantos esforços, é, num sentido muito peculiar, qualquer coisa de histórico. Assim, poderia acontecer que, na nossa visão natural do mundo, estivéssemos dominados por uma visão centenária da coisalidade da coisa, enquanto as coisas, entretanto, se apresentam, no fundo, de um modo completamente diferente [...]. Não somos nós que vemos ou falamos, mas uma antiga tradição histórica (HEIDEGGER, 1992, p. 46-47).

Ainda na senda das ideias de Heidegger (1992), é possível mostrar a relevância da adjetivação da matemática, para matemático, com seu estudo etimológico que desvela a significação de algo que se pode ensinar e também aprender. O que podemos levar ao debate da geometria e do geométrico, por assim dizer adjetivado. Evidentemente, não teremos a mesma etimologia, mas isso nos leva a refletir acerca da historicidade que envolve a questão do geométrico poder ser realçada com o debate do ser-da-geometria. Assinalamos que a constituição e caracterização deste fenômeno se dão pela manifestação de seus entes.

Seguindo essa linha de raciocínio, teríamos que nos perguntar se a geometria apresentada nas instituições e estabelecimentos de ensino se faz atual para nós ou se ela nos impregna de uma parcela da antiguidade ou, ainda, se das duas coisas. De uma forma ou de outra, a força cultural e histórica em que vivemos transforma nossas relações com o mundo e isso não escapa à matemática.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

De acordo com D'Ambrosio (2018), a matemática acadêmica é uma construção abstrata fundamentada no estilo euclidiano. Sua lógica, baseada em axiomas e teoremas que estão vinculados no transcorrer de uma teoria, pode expressar o desejo na objetividade requerida em produções científicas.

Os povos da antiguidade, habitantes das regiões a sudeste do Mar Mediterrâneo (Egito), da Ásia Menor bem como da região que hoje corresponde ao Irã e ao Iraque são os principiantes da ciência que continuamos a reproduzir atualmente. Entretanto, a invenção grega conferiu à matemática dessa civilização sua grande amplitude e alcance no conhecimento de toda a humanidade. “O decisivo é o modo e o processo como os factos são concebidos e os conceitos são avaliados. [...] um facto é apenas aquilo que é à luz de conceitos fundadores e de acordo com o alcance de tal fundamentação” (HEIDEGGER, 1992, p. 73).

Como palavras finais, registramos que nossos estudos e reflexões seguem em atenção à temática exposta no presente artigo, intencionando pela continuidade do processo de análise histórica e filosófica em abertura constante de e para diálogos e interpretações.

A historical, philosophical and reflective study of greek mathematics

ABSTRACT

This article is the result of a qualitative study based on the intention of studying the influence of Greek Mathematics on the understandings that are historically woven around mathematical deductions, which emerge in Greek society and present a tone of historical representativeness. We don't intend, with this, to work the analyzes through isolated facts nor to understand the actions that occurred within the Greek community as if suddenly. For this reason, we employ a descriptive approach, given that researchers in the area expose their ideas through historical and philosophical descriptions, explaining the appearance of this discursive operation in mathematics. We take the issue of the origin of deductive mathematics as a guide for investigations, understanding that by dedicating ourselves to its understanding we're approaching the path trodden by its patrons, the ancient Greeks close to the 6th century BC. C. In this way, we didn't choose a research question, through which we could guide ourselves during the study.

KEYWORDS: Greek Mathematics. Mathematical deduction. History of mathematics. Philosophy.

AGRADECIMENTOS

Agradecemos à Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP), visto que o presente artigo teve apoio do processo nº 2021/02911-7, mediante bolsa de estudos concedida ao primeiro autor.

REFERÊNCIAS

ABBAGNANO, N. **Dicionário de filosofia**. 5. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2007.

BICUDO, I. História da Matemática: o pensamento da filosofia grega antiga e seus reflexos na educação matemática do mundo ocidental. *In*: BICUDO, M. A. V (Org.). **Pesquisa em educação matemática**: concepções e perspectivas. São Paulo: Editora da UNESP, 1999.

BICUDO, I. Demonstração em matemática. **Bolema-Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v. 15, n. 18, p. 79-90, 2002.

BICUDO, M. A. V. Possibilidades de trabalhar a Educação Matemática na ótica da concepção heideggeriana de conhecimento. **Quadrante**, Lisboa, v. 5, n. 1, p. 5-27, 1996.

D'AMBROSIO, U. A História da Matemática: questões historiográficas e políticas e reflexos na Educação Matemática. *In*: BICUDO, M. A. V (Org.). **Pesquisa em educação matemática**: concepções e perspectivas. São Paulo: Editora UNESP, 1999.

D'AMBROSIO, U. Etnomatemática, justiça social e sustentabilidade. **Estudos Avançados**, Campinas, v. 32, n. 94, p. 189-204, 2018.

EUCLIDES. **Os Elementos**: Euclides (tradução e introdução de Bicudo, I.). São Paulo: Editora UNESP, 2009.

EVES, H. **Introdução à história da matemática**. 2. ed. Campinas: Editora Unicamp, 2004.

GARNICA, A. V. M. **Fascínio da técnica, declínio da crítica**: um estudo sobre a prova rigorosa na formação do professor de matemática. 1995. 254 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1995.

HEIDEGGER, M. **Que é uma coisa?:** doutrina de Kant dos princípios transcendentais. Lisboa: Edições 70, 1992.

HUSSERL, E. A origem da geometria (tradução de Bicudo, M. A. V.). **SE&PQ-Sociedade de estudos e pesquisa qualitativos**, São Paulo, p. 1-34, 2006.

RUSSELL, B. **História da filosofia ocidental** (livro primeiro – A Filosofia Antiga). São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1957.

SILVA, J. J. A Demonstração Matemática da Perspectiva da Lógica Matemática. **Bolema-Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v. 15, n. 18, p. 68-78, 2002.

SILVA, J. J. **Filosofias da matemática**. São Paulo: Editora UNESP, 2007.

Recebido: 17 out. 2022
Aprovado: 05 dez. 2022
DOI: 10.3895/actio.v8n1.16024
Como citar:
SANTOS, J.; ALVES, L. D.; MONDINI, F.; MOCROSKY, L. F. Um estudo histórico, filosófico e reflexivo sobre a Matemática Grega. **ACTIO**, Curitiba, v. 8, n. 1, p. 1-15, jan./abr. 2023. Disponível em: <https://periodicos.utfpr.edu.br/actio>. Acesso em: XXX
Correspondência:
Joel Gonçalves dos Santos
Rua das Três Marias, n. 198, Parque Novo Santo Amaro, São Paulo, São Paulo, Brasil.
Direito autoral: Este artigo está licenciado sob os termos da Licença Creative Commons-Atribuição 4.0 Internacional.