

Diálogos em atividades de modelagem matemática: uma análise à luz da educação matemática crítica

RESUMO

Neste artigo são apresentados resultados de uma pesquisa cujo objetivo é evidenciar que reflexões surgem nos diálogos dos alunos em uma atividade de modelagem matemática na perspectiva da Educação Matemática Crítica. Para tanto, está fundamentado nos aportes teóricos da Modelagem Matemática entendida como alternativa pedagógica e nos diálogos como caracterizados na Educação Matemática Crítica. Os dados que subsidiam as reflexões são oriundos de registros escritos e de gravações em áudio e vídeo de alunos em vulnerabilidade social que participavam de aulas de reforço de matemática em contraturno escolar em um projeto de uma instituição sem fins lucrativos localizada no Paraná. A partir de uma análise qualitativa, foi utilizada a Árvore de Associação de Ideias que possibilita evidenciar que, diante de uma atividade de modelagem matemática, os alunos apresentam ações que primeiramente os colocam em xeque com relação ao que se pretende estudar para que, com a supervisão do professor, definam um problema e estabeleçam estratégias de ação. Para além de reflexões matemáticas, como se espera em uma atividade de modelagem, aspectos relativos à reflexão sobre os hábitos de vida, sobre o futuro e o impacto social foram evidenciados nos diálogos relativos à temática estudada – a mudança tarifária na conta de água.

PALAVRAS-CHAVE: Educação Matemática. Vulnerabilidade Social. Árvore de Associação de Ideias.

Rafael Machado da Silva

rm.raffael@gmail.com

orcid.org/0000-0002-0830-2121

Universidade Estadual de Maringá (UEM),
Maringá, Paraná, Brasil

Karina Alessandra Pessoa da Silva

karinapessoa@gmail.com

orcid.org/0000-0002-1766-137X

Universidade Tecnológica Federal do
Paraná (UTFPR), Londrina, Paraná, Brasil

INTRODUÇÃO

A Modelagem Matemática como tendência em Educação Matemática se encontra consolidada nos eventos específicos, em que práticas de sala de aula e resultados de pesquisa são compartilhados, contribuindo para o avanço de novas investigações.

A versatilidade da Modelagem Matemática faz com ela tenha várias concepções e perspectivas dependendo de como cada professor encaminha a atividade. Kaiser e Sriramam (2006) analisaram trabalhos presentes no ICTMA (*International Conference on Teaching Mathematical Modelling and Applications*) e no ICMI (*International Commission on Mathematical Instruction*) e caracterizaram seis perspectivas de Modelagem Matemática: realística, epistemológica, contextual, educacional, sociocrítica e cognitiva.

Levando em consideração os encaminhamentos que temos desenvolvido com estudantes em vulnerabilidade social com os quais o primeiro autor ministra aulas de Matemática, de certa forma, nos apoiamos na perspectiva sociocrítica, por entendermos que essa pode se amparar na Educação Matemática Crítica (BARBOSA, 2006; ARAÚJO, 2009; SOUZA; MENDONÇA; AMARAL, 2015; SILVA; GODOY, 2016; ARAÚJO; MARTINS, 2017).

A Educação Matemática Crítica tem suas raízes na educação crítica e, em meados da década de 1990, teve como precursor Ole Skovsmose, pesquisador que trata do papel da Matemática nos aspectos sociopolíticos e como a Matemática interfere na sociedade e vice e versa. Em sala de aula, as abordagens sustentadas na Educação Matemática Crítica levam em consideração a comunicação, pois, comunicação possibilita a interação entre as pessoas (SKOVSMOSE, 2007).

Alrø e Skovsmose (2010) relacionam a qualidade das interações entre professor e aluno com o favorecimento da aprendizagem de Matemática. Essas interações, que fazem parte da comunicação, os autores caracterizam como diálogo.

Existem pesquisas que defendem que atividades de modelagem matemática desenvolvidas em sala de aula possibilitam a emergência de diálogos entre professor e alunos e alunos e alunos, contribuindo para a aprendizagem em Matemática (FERRUZZI; ALMEIDA, 2015; SOARES; VIER, 2017).

Considerando que, no contexto das aulas de Matemática desenvolvidas em um projeto frequentado por alunos em vulnerabilidade social, diálogos que levam a uma abordagem crítica de situações diversas podem contribuir para a aprendizagem é que nos debruçamos em investigar **que reflexões surgem nos diálogos dos alunos em uma atividade de modelagem matemática na perspectiva da Educação Matemática Crítica?**

Para apresentarmos a investigação que realizamos e que faz parte de pesquisa de mestrado do primeiro autor, inicialmente abordamos nosso entendimento sobre Modelagem Matemática no ensino de Matemática, para em seguida tratarmos das características e pressupostos da Educação Matemática Crítica. Posteriormente a caracterização do contexto e da metodologia da pesquisa para então descrevermos e analisarmos o desenvolvimento de uma atividade de modelagem. Finalizamos com considerações finais e as referências utilizadas.

MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

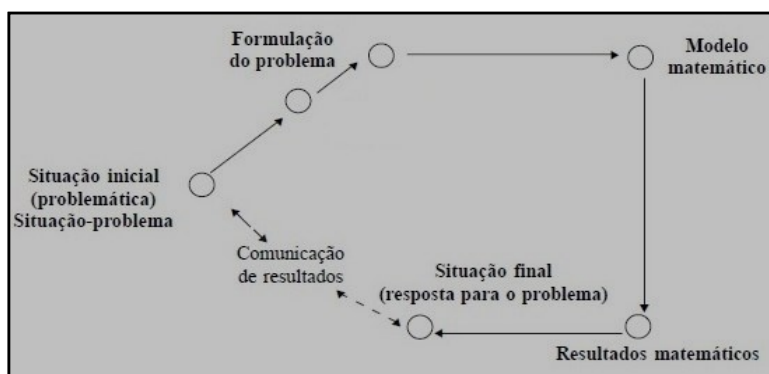
Nosso entendimento com relação à Modelagem Matemática está apoiado nas assertivas de Almeida, Silva e Vertuan (2012) que a caracterizam como uma alternativa pedagógica na qual se faz uma abordagem por meio da Matemática, de uma situação-problema não essencialmente Matemática. Para Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 17), o encaminhamento da situação-problema inicial para uma situação final é permeado por “um conjunto de procedimentos mediante o qual se definem estratégias de ação do sujeito em relação a um problema”.

As estratégias de ação às quais os autores se remetem estão associadas à formulação de hipóteses, à definição de variáveis, à utilização de representações matemáticas que culminam em um modelo matemático do que se está estudando. O modelo matemático é uma representação matemática da situação e responde de certa forma o problema investigado podendo apresentar-se de várias maneiras, como tabelas, gráficos, expressões algébricas, entre outras. Conforme salientam Almeida, Silva e Vertuan (2012):

Um modelo [matemático] é um sistema conceitual, descritivo ou explicativo, expresso por meio de uma linguagem ou uma estrutura matemática e que tem por finalidade descrever ou explicar o comportamento de outro sistema, podendo mesmo permitir a realização de previsões sobre este outro sistema (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 13).

O desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática partindo de uma situação inicial problemática e findando em uma situação final com a apresentação e comunicação de uma solução para um problema, de forma geral, é realizado de forma cíclica (BORROMEO FERRI, 2006, ALMEIDA; SILVA, 2012, ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, STILLMAN; BROWN; GEIGER, 2015), conforme representada na Figura 1. A partir de uma situação inicial escolhida pelo professor, pelos alunos ou em conjunto entre professor e alunos, um problema é formulado. Para apresentar uma solução para esse problema, as estratégias de ação são empreendidas culminando no modelo matemático que é interpretado e validado por meio de resultados matemáticos. Uma solução (situação final) para o problema é apresentada e comunicada pelos alunos. Para isso, se faz necessária uma articulação com a situação inicial da qual o problema se originou.

Figura 1 - Ciclo do desenvolvimento de uma atividade de modelagem



Fonte: Adaptado de Almeida e Silva (2012).

Embora seja apresentado enquanto um ciclo, o desenvolvimento de uma atividade de modelagem não ocorre de forma linear em que as ações são apresentadas em sequência. Idas e vindas entre uma ação e outra podem estar presentes com vistas a uma melhor análise ou até mesmo uma nova leitura do problema formulado.

As atividades de modelagem matemática têm por característica o trabalho em equipe, como pontuam Almeida e Dias (2004). Em sala de aula, atividades de modelagem podem ser vistas como essencialmente cooperativas, em que a cooperação e a interação entre os alunos e entre professor e aluno têm papel importante na construção do conhecimento e, conseqüentemente, na aprendizagem.

A interação entre os membros da equipe pode proporcionar diálogos que podem ser ponto de partida para o desencadeamento da construção de novos conhecimentos, bem como reflexões sobre o conteúdo matemático envolvido na situação, além de subsidiar questões mais amplas que emergem a partir da defesa de pontos de vista entre os alunos e entre os alunos e o professor. Conforme salientam Ferruzzi e Almeida (2015),

as ações dos alunos não são exclusivas de atividades interativas, porém, a diferença reside no fato que, em interação, estas ações são, muitas vezes explicitadas para o outro, atuando como auxiliadoras e, ao mesmo tempo atuando como reorganizadoras do pensamento, promovendo a estruturação e novas aprendizagens (FERRUZZI; ALMEIDA, 2015, p. 392).

Reconhecendo que atividades de modelagem matemática proporcionam ações que possibilitam interação entre os alunos reorganizando os pensamentos é que nos debruçamos na perspectiva sociocrítica caracterizada por Kaiser e Sriramam (2006). Nessa perspectiva, as atividades promovem o pensamento crítico do aluno como foco central do ensino e discussões reflexivas são vistas como indispensáveis no desenvolvimento da atividade de modelagem.

Araújo (2009) defende que a Modelagem Matemática deve se preocupar com a formação política do estudante, fazendo com que este atue criticamente na sociedade, levando o que se discute nas atividades para a vida em sociedade. Assim, é possível que os estudantes possam mudar sua própria visão e influenciar a visão de outros em relação a assuntos de naturezas sociais e que podem ser mais bem compreendidos por meio da Matemática.

Neste sentido compreendemos que a perspectiva sociocrítica de Modelagem Matemática está relacionada a uma compreensão crítica do mundo, em um contexto político social tratando também do papel e da natureza dos modelos matemáticos. Essas características são concernentes à Educação Matemática Crítica.

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA CRÍTICA

Skovsmose (2007) aponta que a Educação Matemática Crítica está ligada aos diferentes papéis possíveis que a Educação Matemática poderia desempenhar em um contexto sociopolítico.

A Educação Matemática Crítica se apoia em questões relacionadas como “de que forma a aprendizagem de Matemática pode apoiar o desenvolvimento da

cidadania” e “como o indivíduo pode ser *empowered* através da Matemática” (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010, p. 19), ou seja, coloca um olhar diferenciado sobre o ensino e sobre o papel da Matemática, que vai além de resolver algoritmos. Além disso, busca contribuir para entender como utilizar os algoritmos para compreender o que está à sua volta e como saber Matemática pode colaborar para essa compreensão.

Uma Educação Matemática Crítica deve possibilitar uma visão mais ampla sobre os conceitos que versam a realidade social. Para Skovsmose (2001),

os estudantes têm que desenvolver não apenas conhecimento pragmático sobre como usar a matemática e como construir modelos (simples), mas também, primariamente, conhecimento sobre como usar a construção do modelo, e esse conhecimento deve ser voltado para o entendimento das funções sociais e aplicações “adultas” de modelos matemáticos (SKOVSMOSE, 2001, p. 52).

A forma como a Matemática é tratada costumeiramente gera o que Borba e Skovsmose (2001) chamam de Ideologia da Certeza em Educação Matemática. Tratar a Matemática como algo perfeito, uma verdade única e incontestável. Para Skovsmose (2000) a maneira como a Matemática é trabalhada em sala de aula é um modelo em que o professor apresenta ideias e técnicas matemáticas e os alunos trabalham exercícios selecionados, com a premissa central que existe uma, e somente uma, resposta correta.

Ir contra a Ideologia da Certeza contribui para que não se formem guetos que são “certos grupos de pessoas que permanecem fora da sociedade onde vivem” (SKOVSMOSE, 2017, p. 62). Esse processo de formação dos guetos acontece a partir da globalização que favorece a exclusão social.

O ensino de Matemática perpassa todos os níveis e locais, portanto a Educação Matemática Crítica, de acordo Skovsmose (2017), se preocupa em como a Matemática pode contribuir para o desenvolvimento social e conseqüentemente com a ruptura dos guetos. Porém, Skovsmose (2017) coloca que a abordagem considerando a Educação Matemática Crítica possibilita ir além, pois trata de como a Matemática tem influência na vida de estudantes em posições confortáveis, para os surdos e cegos, para os idosos, para os estudantes universitários.

Assim, a Educação Matemática Crítica quando tratada em um ambiente “confortável” deve proporcionar reflexões que levem estudantes a não perpetuarem estereótipos de discriminação de classes menos favorecidas, ela deve combater o deficiencialismo, e aos estudantes universitários levá-los a desenvolver um “profissionalismo duplo: um profissionalismo em fazer, e um profissionalismo sobre fazer” (SKOVSMOSE, 2017, p. 33).

Com essa visão, Skovsmose (2017) amplia o conceito do que é, e qual é o papel da Educação Matemática Crítica, pois, mostra que é possível tratar a Educação Matemática de uma forma Crítica, contribuindo para o desenvolvimento do *empowerment* em todos os campos em que a Matemática se faz presente.

Uma Educação Matemática Crítica também perpassa mudança no ambiente de sala de aula. Os alunos devem ter voz e principalmente serem escutados. Alrø e Skovsmose (2010, p. 119), entendem “um diálogo como uma conversação que visa a aprendizagem”. No entanto, os autores colocam que para que se configurem

esses diálogos três características devem ser consideradas: realizar uma investigação, correr riscos e promover a igualdade. Realizar uma investigação é abandonar a comodidade da certeza e deixar-se levar pela curiosidade, correr riscos significa crer que algo imprevisto pode ocorrer, promover a igualdade, pois, em um diálogo um participante não pode estar acima do outro (ALRØ; SKVSMOSE, 2010).

Quando se realiza uma investigação, corre-se riscos e promove-se a igualdade, se desencadeiam as características de qualidade de um diálogo, que são: estabelecer contato, perceber, reconhecer, posicionar-se, pensar alto, reformular, desafiar e avaliar. E é neste contexto de desenvolver uma investigação com atividades de modelagem matemática que nos debruçamos em nossa pesquisa.

CONTEXTO DA PESQUISA E ASPECTOS METODOLÓGICOS

Para evidenciar que reflexões surgem nos diálogos dos alunos em uma atividade de modelagem matemática na perspectiva da Educação Matemática Crítica, planejamos e desenvolvemos uma atividade com 13 alunos participantes de um projeto promovido por uma instituição sem fins lucrativos que tem como missão a capacitação e promoção social. O projeto, em contraturno escolar, atende crianças e adolescentes em vulnerabilidade social entendida como

famílias e indivíduos com perda ou fragilidade de vínculos de afetividade, pertencimento e sociabilidade; ciclos de vida; identidades estigmatizadas em termos étnico, cultural e sexual; desvantagem pessoal resultante de deficiências; exclusão pela pobreza e, ou, no acesso às demais políticas públicas; uso de substâncias psicoativas; diferentes formas de violência advinda do núcleo familiar, grupos e indivíduos; inserção precária ou não inserção no mercado de trabalho formal e informal; estratégias e alternativas diferenciadas de sobrevivência que podem representar risco pessoal e social (BRASIL, 2004, p. 33).

De certa forma, a caracterização de vulnerabilidade social supracitada, nos leva a entender o grupo de estudantes como um gueto, segundo Skovsmose (2017).

A atividade de modelagem foi desenvolvida em três encontros nos dias 15, 22 e 29 de agosto de 2017, com os alunos divididos em duas equipes – uma com seis membros e outra com sete membros. Esses alunos, no momento da pesquisa, estavam com idades entre 15 e 17 anos, 10 frequentavam o 1º ano do Ensino Médio e 3 frequentavam o 2º ano do Ensino Médio. Para tanto, foi solicitada autorização dos pais ou responsáveis, e para maior segurança e não exposição dos alunos os nomes são fictícios, a coleta de dados foi realizada por meio de gravação em áudio e vídeo, além disso, a produção escrita dos alunos e o diário de campo do professor também compuseram o corpus de análise.

Dos pontos evidenciados nos diálogos nossa análise se apoia na pesquisa de cunho qualitativo na qual usamos como metodologia as Árvore de Associação de Ideias, “que constituem um recurso para entender como determinado argumento é construído no afã de produzir sentido num contexto dialógico” (SPINK, 2013, p. 70). Segundo a autora,

as árvores associativas são estratégias adequadas para a compreensão de determinadas passagens das entrevistas (ou qualquer outro material discursivo), em que buscamos entender a construção (ou coconstrução) do

argumento. [...] São assim, mais sintéticas e, por isso mesmo, estratégias potentes de visualização da construção de argumentativa (SPINK, 2013, p. 72).

As Árvores de Associação de Ideias trazem a possibilidade de “entender as singularidades da produção de sentido, presas tanto à história de cada pessoa quanto à dialogia intrínseca do processo” (SPINK, 2013, p. 70). Portanto, por meio das Árvores pretendemos evidenciar reflexões dos alunos em vulnerabilidade social no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática, cuja temática diz respeito à mudança tarifária na conta de água.

Para nossa pesquisa, as árvores de associação de ideias são fundamentadas nos diálogos dos alunos e em outras produções que porventura se fizeram importantes para apresentarmos reflexões sobre a questão que nos propusemos a investigar. Com isso, apresentamos na sequência uma descrição da atividade desenvolvida, bem como as análises realizadas.

DESCRIÇÃO E ANÁLISE DA ATIVIDADE DE MODELAGEM MATEMÁTICA DESENVOLVIDA

A situação-problema planejada pelo professor foi a mudança na forma de cobrança da tarifa de água no estado do Paraná que entraria em vigor em janeiro de 2018. Levando em consideração que muitas das famílias dos alunos em vulnerabilidade social seriam, de certa forma, atingidas pela mudança tarifária, o professor optou por antecipar as discussões que permeavam a situação com o intuito de promover diálogos em busca de uma representação matemática. Para isso, o professor entregou aos alunos uma manchete e tabelas com informações sobre as tarifas encontradas em um jornal regional, para compor a **situação inicial** como apresentadas na figura 2.

Figura 2 - Informações da situação-problema utilizadas no desenvolvimento da atividade

Sanepar inaugura um novo método de composição tarifária para os consumidores que pagam o valor mínimo. A partir de agora, todos os usuários da empresa têm que pagar um valor mínimo de 5 metros cúbicos. (Tribuna Paraná, 24/05/2017).

Tabela 1. Tarifa antes da mudança

RESIDENCIAL	TARIFA NORMAL		
	Até 10 m ³	Excedente a 10m ³	Excedente a 30m ³
ÁGUA Todas as Localidades Operadas	33,74	5,00/m ³	8,63/m ³
Curitiba ESGOTO – 85% ÁGUA E ESGOTO	28,68 62,42	4,30/m ³ 9,38/m ³	7,34/m ³ 15,97/m ³
Demais Localidades ESGOTO – 80% ÁGUA E ESGOTO	26,99 60,73	4,05/m ³ 9,11/m ³	6,90/m ³ 15,53/m ³

Tabela 2. Tarifa após a mudança

	TARIFA RESIDENCIAL NORMAL					
	Até 5 m ³	6 a 10	11 a 15	16 a 20	21 a 30	> 30
ÁGUA Todas as Localidades Operadas	32,90	1,02 /m ³	5,67 /m ³	5,70 /m ³	5,75 /m ³	9,72 /m ³
Curitiba ESGOTO	27,97	0,87 /m ³	4,82 /m ³	4,85 /m ³	4,89 /m ³	8,26 /m ³
Curitiba ÁGUA E ESGOTO	60,67	1,89 /m ³	10,49 /m ³	10,65 /m ³	10,64 /m ³	17,98 /m ³
Demais Localidades ESGOTO	26,32	0,82 /m ³	4,54 /m ³	4,56 /m ³	4,60 /m ³	7,78 /m ³
Demais Localidades ÁGUA E ESGOTO	59,22	1,84 /m ³	10,21 /m ³	10,26 /m ³	10,35 /m ³	17,50 /m ³

Fonte: Adaptado de Tribuna do Paraná e Sanepar, 2017¹.

A partir das informações apresentadas na Figura 2, o professor pediu aos alunos que, em equipe, discutissem os dados apresentados nas manchetes. Assim,

uma interação com a situação problemática foi permeada por tais informações, visto que, mesmo que os alunos não tivessem tido contato com elas anteriormente, foi uma fase de iniciar os entendimentos e procurar indícios para a formulação de um problema. Com vistas a buscar indícios de como a Matemática poderia dar subsídios para que a mudança tarifária, considerando que o reforço em contraturno estava relacionado a essa disciplina, o professor promoveu algumas interações com os alunos, conforme excertos das falas dos alunos do Grupo 1 – Fábio, Laura, Marcos e Rosane – transcritos a seguir:

Prof: Então pessoal, como nós podemos usar a matemática para fazer uma leitura dessa situação?

Laura: Dá pra tirar a diferença, quanto que mudou lá, dá pra sei lá, matemática faz tanta coisa, né?

Fábio: Dá pra tirar a porcentagem do tanto de água que eles estão usando.

Prof: Então, vamos tentar fazer isso?

Laura: A minha ideia é mais fácil que a sua [risos].

Fábio: Qual é a sua?

Laura: Ver a diferença, tipo...

Fábio: Dá pra fazer a comparação disso aqui? [apontando para as colunas das tabelas]

Laura: É, mas no primeiro só tem três quadros, no outro tem seis.

Ao usar a frase na primeira pessoa do plural, o professor sugere aos alunos que vai ajudá-los no encaminhamento da atividade, estabelecendo contato com a equipe, que é a primeira característica do diálogo. As respostas dos alunos na sequência mostram que o convite a trabalhar com a atividade foi aceito. Para Ferruzzi e Almeida (2015, p. 381), “este estabelecimento pode ser observado por meio de: apoio, questões investigativas acompanhadas de retorno, confirmações recíprocas, preocupações com o entendimento do outro, etc.”. E no caso do professor, usar a primeira pessoa do plural e convidá-los a usar a matemática para fazer uma leitura dessa situação.

A partir dos dados apresentados nas tabelas, os alunos percebem e reconhecem o que de matemática pode estar presente, como afirmam Laura – Dá pra tirar a diferença, quanto que mudou lá – e Fábio – Dá pra tirar a porcentagem do tanto de água que eles estão usando. Percebe-se, neste momento, que mesmo que um problema ainda não estava formulado, os alunos buscavam indícios da presença da matemática. Podemos conjecturar que a matematização, ou seja, a transformação dos dados para a linguagem matemática, começava-se a configurar se encaminhando para a dedução de algum modelo matemático.

Quando Laura afirma: - minha ideia é mais fácil -, está se posicionando, defendendo sua ideia sem descartar que a ideia de Fábio, - dá pra tirar a porcentagem -, também é válida, e os dois continuam no diálogo, a fim de fazer uma leitura Matemática da situação. Segundo Ferruzzi e Almeida (2015, p. 382), “posicionar-se [...] não significa tentar convencer o outro de sua posição (até porque um diálogo é permeado de respeito), e sim, estar aberto às outras perspectivas e à reavaliação de seu ponto de vista”.

O que podemos ponderar nesse excerto das discussões é que apresentam características de diálogos, relacionadas ao estabelecer contato, perceber,

reconhecer e posicionar-se como caracterizadas por Alrø e Skovsmose (2010), e estão atrelados dentro do ciclo de modelagem à situação inicial e indícios de formulação de um problema, antecipado por alguma matematização.

Os alunos continuam a conversação com vias a realizar a abordagem matemática da situação e mostram seu posicionamento após concluírem as diferenças como apresentado no excerto do diálogo transcrito a seguir:

Laura: Mas tipo aqui, ele tá gastando menos e tá pagando praticamente o mesmo valor.

Prof: E com isso podemos concluir algo?

Marcos: Que agora tá mais caro?

Fábio: Não, tá mais barato.

Marcos: Não, porque antes eram dez metros cúbicos.

Laura: Não, porque agora, ele só tipo aumentaram os negócios só, porque aqui era só três, agora é mais.

Marcos: Aqui era dez agora é cinco, aqui ele pagou trinta e três reais aqui e ele pagou trinta e dois.

Laura: Então, foi pra seis a onze?

Marcos: Antigamente a pessoa gastava dez metros cúbicos e pagava trinta e três [reais] e hoje em dia gasta cinco metros cúbicos e paga trinta e dois [reais].

Rosane: Em casa a gente pagava sessenta e três reais, certinho, e veio cem reais. Minha avó quase me estrangulou!

Fábio: Tá praticamente o mesmo valor, só que é pela metade. É sim. Olha aqui oh [apontando para as informações na folha de papel], o primeiro por dez metros cúbicos que eles pagavam, eles pagavam trinta e três e setenta e quatro, e no segundo ele tá pagando praticamente o mesmo valor só que tá gastando pela metade, ficou mais caro.

Nesse diálogo evidenciamos que o posicionamento dos colegas à ideia contrária apresentada por Fábio o levou a outra característica que é de reformular. Fábio escuta os argumentos dos colegas e faz uma reflexão sobre os dados encontrados o que, posteriormente, o leva a também concluir que para aquela ocasião a conta de água ficou mais cara. Ferruzzi e Almeida (2015, p. 382), destacam que “para o bom andamento de um diálogo e tentativa de construir uma perspectiva comum, é essencial compartilhar o que se sabe, e, neste sentido, ideias devem ser ouvidas e argumentos analisados”.

Em outro diálogo, cuja transcrição apresentamos a seguir, evidenciamos que a atividade levou os estudantes a refletirem sobre outras coisas, enquanto se posicionavam quanto à mudança na forma de cobrança da tarifa de água:

Rosane: No outro dia passou um tiozinho no jornal da rádio que eu escuto, aí o tiozinho estava reclamando assim, que eles cortaram a metade, mas não cobravam a metade, então o valor da água devia ser a metade. Agora eu entendi o que o tiozinho estava querendo dizer, porque ele estava maior revoltado.

Marcos: Mas antigamente a pessoa pagava trinta e três reais em dez metros cúbicos e hoje ela paga quase o mesmo valor em cinco metros cúbicos. Tipo se ela fosse gastar dez metros cúbicos ela ia pagar setenta reais quase. Ia ser pior ela ia tá perdendo.

Fábio: Nossa "véio", dobraram o preço, imagina se fizessem isso com a gente de verdade.

Rosane: Mas já tá valendo.

Laura: É já tá em vigor isso aí.

Rosane: Desde o mês passado.

Fábio: Mas não sou eu quem pago.

Rosane: É a sua mãe, com o dinheiro que ela paga a mais ela podia te dar alguma coisa.

Laura: Ela podia comprar uma bolacha.

Marcos: Um quilo de carne, um macarrão.

Rosane: Um refri, uma coxinha.

Na fala de Rosane, sobre o que ela escutou na emissora de rádio, fica evidente como a atividade contribuiu para que ela compreendesse uma situação a qual para ela em primeiro momento não fazia sentido, o que corrobora com Barbosa (2003). Para o pesquisador, para a construção de uma sociedade democrática, é necessário que as pessoas sejam capazes de participar de debates públicos com decisões pautadas/ratificadas pela Matemática, características defendidas pela Educação Matemática Crítica.

Como se trata de uma atividade de modelagem matemática, os diálogos também evidenciaram partes do ciclo de modelagem, conforme apresentado na Figura 1. Isso fica evidente no diálogo transcrito a seguir:

Fábio: A gente que tem que criar o que a gente quer saber.

Laura: Mas o que a gente quer saber?

Marcos: Dá para descobrir quanto eles gastam em metros cúbicos.

Fábio: Ou se seria bom ou ruim pra a população, essa mudança.

Laura: Mas pra descobrir o que é bom ou ruim é só olhar, não precisa nem de conta.

Fábio: Mas é bom fazer a conta para expressar para as pessoas.

Marcos: Falar tipo assim, antigamente, a pessoa pagava tanto em um metro cúbico e agora paga tanto. Dá, pra fazer isso, a gente descobre quanto ela pagava aqui em um metro cúbico e aqui também [apontando para as duas tabelas apresentadas nas informações que receberam].

Laura: Com a mudança, ele paga mais, gastando menos.

Marcos: E descobre quanto que se paga a mais.

Fábio: A tabela não é clara!

Prof.: Mas do jeito que vocês escreveram aqui, vocês estão fazendo o quê?

Laura: Especificando o que esses números querem dizer!

Marcos: Em vez de vir marcado assim, podia fazer o valor em reais, tipo de treze metros cúbico, dá quanto em reais?

Diante da proposta de Marcos – Dá para descobrir quanto eles gastam em metros cúbicos – Fábio apresenta uma contrapartida com o intuito de reformular o que foi proposto – Ou se seria bom ou ruim pra a população, essa mudança – posicionando-se. Laura, então desafia a reformulação de Fábio – Mas pra descobrir o que é bom ou ruim é só olhar, não precisa nem de conta – que se posiciona

destacando uma forma de apresentar os valores para a população – [...] fazer a conta para expressar para as pessoas.

Neste excerto do diálogo, evidenciamos que a partir de uma situação-problema, os alunos se inteiram dela com o intuito de formular um problema a ser investigado, quando eles decidem que devem fazer algo para mostrar para a população como ficou a mudança. Com essa intenção, argumentam que as tabelas apresentadas pelo serviço de água e esgoto do Paraná não são claras e optam por especificar o valor a ser pago para cada metro cúbico. Constitui-se, neste momento, a **formulação de um problema** a ser investigado. Realizar procedimentos matemáticos antes mesmo de formular um problema mostra a dinamicidade de uma atividade de modelagem e ações de idas e voltas no ciclo de modelagem.

Para dar encaminhamentos a uma solução para o problema – Apresentar uma tabela da cobrança tarifária de água para a população para que esta perceba a mudança – sob a orientação do professor, os alunos realizam os cálculos e constroem um quadro com os valores em reais para cada metro cúbico gasto, ou seja, um **modelo matemático** que descreve a situação investigada, como mostra a Figura 3, de maneira a ficar clara a informação para a população. O modelo matemático, neste caso, é o quadro que apresenta uma estrutura matemática sob a ótica dos alunos que estão investigando a situação.

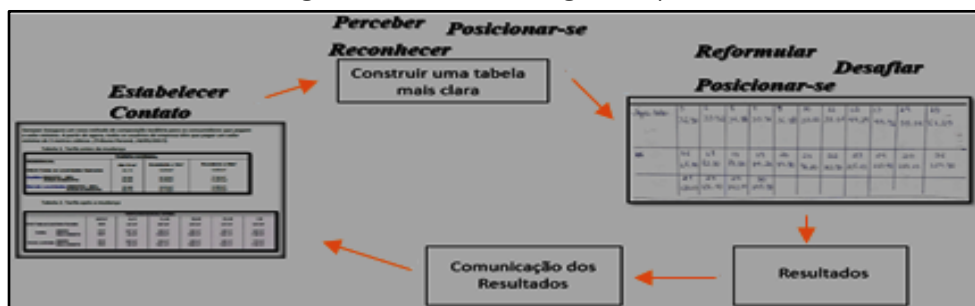
Figura 3 - Modelo matemático do Grupo 1

Água, dados	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
	32,30	33,92	34,98	35,96	36,98	38,00	38,57	44,29	49,91	55,58	61,25
16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	
	67,30	72,80	78,50	84,20	89,90	96,16	101,90	107,65	113,40	119,15	124,90
27	28	29	30								
	130,69	136,40	142,10	147,90							

Fonte: Relatório dos alunos (2017).

No desenvolvimento da atividade de modelagem matemática percebemos que se evidenciam qualidades dos diálogos em cada fase da modelagem. A Figura 4 mostra o ciclo de modelagem da atividade desenvolvida pelo Grupo 1, e em cada fase colocamos as qualidades de diálogo que se fizeram presentes; na fase de comunicação dos resultados não houve a exposição das ideias que desencadearam o modelo final.

Figura 4 - Ciclo de Modelagem Grupo 1



Fonte: Autoria própria (2018).

O Grupo 2 com 7 alunos – Ana, Beatriz, Francisco, Felipe, Heloísa, Renata e Vinícius –, também tomando como **situação inicial** a informação da Figura 2, desenvolveu a atividade. A seguir, a transcrição dos excertos dos diálogos apresenta o encaminhamento inicial dos integrantes do grupo:

Prof.: A partir dessas tabelas e da reportagem como nós podemos usar a matemática, para fazer uma leitura disso?

Francisco: Que essa aqui é pior, porque vai gastar mais.

Heloísa: Nessa aumentou tudo.

Francisco: Sei lá, não tô entendendo as tabelas, tipo... Porque a 10m^3 vai pagar? Mas professor, não tô entendendo onde a gente pode chegar?

Prof.: Com essas informações, o que podemos pensar utilizando matemática?

Francisco: Que é inversamente proporcional.

Prof.: Quem é inversamente proporcional?

Francisco: A conta, quanto mais a gente gasta, mais a gente paga.

Nesse excerto o professor inicia o diálogo fazendo uma pergunta de modo que expresse que ele também irá ajudar no desenvolvimento da atividade, deixando evidente uma característica do diálogo que é promover a igualdade. Ferruzzi e Almeida (2015, p. 381), pontuam que “promover a igualdade, refere-se a relacionamento interpessoal”, ou seja, os alunos sabem que podem contar com o professor e isso se mostra na sequência quando os alunos continuam utilizando as frases, inclusive as interrogativas na primeira pessoa do plural, o que também configura a qualidade de diálogo de estabelecer contato.

O que podemos evidenciar é que Francisco já tende a resolver a situação problemática, destacando - Que essa aqui é pior, porque vai gastar mais -, ao mesmo tempo que assume: - Mas professor, não tô entendendo onde a gente pode chegar? -. De antemão, implementar o desenvolvimento de uma atividade de modelagem exige que os alunos saiam de sua zona de conforto e se coloquem como centrais no encaminhamento. Todavia, o papel de professor passa a ser o de orientador, que “é indicar caminhos, é fazer perguntas, é não aceitar o que não está bom, é sugerir procedimentos” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 24).

De posse das informações apresentadas em tabelas e percebendo que os alunos têm dificuldades em fazer uma interpretação matemática coerente com a situação estudada, o professor esclarece o que são grandezas inversamente e diretamente proporcionais, e continua auxiliando os alunos a problematizarem a situação, conforme a transcrição a seguir:

Prof: Mas quando as duas coisas estão aumentando, então são diretamente proporcionais, inversamente é quando uma aumenta e outra diminui, quanto mais gasta, mais paga, então quem depende de que por exemplo? As duas coisas são independentes?

Francisco: Não.

Prof: Quem depende de quem?

Francisco: O valor que vai pagar depende do valor que você gasta.

Prof: Nós temos uma notícia aqui, é algo que está acontecendo na nossa vida, essa tabela eu peguei do site da SANEPAR, e isso pode influenciar a nossa

vida? Francisco, por que você falou que estava com dificuldade de entender como funcionava a tabela?

Francisco: Tá errado, tem que fazer certinho. Tinha que fazer uma tabela direitinho.

Prof: Então bora fazer essa tabela.

Francisco: Então tá bom, vou mostrar pra essa SANEPAR que o bagulho aqui é doido.

Heloísa: Mas como?

Francisco: Tem as diferenças aqui.

Heloísa: Hum.

Francisco: Tem a nova e a velha, vamos fazer dessa aqui.

Em uma atividade de modelagem matemática podem-se se emergir conteúdos matemáticos dos quais os alunos não tenham conhecimento, bem como aqueles que precisam ser ressignificados. Com isso, faz-se necessário destacar que o papel do professor orientador é aquele que não aceita o que não está bom, bem como entender que “orientar não é sinalizar que ‘vale tudo’” (ALMEIDA; SILVA; VERTUNAN, 2012, p. 24).

Nesta parte, que caracteriza a fase de **formulação do problema** – Tinha que fazer uma tabela direitinho –, evidencia-se a qualidade de diálogo de reconhecer. De acordo com Ferruzzi e Almeida (2015, p. 382), “o professor, como participante do diálogo, pode auxiliar em questões do tipo ‘por quê’, conduzindo-o a delinear suas ideias matemáticas”. Quando o professor pergunta: "Francisco, por que você falou que estava com dificuldade de entender como funcionava a tabela?", a resposta de Francisco já dá indícios de como ele irá proceder para resolver o problema da dificuldade de entender, ou seja, dizendo que irá construir uma tabela – direitinho -.

Na busca, por encontrar uma maneira mais evidente de compreender os dados da tabela e, com isso, apresentar uma solução para o problema, os alunos continuam o diálogo, como segue:

Francisco: Professor, aqui é tipo olha aqui. Eu ia fazer a multiplicação pra saber quanto que é, só 5 e daí em vez de pôr isso aqui eu pôr o valor que eu vou pagar, excedendo a 10.

Prof: Por exemplo, 12m³ paga tanto, 15m³ paga tanto?

Francisco: É, mas nossa, mas água é cara heim? Tem um monte de rio aí.

Prof: É cara a água?

Francisco: É ué.

Heloísa: É caro e a luz é mais caro ainda.

Vinícius: É caro tem um monte de gente que deixa cortar a água.

Francisco: É que eu não fazia ideia de 10m³, é bastante. Quanto gasta uma casa?

Heloísa: A hora que eu tô no banho, eu tô sentindo culpada quando fico lá meia hora.

Prof: Então o que essa informação está fazendo a gente pensar?

Francisco: Que vai gastar bastante água.

Heloísa: Água é caro. E a gente desperdiça.

Francisco: Aí mano. Nós tínhamos que saber mais ou menos quanto gasta na sua casa, na dela e na dela e na minha, aí tirava uma média.

Vinícius: Mas como a gente vai saber?

Francisco: Depende das pessoas que moram na casa, na sua casa tem quantas pessoas?

No diálogo acima quando os alunos dizem, - mas nossa, mas é caro água hein?-, - É caro tem um monte de gente que deixa cortar a água -, - Água é caro. E a gente desperdiça -, - A hora que eu tô no banho, eu tô sentindo culpada quando fico lá meia hora -. Evidencia-se a característica de diálogo, pensar alto. Para Alrø e Skovsmose (2010, p. 113), “pensar alto significa expressar pensamentos, ideias e sentimentos” e ainda, “algumas questões hipotéticas costumam surgir no pensar alto e estimulam a investigação”, essas questões hipotéticas surgem quando Francisco sugere: Nós tínhamos que saber mais ou menos quanto gasta na sua casa, na dela e na dela e na minha, aí tirava uma média.

Na sequência do diálogo, quando Vinícius diz, - Mas como a gente vai saber? - apresenta-se a qualidade de desafiar, querendo saber mais sobre como investigar a situação. Com isso, os alunos buscam estratégias para resolver o problema no intuito de matematizar e deduzir um **modelo matemático**.

Para dar continuidade, o diálogo segue, conforme transcrição:

Francisco: Faz de conta se você gastasse 10, eu gastasse 5 e ela gastasse 5 e ela gastasse 10 a nossa média ia ser 30, 30 dividido por 4.

Heloísa: Num dá exato.

Francisco: A nossa média vai ser 7,5 mais ou menos.

Prof: Então como está aqui?

Heloísa: A gente tá discutindo quanto que gasta em casa.

Francisco: Sabe o quanto uma casa com 3 pessoas gasta, uma casa com 5, uma casa com 10. Aí vamos perguntar em casa quanto que gasta de água, e ela na dela.

Francisco: Pegar a conta em casa e fazer a média, é assim que faz média né, se tem 5 pessoas e gasta 5 cada uma gasta 1. Porque a tabela tá errada.

Prof: A tabela tá errada?

Francisco: Tá confusa. Vamos fazer uma tabela mais clara. Professor se eu gastei 3 m³ vou pagar 33, se eu gastei 11 eu vou pagar... é isso que tá errado, aqui devia ter o valor e não o m³.

Prof: Então agora a gente tem um problema, para resolvermos usando a matemática.

Francisco: Esse aqui é o valor!

Renata: Esse aqui é o valor de 10m, 5,06 não é medida é valor.

Francisco: Agora tudo faz sentido! Então vai assim até 30, depois muda.

O diálogo apresenta a ligação que os alunos estão fazendo entre a atividade e sua vida cotidiana, pois, querem usar as informações de quanto gastam de água em suas casas para conseguir verificar como a mudança influenciou suas vidas. Fica evidente também que para Francisco a tabela não está correta, pois, diz, - Tá confusa. Vamos fazer uma tabela mais clara. [...] é isso que tá errado, aqui devia ter o valor e não o m³-. O que com a intervenção do professor os conduz ao

problema a ser matematizado, ou seja, tornar mais clara a informação, dando sequência ao Ciclo de Modelagem Matemática (Figura 1).

A exclamação de Francisco, - Agora tudo faz sentido! -, após Renata mostrar um determinado valor na tabela, traz à tona a qualidade perceber, isto é, tomar consciência do que ainda não se sabe e corrobora com Almeida e Dias (2004) que dizem que, em sala de aula, atividades de modelagem podem ser vistas como essencialmente cooperativas, em que a cooperação e a interação entre alunos/alunos e professor/alunos têm papel importante na construção do conhecimento. Esse entendimento está em consonância com o que apontam Ferruzzi e Almeida (2015):

as ações dos alunos não são exclusivas de atividades interativas, porém, a diferença reside no fato que, em interação, estas ações são, muitas vezes explicitadas para o outro, atuando como auxiliadoras e, ao mesmo tempo atuando como reorganizadoras do pensamento, promovendo a estruturação e novas aprendizagens (FERRUZZI; ALMEIDA, 2015, p. 392).

Outras inquietações sobre a análise da nova tabela tarifária se fizeram presentes nos diálogos que emergiram no decorrer da atividade:

Prof: Mas isso é aqui na primeira, como cobrava antes e agora, na nova?

Leticia: Foi pra 5 metros [cúbicos].

Francisco: Pra quem gasta menos de 5 ficou pior, mas pra quem gasta mais ficou melhor porque só vai aumentar 1.

Prof: Então vamos pensar, em um número que entre dois intervalos... O que é um intervalo?

Renata: É o da escola de 10 a 10:20.

Francisco: O que tá no meio.

Prof: Como estão os intervalos aqui na tabela.

Renata: Na primeira tem 3.

Heloísa: Na outra tem 6.

Prof: E essa mudança de intervalo, muda alguma coisa?

Francisco: 6 vai pagar 33.

Prof: 33,92.

Francisco: Exatamente, quem gastou 7, 34. Porque de 6 a 10 só vai aumentar 1, ser adulto é tenso, morar sozinho e pagar conta de água, como você vai, e se ninguém nunca te ensinou isso aqui como você vai entender uma coisa dessas.

Francisco: Quando você vai lá na SANEPAR eles te ensinam.

Prof: Esses dados estão disponíveis no site, não sei se for lá alguém vai ensinar.

Quando Francisco compreende como a mudança ocorreu ele diz, - ser adulto é tenso, morar sozinho e pagar conta de água, como você vai, e se ninguém nunca te ensinou isso aqui como você vai entender uma coisa dessas -. Esta frase está diretamente ligada ao conceito de *Foreground*, definido por Skovsmose (2012, p. 235), "o envolvimento dos estudantes na aprendizagem está baseado fortemente no significado que eles atribuem à aprendizagem com respeito a sua vida futura".

O próximo excerto mostra o desfecho do diálogo e os alunos encaminham para fase de dedução do *modelo matemático* (Figura 5).

Francisco: A cada m^3 aumenta 1,2, é igual a matéria que tava estudando, do táxi lá na escola.

Prof: Então o que você relacionava nesse problema?

Francisco: O que tem, mais o que aumenta.

Prof: Mas isso vai ser até o fim?

Francisco: Não, até aqui, depois muda.

Francisco: Todo mundo que usa a água da SANEPAR vai pagar 32,90, todo mundo, não interessa quanto você gastar, tipo se você gasta até 5 você vai pagar só 32,9, se você gastar 6 você vai pagar 1,02 a mais por m^3 que vai gastar.

Heloísa: Por que você excedeu o limite?

Francisco: É, até 10, passou de 10 você vai fazer a mesma coisa com o outro valor.

Renata: Era só isso?

Francisco: É, eu liguei a torneira já gastei 32.

Renata: Ok.

Francisco: Daí tipo eu gastei até 5 vou continuar gastando 32, só que daí eu gastei 6 e a cada 1 a mais que eu gastar.

Renata: Ah, daí é só acrescentar mais isso, isso mais isso.

Francisco: Assim, se eu gastar 2 é 2 desses, se eu gastar 3 até 10.

Renata: É só somar.

Na fase de construção do **modelo matemático**, quando Francisco diz - é igual a matéria que tava estudando, do táxi lá na escola -, caracteriza a qualidade de diálogo reconhecer. Reconhecer para Alrø e Skovmose (2010, p. 110) “é necessário para que se dê sentido às atividades e aos cálculos subsequentes”. Francisco ainda usa a tabela da situação inicial para avaliar essa ideia, que seguida da pergunta de Heloísa evidencia a qualidade de diálogo avaliar.

Nesse mesmo excerto vemos a qualidade desafiar quando Renata diz a Francisco, - era só isso? -, e Francisco que estava explicando seu entendimento e trazendo à tona a qualidade de diálogo posicionar-se.

A Figura 5 mostra o **modelo matemático** feito pelo grupo de Francisco, onde colocaram para cada intervalo da tabela uma expressão matemática que representa o valor a pagar e quantidade de m^3 de água, representado pelo “*”.

Figura 5 - Modelo Matemático Grupo 2

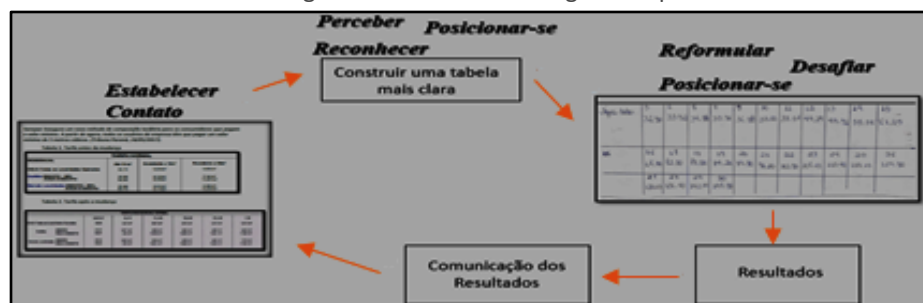
$6 \text{ a } 10 = 32,90 + 1,00 \cdot *$	$5 \text{ m}^3 = 32,90$
$11 \text{ a } 15 = 32,90 + 5,67 \cdot *$	$6 \text{ a } 10 = 32,90 + 1,02 \cdot *$
$16 \text{ a } 20 = 32,90 + 5,70 \cdot *$	$11 \text{ a } 15 = 32,90 + 5,67 \cdot *$
$21 \text{ a } 25 = 32,90 + 5,75 \cdot *$	$16 \text{ a } 20 = 32,90 + 5,70 \cdot *$
$30 + = 32,90 + 9,72 \cdot *$	

Fonte: Relatório dos alunos (2017).

Para sintetizar como as qualidades de diálogo se apresentaram em cada fase do ciclo de modelagem matemática, apresentamos na Figura 6, o ciclo de

modelagem matemática da atividade do grupo 2, na fase de comunicação dos resultados não houve a exposição das ideias que desencadearam o modelo final.

Figura 6 - Ciclo de Modelagem Grupo 2



Fonte: Autoria própria (2017).

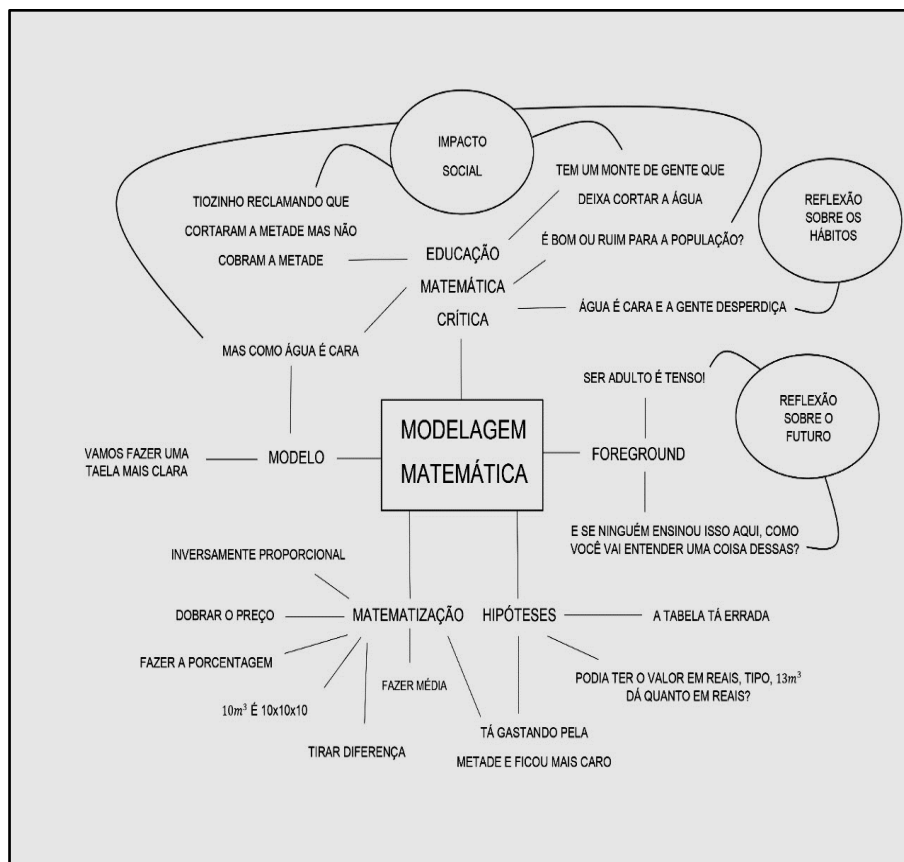
Ao desenvolver a atividade, os estudantes se depararam com a necessidade de fazer uma nova leitura sobre o fato da alteração da cobrança da tarifa de água. O que estão realizando são reflexões de como a Matemática se faz presente no dia a dia e aplicam noções Matemáticas em diferentes contextos.

De posse das análises que realizamos a partir dos diálogos, conexões entre conceitos matemáticos e Educação Matemática Crítica puderam ser evidenciadas com a construção de uma Árvore de Associação de Ideias. A Modelagem Matemática é o caule que sustenta os galhos, ou seja, as ideias evidenciadas nos diálogos dos alunos, que se desdobram em conceitos matemáticos, pressupostos da Educação Matemática Crítica e fases da Modelagem Matemática.

A Modelagem Matemática foi nossa escolha para ensinar Matemática, e na interface entre Modelagem Matemática e Matemática temos a Educação Matemática Crítica, sendo assim temos ideias que pertencem a apenas umas das áreas e ideias que se conectam pois remetem a mais de uma área. Porém, são as ideias conectadas à Educação Matemática Crítica que mostram as reflexões feitas pelos alunos no desenvolvimento da atividade.

Das reflexões evidenciamos três aspectos: Impacto Social, Reflexões sobre os hábitos e reflexões sobre o futuro (Figura 7).

Figura 7 - Árvores de Associação de Ideias



Fonte: Autoria própria (2021).

Ao entenderem que a mudança tarifária pode não ser benéfica, que a água é um recurso caro e por isso existem pessoas que têm os serviços de distribuição de água cortados, percebe-se que a mudança pode trazer Impacto Social, e em outros momentos ou situações semelhantes os alunos podem se lembrar que mudanças têm influência direta sobre suas vidas e da sociedade.

A Reflexão sobre o Futuro pode contribuir para que os alunos desenvolvam o costume de se planejar sobre o que pode acontecer com as decisões tomadas no presente, valorizando o que aprendem.

A Reflexão sobre os Hábitos mostra a importância que a atividade tem para gerar um movimento imediato nas ações dos estudantes frente a atividade desenvolvida, quando dizem que água é cara e a gente desperdiça, vemos que a atividade pode trazer uma mudança imediata em hábitos simples do dia a dia dos estudantes, como tomar um banho rápido ou fechar a torneira enquanto lava as mãos.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

No desenvolvimento da atividade, ideias associadas à Educação Matemática Crítica foram emergindo dos diálogos, como a preocupação em ser adulto, o valor da água, a necessidade de estudar esses assuntos, entre outras. Essas ideias são reflexões proporcionadas pela atividade. A realização de atividades que

proporcionem reflexões sobre o papel da Matemática em determinados contextos é uma característica da Educação Matemática Crítica. Os alunos levantaram questões econômicas e como isso poderia afetar no dia a dia das pessoas e até mesmo na vida futura deles mesmos. Assim os estudantes pensaram na importância de se compreender a situação, sustentando a construção do modelo matemático na importância de trazer clareza à situação estudada.

As reflexões que emergiram no desenvolvimento da atividade estão em consonância com Silva e Silva (2019, p. 98), que destacam que “quando o estudante é capaz de criticamente compreender assuntos que envolvem Matemática e agir baseado em resultados obtidos por meio da Matemática, é possível dizer que ele está inserido de maneira plena na sociedade”.

A atividade de modelagem desenvolvida fomentou discussões que extrapolam o campo da Matemática, perpassa a sociedade e as experiências pessoais dos alunos, possibilitando contribuições para o desenvolvimento de conhecimento matemático e para a cidadania.

Por fim, a atividade desenvolvida proporcionou aos alunos discutir sobre uma questão de impacto social, essas discussões podem contribuir para que possam olhar além da realidade de vulnerabilidade social em que se encontram, fazendo com que estabeleçam conexões com seu cotidiano.

Dialogues in mathematical modeling activities: an analysis in the light of critical mathematics education

ABSTRACT

This paper presents the results of a research whose objective is to show that reflections arise in the students' dialogues in a mathematical modeling activity from the perspective of Critical Mathematics Education. For that, it is based on the theoretical contributions of Mathematical Modeling understood as a pedagogical alternative and in the dialogues as characterized in Critical Mathematics Education. The data that support the reflections come from written records and audio and video recordings of students in social vulnerability who participated in math reinforcement classes against shift school in a project of a non-profit institution located in Paraná. Based on a qualitative analysis, the Tree of Association of Ideas was used, which makes it possible to show that, in the face of a Mathematical Modeling activity, students present actions that first put them in check regarding what they intend to study so that, with the teacher supervision, define a problem and establish action strategies. In addition to mathematical reflections, as expected in a modeling activity, aspects related to the reflection on life habits, the future and the social impact were highlighted in the dialogues related to the subject studied - the tariff change in the water bill.

KEYWORDS: Mathematical Education. Critical Mathematics Education. Dialogues. Tree of Association of Ideas.

NOTAS

1. TRIBUNA DO PARANÁ. Conta de água vai ficar mais cara em junho. Disponível em: <http://www.tribunapr.com.br/noticias/curitiba-regiao/conta-de-agua-vai-ficar-mais-cara-em-junho/> Acesso em: 02 jul. 2017. SANEPAR. Nossas tarifas. Disponível em: <http://site.sanepar.com.br/clientes/nossas-tarifas>. Acesso em: 02 jul. 2017.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L. M. W.; DIAS, M. R. Um estudo sobre o uso da modelagem matemática como estratégia de ensino e aprendizagem. **Bolema**, ano 17, n. 22, p. 19-36, 2004.

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. A. P. Semiótica e as ações cognitivas dos alunos em atividades de Modelagem Matemática: um olhar sobre os modos de inferência. **Ciência & Educação**, v. 18, n. 3, p. 623-642, 2012.

ALMEIDA, L. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Contexto 2012.

ALRØ, H., SKOVSMOSE, O. **Diálogo e Aprendizagem em Educação Matemática**. Belo Horizonte, Autêntica, 2010.

ARAÚJO, J. L. Uma abordagem sócio-crítica da modelagem matemática: a perspectiva da educação matemática crítica. **Alexandria Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v. 2, n. 2, p. 55-68, jul. 2009.

ARAÚJO, J. L.; MARTINS, D. A. A oficina de modelagem #OcupalCEx: Empoderamento por meio da matemática. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v. 6, n. 12, p. 109-129, jul-dez., 2017.

BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática e a Perspectiva sócio-crítica. In: Seminário Internacional de Pesquisas em Educação Matemática, 2, 2003, Santos, SP. **Anais...** Santos, SP: SBM, 2003. p. 1-13.

BARBOSA, J. C. Mathematical Modelling in classroom: a critical and discursive perspective. **Zentralblatt für Didaktik der Mathematik – ZDM – The International Journal on Mathematics Education**, v. 38, n. 3, p. 293-301, 2006.

BORBA, M. C.; SKOVSMOSE, O. A ideologia da certeza em educação matemática. In: SKOVSMOSE, O. **Educação matemática crítica: a questão da democracia**. Campinas, SP: Papyrus, 2001. p. 127-148.

BRASIL, Ministério do Desenvolvimento Social e Combate a Fome. **Política Nacional de Assistência Social**. Brasília. 2004.

FERRUZZI, E. C.; ALMEIDA, M. L. W. Diálogos em modelagem matemática. **Ciência & Educação**, v. 21, n. 2, p. 377-394, 2015.

KAISER, G.; SRIRAMAN, B. A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. **The International Journal on Mathematics Education**, v. 38, n. 3, p. 302-310, 2006.

SILVA, C. L. A.; GODOY, E. V. Tendências em educação matemática que privilegiam as dimensões sociais, cultural e política da matemática escolar. **REnCiMa**, Edição Especial: Educação Matemática, v. 7, n. 4, p. 128-148, 2016.

SILVA, R. M.; SILVA, K. A. P. Atividade de modelagem matemática com alunos em vulnerabilidade social: uma análise a partir dos diálogos. **Educação Matemática em Revista**, v. 24, n. 64, p. 88-100, 2019.

SKOVSMOSE, O. Cenários para Investigação. **Bolema**, n. 14, p. 66-91, 2000.

SKOVSMOSE, O. **Educação Crítica**: incerteza, matemática, responsabilidade. São Paulo: Cortez, 2007.

SKOVSMOSE, O. **Educação Matemática Crítica**: a questão da democracia. Campinas, SP: Papirus, 2001.

SKOVSMOSE, O. O que poderia significar a educação matemática para diferentes grupos de estudantes? **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v. 6, n. 12, p. 109-129, jul-dez., 2017.

SOARES, D. S.; VIER, G. Os diálogos em um ambiente de análise de modelos e tecnologias: queda de um objeto com resistência do ar. **Educere Et Educare**, v. 12, n. 24, jan/abr – 2017.

SOUZA, J. F.; MENDONÇA, L. O.; AMARAL, L. H. Desenvolvendo competências para lidar com as finanças pessoais: Contribuições de um ambiente de modelagem matemática. **REnCiMa**, v. 6, n. 2, p. 37-53, 2015.

SPINK, M. J. **Práticas discursivas e produção de sentidos no cotidiano**. Rio de Janeiro: Ed Virtual, 2013.

STILLMAN, G. A.; BROWN, J. P.; GEIGER, V. Facilitating Mathematisation in Modelling by Beginning Modellers in Secondary School. In: STILLMAN, G. A.; BLUM, W.; BIEMBENGUT, M. S. (Eds.). **Mathematical modelling in education research and practice**: Cultural, social and cognitive influences. Cham, Switzerland: Springer, p. 93–104, 2015.

Recebido: 06 jul. 2020

Aprovado: 15 jul. 2021

DOI: 10.3895/actio.v6n2.14137

Como citar:

SILVA, R. M. da.; SILVA, K. A. P. da. Diálogos em atividades de modelagem matemática: uma análise à luz da educação matemática crítica. **ACTIO**, Curitiba, v. 6, n. 2, p. 1-22, mai./ago. 2021. Disponível em: <<https://periodicos.utfr.edu.br/actio>>. Acesso em: XXX

Correspondência:

Rafael Machado da Silva

Rua Estados Unidos, n. 2008, Jardim Casa Grande, Apucarana, Paraná, Brasil.

Direito autoral: Este artigo está licenciado sob os termos da Licença Creative Commons-Atribuição 4.0 Internacional.

