ACTIO: Docência em Ciências
ISSN: 2525-8923

http://periodicos.utfpr.edu.br/actio

Resolução de problemas: uma abordagem sobre o ensino de potenciação e expressões algébricas nos anos finais do ensino fundamental

Leandro Quirino dos Anjos
leandroquirino2011@gmail.com
orcid.org/0000-0003-0599-3972
Universidade Tecnológica do Paraná (UTFPR), Londrina, Paraná, Brasil

Nilva Marcia Dallago Julio
nilva.dallago@gmail.com
orcid.org/0000-0001-9367-2460
Universidade Tecnológica do Paraná (UTFPR), Londrina, Paraná, Brasil

Andresa Maria Justulin
ajustulin@professores.utfpr.edu.br
orcid.org/0000-0003-4107-8464
Universidade Tecnológica do Paraná (UTFPR), Cornélio Procópio, Paraná, Brasil

Eliane Maria de Oliveira Araman
elianearaman@utfpr.edu.br
orcid.org/0000-0002-1808-2599
Universidade Tecnológica do Paraná (UTFPR), Cornélio Procópio, Paraná, Brasil

RESUMO

O presente artigo trata de uma pesquisa qualitativa com a finalidade de analisar os procedimentos e estratégias de resolução utilizadas por alunos enquanto resolvem tarefas através da Resolução de Problemas aliados ao Ensino-Aprendizagem Exploratório envolvendo os conceitos de potenciação e expressões algébricas. Para a coleta de dados foram utilizados os registros das resoluções individuais, obtidos por meio de fotos enviadas e das resoluções produzidas na plataforma Jambord, bem como das discussões ocorridas por meio da plataforma Google Meet. O que se pode observar é que a metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas juntamente com a metodologia Ensino-Aprendizagem Exploratório proporciona o desenvolvimento de práticas pedagógicas importantes no ensino de matemática, propiciando ao professor e aluno troca de experiências preciosas que passam a ter sentido para os alunos ao vivenciar situações até então muito abstratas. Ressalta-se que a utilização das metodologias Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas aliado o Ensino-Aprendizagem Exploratório durante a resolução dos problemas possibilitou aos alunos participarem ativamente na produção do conhecimento matemático, elaborando estratégias, testando, verificando e apresentando algumas possibilidades de resolução.

PALAVRAS-CHAVE: Resolução de Problemas. Ensino-Aprendizagem-Avaliação. Ensino-Aprendizagem Exploratório. Raciocínio Matemático.

INTRODUÇÃO

Neste artigo, apresentamos os resultados de uma pesquisa realizada com alunos de um 6º ano do ensino fundamental da rede particular de ensino no município de Maringá - PR e de um 8º ano de um colégio estadual do campo da rede estadual de ensino, localizado no município de Ortigueira - PR. Tendo-se como objetivo analisar os procedimentos e raciocínios matemáticos utilizados na resolução de um problema envolvendo o conceito de potenciação no 6º ano, e o outro, expressões algébricas no 8º ano por meio do ensino exploratório. Ressalta-se que as aplicações dos problemas foram realizadas seguindo os passos da metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas definidos por Onuchic e Allevato (2011) e do Ensino-Aprendizagem Exploratório discutido por Nunes e Serrazina (2019). Ressalta-se que ambas as aplicações ocorreram por meio do ensino remoto, utilizando-se a plataforma Google Meet.

Trata-se de uma pesquisa qualitativa na qual se analisou as estratégias de resolução dos problemas e as discussões envolvendo os conceitos de potenciação e sequência de figuras relacionadas ao conceito de expressões algébricas. As discussões dos alunos foram analisadas por meio de vídeos e áudios gravados por meio da plataforma Google Meet e dos registros na plataforma Jamboard e fotos da atividade realizada no caderno. Destaca-se que o uso da plataforma Google Meet é devido às instituições de ensino estarem ministrando as aulas de modo remoto durante o período em que o estado do Paraná adota medidas de enfrentamento à pandemia causada pelo Coronavírus.

Considerando que o objetivo da pesquisa anteriormente apresentado é investigar as etapas da metodologia Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas aliado ao Ensino-Aprendizagem Exploratório, este artigo fundamenta-se nas teorias de Van de Walle (2009) e Onuchic e Allevato (2011) sobre Resolução de Problemas; Mata-Pereira e Ponte (2018) e Nunes e Serrazina (2019) sobre o Ensino Exploratório.

Para Van de Walle (2009), o ensino de matemática deve propiciar aos estudantes o desenvolvimento do conhecimento conceitual e procedural, sendo que, numa perspectiva construtivista, o estudante deve ser considerado como um sujeito ativo na construção do seu próprio conhecimento. Desta forma, cabe ao professor contribuir com o desenvolvimento de um pensamento reflexivo, promover a interação social dentro de sala de aula e utilizar instrumentos adequados para mediar à aprendizagem matemática, sendo viável estabelecer conexões e compreensões de diferentes modos para resolver uma situação-problema.

Os problemas foram aplicados de modo remoto com aulas síncronas, onde analisamos as potencialidades dos problemas propostos e as estratégias matemáticas utilizadas durante as resoluções de dois problemas, investigando as situações apresentadas frente ao ensino e prática de resolução de problemas, apoiando-se nas etapas de escolha do problema até a formalização do conceito.

A METODOLOGIA ENSINO-APRENDIZAGEM-AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Considerando que o ensino de matemática na educação básica atualmente é orientado pela Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2018) e que em sua fundamentação teórica apresenta indicativos de que a Resolução de Problemas deve ser implementada nas propostas curriculares, tem-se que:

> O Ensino Fundamental deve ter compromisso com o desenvolvimento do letramento matemático, definido como as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas (BRASIL, 2018, p. 266).

Nota-se que a metodologia de Resolução de Problemas se alinha com os objetivos de ensino definidos pela BNCC (2018) e, portanto, se torna essencial que os professores façam uso dela. Desta forma, Landgraf e Justulin (2021, p. 2) citam que “o professor que pretende trabalhar a resolução de problemas em suas aulas, precisa compreender, primeiramente, que o que é problema para um aluno pode não ser para outro”. Mas afinal, o que é um problema? Para Hiebert et al. (2009, apud VAN DE WALLE, 2009, p. 57) um problema é definido “como qualquer tarefa ou atividade na qual os estudantes não tenham nenhum método ou regra já receitados ou memorizados”.

Considerando-se a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, Allevato e Onuchic (2014) pontuam que:

> A palavra composta ensino-aprendizagem-avaliação tem o objetivo de expressar uma concepção em que o ensino, a aprendizagem e a avaliação devem ocorrer simultaneamente durante a construção do conhecimento pelo aluno, com o professor atuando como guia e mediador. (ALLEVATO; ONUCHIC, 2014, p. 43)

Neste sentido, as autoras sugerem que o ensino e a aprendizagem sejam utilizados como elementos integrados e que a avaliação seja realizada como uma ação de avaliar os processos e não apenas os resultados. Ressalta-se que a Resolução de Problemas visa promover uma discussão sobre as estratégias utilizadas pelos alunos para resolver um problema, assim como a validade das resoluções apresentadas. De acordo com Nunes e Serrazina (2019):

> Uma forma de se trabalhar com resolução de problemas em sala de aula é com a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, que se constitui num caminho para se ensinar Matemática e não apenas para se ensinar a resolver problemas. (NUNES; SERRAZINA, 2019, p. 7-8)

Para Onuchic e Allevato (2011, p. 83-84) a metodologia Ensino-Aprendizagem-Avaliação da Matemática através da Resolução de Problemas deve ser utilizada seguindo as seguintes etapas: (1) Preparação do problema; (2) Leitura individual; (3) Leitura em conjunto; (4) Resolução do problema; (5) Observar e incentivar; (6) Registro das resoluções na lousa; (7) Plenária; (8); Busca do consenso e; (9) Formalização do conteúdo.

Ao trabalhar conceitos matemáticos através da Resolução de Problemas, o professor é desafiado desde a escolha do problema até a formalização dos conceitos, desempenhando o papel de mediador, deixando de ser o detentor do conhecimento, mas contribuindo para o raciocínio matemático voltado para o questionamento, ou seja, encorajando o aluno a desenvolver e utilizar matematicamente seus conhecimentos prévios.

Para Nunes e Serrazina (2019, p. 2) a Resolução de Problemas e o Ensino-Aprendizagem Exploratório "possibilitam ao aluno aprender matemática fazendo matemática, mostrando-se úteis no desenvolvimento e construção de conceitos específicos, colocando o aluno no centro do processo de aprendizagem matemática". Neste sentido, Van de Walle (2009, p. 58) pondera que o ensino começa pelos conhecimentos prévios que os alunos detêm, sendo que os mesmos podem "criar ideias significativas sobre a matemática". Desta forma, cabe ao professor assumir o papel de mediador no processo de ensino-aprendizagem, envolvendo atividades que possibilitem o desenvolvimento das seguintes ações: "(a) encontrar múltiplas estratégias de resolução para um dado problema; (b) engajar-se na exploração matemática; (c) dar justificativas para suas soluções e; (d) fazer generalizações" (CAI; LESTER, 2012, p. 157). Ressalta-se que:

> A Resolução de Problemas é um momento propício para desenvolver o fazer matemático, considerando-se essencial o trabalho com situações problema variados envolvendo processos e atividades, como experimentar, conjecturar, matematizar, generalizar, provar, discutir e comunicar (NUNES; SERRAZINA, 2019, p. 4).

Para Van de Walle (2009, p. 63) "ensinar pela resolução de problemas requer que os alunos mudem o foco de sua atenção do obter apenas as respostas para os processos e argumentos de como eles obtiveram as respostas". Neste sentido Onuchic e Allevato (2011) ponderam que:

> A resolução de problemas representa, da forma como trabalhamos, um contexto bastante propício à construção de conhecimento matemático a partir da observação e percepção de padrões, especialmente se considerada como metodologia de ensino, ou seja, se o problema for proposto como gerador de novos conceitos e conteúdos matemáticos. (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p. 90)

Em relação ao Ensino-Aprendizagem Exploratório e a metodologia de Resolução de Problemas, Nunes e Serrazina (2019, p. 2) pontuam que em ambas "os alunos são chamados a lidar com tarefas para os quais não têm um método de resolução imediato e têm de construir os seus próprios conceitos e métodos, usando conhecimentos prévios".

O ENSINO-APRENDIZAGEM EXPLORATÓRIO

De acordo com Nunes e Serrazina (2019, p. 11) o "ensino-aprendizagem exploratório tem como característica principal a autonomia que o aluno tem ao realizar o seu trabalho de descoberta e construção do conhecimento diante de uma tarefa matemática", fato que torna esta metodologia com princípios semelhantes aos utilizados na metodologia Ensino-Aprendizagem-Avaliação de

Matemática através da Resolução de Problemas. Destaca-se, principalmente, o fato de que em ambas o aluno é considerado como elemento central no processo de ensino-aprendizagem. Outra característica enfatizada pelas autoras "é o momento da discussão matemática, por se constituir uma oportunidade para negociação de significados matemáticos e construção de novos conhecimentos" (NUNES; SERRAZINA, 2019, p. 11).

Pensando-se no Ensino-Aprendizagem Exploratório, Nunes e Serrazina (2019) apresentam algumas fases que devem ser realizadas nesta metodologia, ou seja:

> Na primeira fase, o professor apresenta uma tarefa matemática à turma, que pode ser trabalhada individualmente, aos pares ou em pequenos grupos. A tarefa é frequentemente um problema ou uma investigação, exigindo interpretação. Na segunda fase, o professor apoia os alunos durante o trabalho autônomo sobre a tarefa, procurando garantir que todos participem e de forma produtiva. É importante que os comentários e as respostas do professor às eventuais dúvidas dos alunos não reduzam o nível de exigência cognitiva da tarefa. Enquanto isso, o professor tem de selecionar, a partir da sua rápida observação e apreciação das produções dos alunos em resposta à tarefa, as soluções que avalia como contribuições positivas para a discussão coletiva e estabelecer a sequência da sua apresentação pelos alunos (NUNES; SERRAZINA, 2019, p. 11).

Desta forma, nota-se que as fases descritas pelas autoras possibilitam contribuir com o desenvolvimento de tarefas utilizando as etapas de Resolução de Problemas descritas por Onuchic e Allevato (2011), proporcionando aos alunos a realização de tarefas matemáticas envolvendo-os como sujeitos ativos no processo de ensino-aprendizagem, com a oportunidade de construir e explorar os conhecimentos matemáticos utilizados na resolução do problema.

Considerando que o Ensino-Aprendizagem Exploratório envolve a abordagem de tarefas ou problemas que se tornem desafiadores e que estimulem os alunos na construção do conhecimento matemático, Mata-Pereira e Ponte (2018) apresentam o desenvolvimento de tarefas exploratórias, baseadas no modelo de design, que envolve os seguintes princípios:

> a) propor tarefas de natureza diversa, com ênfase em tarefas que incluam questões exploratórias e/ou problemas, b) propor tarefas que incluam questões que incitem a formulação de generalizações, c) propor tarefas que incluam questões que solicitem a justificação de respostas ou processos de resolução, e d) propor tarefas que incluam questões com diferentes graus de desafio. (MATA-PEREIRA; PONTE, 2018, p. 788).

Analisando-se os princípios do modelo de design, nota-se que a proposta dos autores é utilizar uma metodologia que possibilite aos alunos explorar os conhecimentos matemáticos de modo significativo durante a resolução de um problema, explorando os raciocínios matemáticos que são apresentados durante o processo de resolução.

ASPECTOS METODOLÓGICOS DA PESQUISA

Durante a pesquisa que culminou na produção deste artigo, tivemos como proposta realizar a aplicação de dois problemas matemáticos e realizar a coleta de dados por meio das discussões realizadas durante as aulas. Ressaltamos que a pesquisa aqui apresentada se trata de uma abordagem nas perspectivas da pesquisa qualitativa, pois:

> A pesquisa qualitativa é uma atividade sistemática orientada à compreensão em profundidade de fenômenos educativos e sociais, à transformação de práticas e cenários socioeducativos, à tomada de decisões e também ao descobrimento e desenvolvimento de um corpo organizado de conhecimentos (ESTEBAN, 2010, p. 127).

Considerando que a prática educacional e o desenvolvimento de conhecimentos fazem parte da pesquisa qualitativa, apresentamos os resultados da aplicação de problemas utilizando as metodologias Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas aliados ao Ensino-Aprendizagem Exploratório.

Nesse sentido, é notável que a Resolução de Problemas exige do professor a escolha de problemas geradores que contribuam ao processo de ensino-aprendizagem. Assim, os problemas escolhidos para a coleta de dados foram pensados seguindo o conjunto de critérios sobre a escolha de problemas desenvolvida por Lappan e Phillipis (1998, apud CAI; LESTER, 2012), isto é

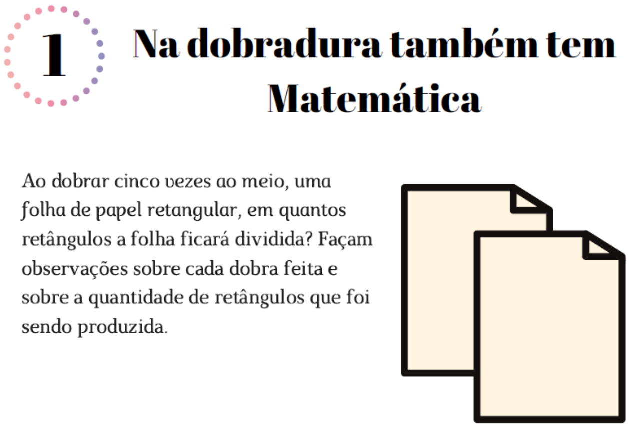
> 1. O problema envolve matemática útil e importante.
> 2. O problema exige níveis mais altos de pensamento e resolução de problemas.
> 3. O problema contribui para o desenvolvimento conceitual dos alunos.
> 4. O problema cria uma oportunidade para o professor avaliar o que seus alunos estão aprendendo e onde eles estão enfrentando dificuldades.
> 5. O problema pode ser abordado por estudantes de múltiplas maneiras usando diferentes estratégias de resolução.
> 6. O problema tem várias soluções ou permite diferentes decisões ou posições a serem tomadas e defendidas.
> 7. O problema encoraja o envolvimento e o discurso dos alunos.
> 8. O problema se liga a outras importantes ideias matemáticas.
> 9. O problema promove o uso habilidoso da matemática.
> 10. O problema proporciona uma oportunidade de praticar habilidades importantes. (CAI; LESTER, 2012, p. 149)

Nesse sentido, Nunes e Serrazina (2019) pontuam que:

> Na Metodologia de Resolução de Problemas, considera-se um problema como ponto de partida e orientação para a aprendizagem de novos conceitos e novos conteúdos e, na sala de aula, através da sua resolução os alunos devem fazer conexões entre os diferentes ramos da matemática, gerando novos conceitos e novos conteúdos. (NUNES; SERRAZINA, 2019, p. 8)

Diante do exposto, escolheu-se os seguintes problemas:

Figura 1 - Problema 1



Fonte: Melo e Justulin (2020, p. 17).

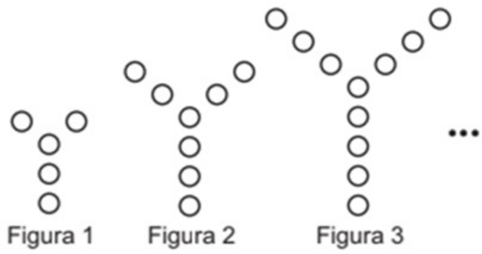
O Problema 1 foi extraído do produto educacional de Melo e Justulin (2020, p. 17). Por meio dele, explorou-se a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas.

Com base no modelo de design de Mata-Pereira e Ponte (2018, p. 791), adaptamos o problema que foi proposto na 1ª fase da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas – OBMEP, no ano de 2019, resultando no que segue:

Figura 2 - Problema 2

Resolva o seguinte problema:

Observe a sequência de figuras abaixo, todas elas com a forma da letra **Y**.



Seguindo este padrão, responda as seguintes perguntas:

a) Quantas bolinhas terá a 4ª figura? Explique como você determinou a quantidade de bolinhas.
b) Quantas bolinhas terá a 15ª figura? Explique como você determinou a quantidade de bolinhas.
c) Alguma figura terá 100 bolinhas? Justifique sua resposta.
d) Qual figura terá 92 bolinhas? Justifique sua resposta.
e) Quantas bolinhas terá a enésima figura?

Fonte: OBMEP (2019, p. 2), adaptado pelos autores (2021).

A metodologia Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, aliada ao Ensino-Aprendizagem Exploratório, foi utilizada na aplicação de dois problemas. O Problema 1 foi aplicado em uma turma de 6º ano do Ensino Fundamental na rede particular, com duração de duas aulas de 45 minutos cada e participação de 15 alunos. Já o Problema 2, foi aplicado em um grupo de alunos do 8º ano do Ensino Fundamental da rede estadual de ensino, com a duração de três aulas de 50 minutos e contando com a participação de 5 alunos. Ressaltamos que ambas as tarefas foram realizadas por meio da plataforma digital Google Meet, devido às aulas estarem sendo ministradas remotamente. Destaca-se que o Problema 2 foi aplicado em apenas um grupo, pois trata-se de uma escola do campo, desta forma, participaram apenas os alunos que têm acesso a internet.

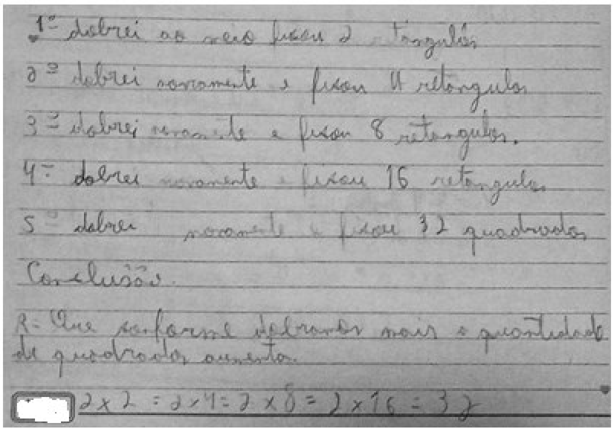
RESULTADOS E DISCUSSÕES DA COLETA DE DADOS

A seguir apresentamos a descrição de trechos da discussão realizada durante a resolução do Problema 1 aplicado na turma do 6º ano e os encaminhamentos e intervenções realizadas pela professora.

Em um primeiro momento foi solicitado que os alunos pegassem uma folha de sulfite e, na sequência, a professora promoveu a seguinte discussão:

> Professora: Hoje vamos fazer uma dobradura com uma folha de sulfite, vou apresentar a proposta. Vou ler para todos (a professora realiza a leitura em conjunto do problema).
> Professora: Pessoal anotem todas as etapas observadas ao dobrar o sulfite. (E observa os alunos desenvolverem a atividade)
> Aluno B: É para registrar as contas?
> Professora: Registrar tudo que você observou. Você observou as contas?
> Aluno E: Eu percebi que vai formar algo.
> Professora: Algo? Como?
> Professora: Vocês estão percebendo algo? Ou só a dobradura? (No papel de mediadora, observava as etapas e indagava algumas questões)
> Professora: Por que vocês acham que estamos fazendo a atividade?
> Aluno C: Para observar as contas.
> Professora: Contas?
> Aluna P: Para a gente aprender a multiplicação.
> Professora: Você observou que tem multiplicação?
> Aluna M: Sim
> Professora: Me fale como percebeu?
> Aluna M: Vou enviar uma foto da minha resolução.

Figura 3 – Resolução do Problema 1


1º dobrei ao meio ficou 2 triângulos
2º dobrei novamente e ficou 4 retângulos
3º dobrei novamente e ficou 8 retângulos.
4º dobrei novamente ficou 16 retângulos
5º dobrei novamente e ficou 32 quadrados
Conclusão:
R: Que conforme dobramos mais a quantidade de quadrados aumenta.
2x2 = 2x4 = 2x8 = 2x16 = 32

Fonte: Registro no caderno da aluna M (2021).

> Aluno L: Professora! Oi eu estou registrando o processo que cheguei na minha conclusão ... Dobrei a folha ao meio 5 vezes, contei quantos tinha.
> Aluna T: Percebi que aumentava os retângulos ficando menores.
> Aluno J: Percebi que foi formando retângulos.

> Professora: Você contou a quantidade?
> Aluno J: Eu estou contando ... tem 32 retângulos
> Aluna E: Percebi que fui dobrando fazendo retângulos menores quando abri contei a quantidade. Eu fiz 4x8=32 e contei tudo para conferir a quantidade.

Após a leitura individual e em conjunto, a professora realiza alguns questionamentos incentivando os alunos a observarem o que está acontecendo ao realizar a tarefa proposta, solicitando para os alunos a explicação das relações matemáticas que conseguiram identificar. Desta forma, a Aluna M apresenta suas anotações (Figura 3) demonstrando ter identificado que existe uma relação matemática que pode ser representada por meio de uma notação envolvendo a multiplicação com fatores 2. Estabelecendo que exista uma multiplicação sucessiva, resultando em 32 retângulos. Através das anotações nota-se que a Aluna M conseguiu identificar o padrão envolvido no problema. E utilizou o processo de multiplicação associando ao conteúdo de área e para confirmar estratégia utilizada realizou a contagem da quantidade de retângulos.

> Professora: Não dobrei nada, tenho retângulos?
> Alunos: Sim!!!

A cada etapa que a professora dobrava os alunos respondiam as questões.

> Professora: Como vocês dobraram o sulfite?
> Alunos: Ao meio.
> Professora: O que perceberam?
> Alunos: Os retângulos foram se multiplicando.
> Professora: Por quem?
> Aluno A: por 2
> Aluno L: Não, é 4x8=32
> Professora: Quais estratégias vocês utilizaram?
> Alunos: Escrevemos, contamos, utilizamos tabuada, multiplicação.
> Professora: Multiplicação de quem?
> Alunos: 4x8 ou 8x4.
> Professora: Qual tabuada vocês perceberam?
> Alunos: tabuada do 2, tabuada do 4 e do 8
> Como podemos escrever o número 32?
> Alunos: 4 x 8, 32x1, 8 x 4, 16x2.
> Professora: Muito bom!

Após as estratégias apresentadas pelos alunos, a professora realizou alguns registros, no quadro digital. E a partir das respostas começou a perguntar se tinha formas diferentes de representar o 32. E perguntou:

> Professora: Posso representar o número 32 dessa maneira? 4x4x2?
> Alunos: Sim
> Professora: Posso representar de outras maneiras?
> Aluna L: Sim
> Professora: Como?
> Aluna L: Fazendo a mesma operação, mas adicionando parênteses, ou seja, (4x4)x2. (A aluna associou a multiplicação às expressões numéricas demonstrando ter um conhecimento prévio, uma colocação inteligente da aluna. E a mesma aluna continuou a dar exemplos junto com outros colegas demonstrando um interesse em resolver o problema proposto).
> Aluna L: Professora coloque (8x2) x2, mas não esqueça os parênteses.
> Professora: Vamos formalizar os conceitos. Vou fazer uma tabela para organizar tudo que foi falado.

Nesse trecho da discussão, a professora realiza algumas intervenções, tendo como objetivo auxiliar os alunos a pensarem sobre as diferentes formas de representação do número 32 utilizando a multiplicação. Na sequência a professora propõe a organização dos dados obtidos durante a resolução do problema por meio de uma tabela, obtendo-se assim as informações contidas no Tabela 1, utilizando a lousa digital para auxiliar na discussão:

Tabela 1- Relação entre o número de dobras e o número de retângulos

Número de dobras	Número de retângulos observados
0	1
1	2
2	4
3	8
4	16
5	32

Fonte: Autoria própria (2021).

A cada número de dobras inserido na Tabela 1 os alunos indicavam a quantidade de retângulos observados após realizarem a dobra.

> Professora: Tenho uma folha de sulfite, não dobrei ainda, tenho retângulos?
> Alunos: Sim, a própria folha é um retângulo.
> Professora: Como podemos associar a dobradura com a operação matemática que vamos estudar?
> E a professora continua a questionar:
> Professora: Começamos dobrando ao meio, e após a colocação dos dados na tabela vocês conseguem relacionar com uma operação matemática?

Os alunos conseguiram estabelecer um padrão relacionando quantidade de retângulos à representação matemática utilizando a operação da multiplicação e o conceito de área, ou seja, 4x8=32 ou 8x4=32. A professora utilizou dessas informações prévias para introduzir o conceito de potenciação de base 2, através da relação entre o número de dobras e quantidade de retângulos obtidos a cada dobra na folha de sulfite.

$4 = 2 \times 2$

$8 = 4 \times 2 = 2 \times 2 \times 2$

Portanto, $32 = 4 \times 8 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$, logo, pode-se dizer que:

$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^5 = 32$

O conceito foi formalizado na lousa digital, mostrando através da dobradura o surgimento dos retângulos, trazendo para a estrutura matemática a proposta de mostrar o conceito de potenciação de base 2 e expoente zero de uma maneira simples, possibilitando a compreensão do conceito através de uma situação-problema. Com isso, a professora inicia a formalização fazendo os seguintes questionamentos:

> Professora: Como tudo começou? Começamos dobrando ao meio, e depois? Qual a quantidade de retângulos obtidos a cada dobra? Vocês conseguiram perceber a relação entre o número de dobras e a quantidade de retângulos?

Observando os dados contidos na tabela podemos concluir que a potenciação é de que base?

Considerando que na plenária é o momento para se fazer as discussões sobre as estratégias utilizadas na resolução do problema, entende-se também que é o momento para discutir sobre os conceitos apresentados e a validade da aplicação do conceito. Destacamos que em relação a essa parte da metodologia houve a necessidade de se realizar uma adaptação, pois, como não ocorreu a resolução dos problemas em pequenos grupos, devido ao fato dos alunos estarem desenvolvendo as suas atividades remotamente, a plenária aconteceu com a mediação da professora observando as justificativas e os processos de resolução utilizados pelos alunos. Como auxílio, a professora fez alguns questionamentos, propondo questões com objetivo de possibilitar aos alunos a reflexão e argumentação sobre as estratégias utilizadas.

Neste sentido, percebeu-se que os conhecimentos prévios dos alunos conduziram a uma associação de conceitos envolvendo a geometria e os conceitos de multiplicação, ou seja, trata-se de um problema que possibilita a abordagem de outros conhecimentos, proporcionando um desenvolvimento além do cálculo matemático, contemplando o desenvolvimento da seguinte habilidade: "resolver e elaborar problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) com números naturais, por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos neles envolvidos" (BNCC, 2018, p. 301).

O SEGUNDO PROBLEMA

A resolução do problema aplicado no 8º ano foi proposta por meio da plataforma Google Meet. Utilizou-se o quadro interativo Google Jamboard para acompanhar os registros dos alunos em tempo real. A seguir, apresenta-se uma resposta referente a cada item do problema registrado no quadro interativo e trechos da discussão que os alunos promoveram durante a resolução do problema. Destacaremos principalmente os comentários e questões que possibilitaram identificar a utilização de diferentes raciocínios matemáticos desenvolvidos pelos alunos durante a discussão do problema.

No item A, do problema 2, a aluna A apresentou a seguinte resposta:

Figura 4 – Resposta ao item A do problema 2

a) Quantas bolinhas terá a 4ª figura? Explique como você determinou a quantidade de bolinhas.

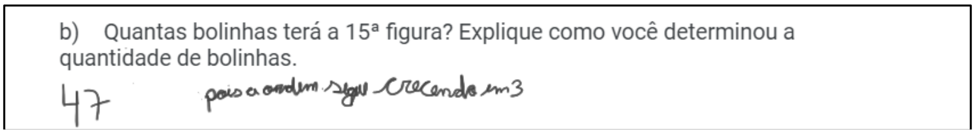
A cada figura aumenta uma bolinha entao assim na figura 3 em cada lado tem 4 bolinhas e no cabinho 6 somando tudo da 14.

Fonte: Registro realizado pela aluna A no Jamboard (2021).

Após a leitura individual e em conjunto, uma das alunas apresenta uma estratégia de resolução, ou seja, a aluna A observa que em cada figura, nas extremidades da letra Y, acrescentava-se uma bolinha na próxima figura. Logo, eles identificam que para obter a quantidade de bolinhas na Figura 4 é só contar a quantidade de bolinhas na Figura 3, que no caso são 11 bolinhas e somar três, definindo então que a Figura 4 tem 14 bolinhas. Dessa forma, a aluna identificou que existe um padrão no acréscimo de bolinhas na sequência de figuras.

No item B, os alunos percebem que existe uma regularidade, ou seja, que a cada nova figura deve-se somar a quantidade de bolinhas da figura anterior com mais 3 bolinhas. Isso ficou evidente na discussão do grupo e na resolução apresentada pela aluna G:

Figura 5- Resposta ao item B do problema 2


b) Quantas bolinhas terá a 15ª figura? Explique como você determinou a quantidade de bolinhas.

47 pois a ordem segue crecendo em 3

Fonte: Registro realizado pela aluna G no Jamboard (2021).

No item C, verificou-se que a questão proposta se tornou algo mais desafiadora para os alunos, uma vez que promoveram uma discussão bem ampla, demonstrando utilizar diferentes estratégias de resolução. Destacamos algumas falas da discussão, envolvendo diferentes formas de raciocínio matemático e encaminhamentos utilizados durante a resolução do problema.

A aluna G inicia a discussão dizendo o seguinte:

> Aluna G: Então o que eu estava fazendo, era tipo juntar as coisas. Por exemplo, eu ia lá primeiro no desenho, eu juntava por exemplo a primeira ali e somava com tal número, por exemplo catava e somava o 3, já que cada um é 3, aí conforme indo a resposta eu ia fazendo assim até vê se chega no 100, e é o que eu estou fazendo. E somando, eu tento de vezes, eu tento de mais, tudo nessa ordem.
> Professor: E será que esta ideia pode te ajudar?
> Aluna G: Então, eu tô tentando mais o de vezes.
> Professor: E você está multiplicando o quê?
> Aluna G: Olha eu estou utilizando o 47 vezes 3.
> Professor: Vezes 3, certo! Qual o resultado de 47 vezes 3?
> Aluno R: Nessa conta da aluna G dá 141 [...]
> Aluna R: Acho que se for 47 vezes 3, passa de 100. Daí não é? [...]
> Aluna G: E se a gente for baixando, a gente usou o 47. A gente poderia utilizar um valor mais baixo. Se o 47 dá 141? A gente poderia utilizar números mais baixos. De 47 para baixo. Não aumentar. O 41 vezes 3, dá 123. 34 dá 102, acho que tem que ser 33, eu acho? Professor fiz por 30, deu 90. Eu acho que tem que ser de 33 para baixo. Porque o 34 deu 102.
> Aluna G: 33 dá 99 [...].
> Aluna C: Provavelmente, tem que ser 34.
> Professor: Então, observa as informações que vocês falaram. O aluno C falou que 30 dá 90, a aluna G falou que 33 dá 99, o outro aluno falou que 34 deu 102. Será que é possível tirar a conclusão por estas informações?
> Aluno S: Pelo o que eu entendi eu acho que a resposta é 102.
> Aluna C: Eu acho que é 102 ou 99, porque a gente está seguindo o que tem, então menos que 99 não vai ser e mais também não.
> Aluna G: E se a gente tentasse a de mais agora.
> Aluno S: É às vezes dá também.
> Professor: Vou fazer uma pergunta para vocês! O que significa esse 30, 33 e 34 que vocês utilizaram? A aluna G falou que dá para utilizar a adição, isso aluna G?
> Aluna G: Sim, vou tentar fazer agora pra ver se consigo chegar no número 100.
> Professor: Tá, só fala as parcelas da adição que você vai utilizar, para nós termos uma ideia, para ver se vai ajudar.

> Aluna G: Eu estou fazendo de 47 para cima, agora. Em vez de ser 47 para baixo, estou fazendo 47 para cima.
> Professor: E por que você escolheu o 47?
> Aluna G: Porque é a resposta da anterior.
> Professor: E na anterior, qual posição é considerada?
> Aluna R: Professor! Mas a conta de mais também vale?
> Professor: O que o professor falou no início? Qualquer estratégia.
> Aluna R: Então, 47 mais 53 dá 100.
> Professor: Humm, 47 + 53.
> Aluna R: Dá 100.
> Professor: E você tem certeza, que vai aumentar 53 bolinhas?
> Aluna R: É, pior que não, né?
> Professor: Por que o 47? Você tem certeza?
> Aluna R: Aham
> Professor: E o 53?
> Aluna R: Acho que não.
> Professor: Vou fazer uma reflexão.
> Aluna G: Achei!!
> Professor: Quanto que deu aluna G? O que você fez?
> Aluna G: Eu somei 97 + 3. Se você somar o 3 mais 7 vai dá 10, subiu 1 no 9, 1 mais 9 é 10, dá certinho os 100.
> Professor: Dá certinho! E o que significa o 97 aluna G?
> Aluna G: Daí seria mais das figuras, tipo conforme indo a totalidade das bolinhas. Por exemplo, lá começou com aquelas pouquinhas bolinhas, se você ir fazendo, fazendo, fazendo, talvez dará o número.
> Professor: Beleza, e qual número será considerado aqui?
> Aluna G: 97.
> Professor: E você tem certeza que dá 97?
> Aluna G: Sim, foi a soma que eu fiz.

Nesse trecho, notamos que a partir das estratégias apresentada pela aluna G, iniciou-se uma discussão que gerou novos questionamentos e conduziram os demais colegas a escolherem diferentes estratégias com base nas informações apresentadas, propiciando reflexões sobre as estratégias de resolução. Outro aspecto que contribuiu com o desenvolvimento da tarefa foi a mediação do professor, pois os questionamentos possibilitaram desafiar os alunos a pensarem sobre as informações que tinham observado e como utilizá-las para obter uma possível resposta para o problema. Os que estavam na discussão concluem que a resposta é sim, porém, a aluna A, após ser solicitada, apresenta uma resposta oposta. No Jamboard ela registrou, conforme Figura 6, a seguinte resposta:

Figura 6 – Resposta ao item C do problema 2

c) Alguma figura terá 100 bolinhas? Justifique sua resposta.

Nao porque de 98 pula para 101 bolinhas por estar aumentando de 3 em 3.

Fonte: Registro realizado pela aluna A no Jamboard (2021).

Na sequência a aluna A faz os seguintes comentários:

> Aluna A: Na letra c, está perguntando, se alguma figura vai ter 100 bolinhas? No meu pensamento, eu acho que não. Por que eu estava fazendo umas contas, e de 98 ele pula para 101, e vai subindo de 3 em 3.

Neste caso a aluna A argumentou a sua ideia, partindo da seguinte estratégia:

Figura 7 – Estratégia utilizada pela aluna A no item C do problema 2

c) 5, 8, 11, 14, 17, 20, 23, 26, 29, 32, 35, 38, 41, 44, 47, 50, 53, 56, 59, 62, 65, 68, 71, 74, 77, 80, 83, 86, 89, 92, 95, 98, 101

Fonte: Registro realizado pela da aluna A no Jamboard (2021).

> Professor: E como você fez para obter o 98?
> Aluna A: Tipo assim, a letra b parou no 15 e no meu pensamento eu fui fazendo 16, eu fui somando assim, tipo cada um.
> Professor: Você continuou somando? E um deles deu 98.
> Aluna A: Sim
> Professor: Então é possível tirar uma conclusão? O que os demais do grupo acham?
> Aluna G: Pensando por este lado, a aluna A tem razão. (A turma concordou que nenhuma figura poderia ter 100 bolinhas)

No item D, os alunos não demonstraram dificuldades para resolver a questão, pois, como haviam generalizado que as figuras aumentavam de três em três, concluíram o seguinte:

Figura 8 – Resposta do item D do problema 2

d) Qual figura terá 92 bolinhas? Justifique sua resposta

a figura 30 tera 92 bolinhas, Pois cada figura esta aumentando de 3 em 3

Fonte: Registro realizado pela aluna G no Jamboard (2021).

No item E, ficou evidente a dificuldade em resolver a questão desde a interpretação. Os alunos promoveram a seguinte discussão.

> Aluna G: Eu estou pensativa na última, pois não estou entendendo.
> Professor: O que você não compreendeu?
> Aluna G: É aqui quando diz quantas bolinhas terá a enésima figura, daí não entendi o que quer dizer enésima.
> Professor: Alguém sabe o que significa o termo enésima?
> Aluna A: Eu acho que ela ocupa uma posição do número n em uma sequência.
> Professor: E o que seria este n?
> Professor: O que a aluna G falou que tem relação com o n no caso? Qual o significado deste n? Os demais colegas sabem o que significa esse n? [...]. O que significa essas reticências aqui? [...]
> Aluna A: na letra E, é tipo assim, qualquer valor enquanto número, então é infinito.
> Aluna G: Ahh é infinito. Lembrei com a aluna A falando agora.
> Professor: enésima seria então no caso, uma figura qualquer, de qualquer ordem. Seria mais ou menos isso a ideia. É possível determinar a quantidade exata de bolinhas?
> Aluna G: Não.
> Professor. Mas dá para utilizar este conceito de enésima, para representar?
> Aluna G: Sim, porque, significa que é uma coisa infinita, que nunca acaba.
> Professor: Tá, mas você consegue representar isso?
> Aluna G: não.
> Professor: Não existe nenhuma possibilidade de representação? [...]

> Professor: O importante é tentar identificar uma relação presente nesta situação. [...]
> Professor: Vocês já ouviram este termo, enésimo termo, enésima figura.
> Aluna G: Não.
> Professor: Será que revisitando o que vocês fizeram nos itens anteriores, não é possível ajudar nesta alternativa? Existe alguma regularidade entre as figuras? Todas essas dicas que estou dando pode auxiliar vocês. Para resolver este item é necessário um olhar bem atento a tudo que aconteceu no problema.
> Aluna A: Professor, sobre a relação do n, eu tava pensando aqui, n+3, onde n é a quantidade de bolinhas da figura anterior e 3 é a quantidade que aumenta em cada figura.

Os alunos observaram que existe uma relação matemática envolvendo as ideias de sequência, porém apresentam dificuldades para conseguir expressar algebricamente os processos que conseguiram identificar durante a resolução dos itens anteriores e, com isso, o professor faz alguns questionamentos induzindo os alunos a representarem matematicamente as informações que estavam em discussão. A aluna A registrou a seguinte resposta no Jamboard.

Figura 9 – Resposta ao item E do problema 2

e) Quantas bolinhas terá a enésima figura?

(n+3) onde n e a quantidade de bolinhas na figura anterior e tres e a quantidade que aumenta em cada figura.

Fonte: Registro realizado pela aluna A no Jamboard (2021).

Ressaltamos que na abordagem do item E, a aluna G usou o termo “infinito”, mas na verdade ela estava se referindo a um valor qualquer. Após a plenária, o professor realizou a formalização do conceito expressão algébrica, registrando os dados conforme apresentados na Tabela 2:

Tabela 2 – Quantidade de bolinhas em cada figura

Figura	Bolinhas da letra Y na vertical	Bolinhas da letra Y nas diagonais (abertura)	Total de Bolinhas
1	3	2	5
2	4	4	8
3	5	6	11
4	6	8	14
5	7	10	17
6	8	12	20
7	9	14	23
8	10	16	26
9	11	18	29
10	12	20	32
11	13	22	35
12	14	24	38
13	15	26	41
14	16	28	44
15	17	30	47
...	...	...	...
n	n+2	2n	n+2+2n = 3n +2

Fonte: Autoria própria (2021).

Durante a tarefa para preencher a Tabela 2, o professor fez alguns questionamentos, possibilitando que os alunos observassem os padrões e relações que o problema sugeria, respondendo as questões do problema.

UMA REFLEXÃO ENTRE OS PROBLEMAS PROPOSTOS

Considerando que os problemas propostos foram aplicados na perspectiva da utilização da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação, através da Resolução de Problemas aliado ao Ensino-Aprendizagem Exploratório, nota-se que ambos propiciaram discussões amplas envolvendo diferentes tipos de raciocínios matemáticos, partindo dos conhecimentos prévios.

Durante as resoluções dos problemas, nota-se que os alunos apresentaram e discutiram sobre diferentes estratégias de resoluções, envolvendo diferentes tipos de raciocínios matemáticos. Outro aspecto que contribuiu com o desenvolvimento da tarefa foram os questionamentos que os professores realizaram durante a resolução, conduzindo os alunos a refletirem sobre a utilização de determinados conhecimentos matemáticos. Ressalta-se que a escolha dos problemas possibilitou aos alunos estabelecerem relações matemáticas entre os conhecimentos prévios e a introdução dos conceitos abordados em cada problema.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Analisando as discussões que os alunos promoveram durante as resoluções dos problemas aplicados, conseguimos verificar as potencialidades que o desenvolvimento de tarefas utilizando a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas aliado ao Ensino-Aprendizagem Exploratório pode contribuir com o ensino de matemática, pois, em ambos os problemas aplicados, verificou-se que os alunos utilizaram os conhecimentos prévios, empregando-os na escolha de diferentes estratégias de resolução, elaborando, testando e validando as informações matemáticas através de diferentes formas de raciocínio matemático.

Em ambos os problemas foi possível identificar que uma das dificuldades apresentada pelos alunos consiste em estabelecer relações matemáticas que satisfazem a resolução do problema, destacamos principalmente a etapa que envolvia a formulação de uma generalização. Nesse sentido, notamos que as etapas da metodologia Ensino-Aprendizagem-Avaliação contribuíram na exploração dos problemas propostos, levando em consideração, *a priori*, que uma das principais características do ensino exploratório é a formulação de questões elaboradas pelo professor, para incentivar ou desafiar os alunos a pensarem sobre uma determinada forma de raciocínio matemático.

As aplicações dos problemas contribuíram com a prática docente no processo de ensino-aprendizagem, envolvendo a abordagem dos conteúdos matemáticos que tinham como proposta a ser introduzido. Destacamos a escolha de diferentes estratégias de resolução, identificação de padrões e generalizações necessárias para satisfazer a resolução dos problemas. Conclui-se, pois, que as etapas de Ensino-Aprendizagem-Avaliação, através da Resolução de problemas, descritas por Onuchi e Allevato (2011), possibilitaram envolver os alunos em um processo ativo de aprendizagem.

Problem solving: an approach to teaching empowerment and algebraic expressions in the final years of elementary school

ABSTRACT

This article it's about a qualitative research with the purpose of analyzing the procedures and the mathematical reasoning used by students while solving activities through problem solving and exploratory teaching involving the concepts of potentiation and algebraic expressions. For data collection, records of individual resolutions were used, obtained through sent photos and resolutions produced on the Jambord platform, as well as discussions that took place through the Google Meet platform. What can be observed is that the teaching-learning-assessment methodology through problem solving together with the exploratory teaching-learning methodology provides the development of important pedagogical practices in the teaching of mathematics, providing the teacher and student with an exchange of precious experiences that they start to make sense for students when they experience situations that were previously very abstract. It is noteworthy that the use of methodologies used during problem solving enabled students to actively participate in the production of mathematical knowledge, as well as expose, validate, justify and generalize the mathematical reasoning used.

KEYWORDS: Problem Solving. Teaching-Learning-Assessment. Exploratory Teaching-Learning. Mathematical reasoning.

REFERÊNCIAS

ALLEVATO, L. R.; ONUCHIC, L. R. **Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática:** por que Através da Resolução de Problemas? In: ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G.; NOGUTI, F. C. H.; JUSTULIN, A. M. (org). RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: Teoria e Prática. Jundiaí: Paco Editorial, 2014, p. 35-52.

BRASIL. Base Nacional Comum Curricular. Brasília: MEC,2018.

BRASIL, Instituto de Matemática Pura e Aplicada – IMPA. **16ª Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas públicas.** Disponível em: <https://drive.google.com/file/d/1gMatT7QvIqwaY9BbISJRvKqzshS0zU9V/view> Acesso em: 20 jun. 2021. OBMEP.

CAI, J.; LESTER, F. Por que o ensino com resolução de problemas é importante para a aprendizagem do aluno? **Boletim GEPEM.** Rio de Janeiro, n. 60, p. 147-162, 2012. Tradução de BASTOS, A. S. A. M; ALLEVATO, N. S. G. Disponível em: <http://doi.editoracubo.com.br/10.4322/gepem.2014.008>, Acesso em: 20 de jun. 2021.

ESTEBAN, M. P. S. **Pesquisa qualitativa em educação:** fundamentos e tradições. Tradução Miguel Cabrera. Porto Alegre: AMGH Editora Ltda, 2010.

LANDGRAF, A. S.; JUSTULIN, A. M. O desenvolvimento do pensamento algébrico de alunos ingressantes de um curso de licenciatura em matemática. **ACTIO**, Curitiba, v. 6, n. 3, p. 1-218, ago./dez. 2021. Disponível em: <https://periodicos.utfpr.edu.br/actio>. Acesso em: 08 abr. 2022.

MATA-PEREIRA, J.; PONTE, J. P. Promover o Raciocínio Matemático dos alunos: uma investigação baseada em design. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 32, n. 62, p. 781-801, 2018.

MELO, M, C, P.; JUSTULIN, A. M. **Ensinando "potenciação e radiciação" através da resolução de problemas:** uma metodologia ativa na sala de aula. Produto Educacional, Londrina, 2020. Disponível em: <http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/bitstream/1/4972/2/LD_PPGMAT_M_Melo_Marcela_Camila_Picin_de_2020_1.pdf > Acesso em: 20 jun. 2021.

NUNES, C. B; SERRAZINA, L. RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS Y LA ENSEÑANZA-APRENDIZAJE EXPLORATÓRIA: enlaces y singularidades em una experiência de enseñanza. **Revista Paradigma**, v. 40, n. 2, p. 1-30, 2019.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 25, n. 41, p. 73-98, 2011.

WALLE, J. A. V. **Matemática no ensino fundamental:** formação de professores e aplicação em sala de aula. Tradução Paulo Henrique Colonhese. 6. Ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

Recebido: 08 dez. 2021
Aprovado: 13 abr. 2022
DOI: 10.3895/actio.v7n1.14967
Como citar:
ANJOS, L. Q. dos; DALLAGO JULIO, N. M.; JUSTULIN, A. M.; ARAMAN, E. M. O. Resolução de problemas: uma abordagem sobre o ensino de potenciação e expressões algébricas nos anos finais do ensino fundamental. **ACTIO**, Curitiba, v. 7, n. 1, p. 1-21, jan./abr. 2022. Disponível em: <https://periodicos.utfpr.edu.br/actio>. Acesso em: XXX
Correspondência:
Leandro Quirino dos Anjos
Rua Tarao Hiriguti, n. 1466A, Jardim Eldorado, Marialva, Paraná, Brasil.