

Os conceitos de infinito atual e infinito potencial em revistas brasileiras

RESUMO

Este artigo é resultado de uma pesquisa que, em parte, investigou a diferenciação dos conceitos de infinito potencial e infinito atual. O conceito de infinito permeia a história da matemática, assumindo duas concepções, são elas: infinito potencial e infinito atual (ou infinito real). Considerando a relevância do estudo do conceito de infinito na matemática, neste estudo, pesquisamos como esses conceitos são abordados nas revistas brasileiras, ou seja, o objetivo neste trabalho é investigar abordagens relacionadas ao conceito de infinito em revistas brasileiras, além disso, apresentamos uma síntese histórica e epistemológica destes conceitos, buscando, a partir disso, fazer uma diferenciação entre eles. Para esse trabalho, foram investigados artigos científicos entre o intervalo de 2009 a 2018, em periódicos online brasileiros das áreas de ensino e educação, qualificados pela CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) com os extratos A1 a B5. Como recorte metodológico, foi pesquisado nos periódicos pelas palavras: infinito, infinito atual, infinito potencial, Georg Cantor e epistemologia do infinito. Em uma primeira etapa de investigação, foram selecionados dez artigos que, em uma segunda filtragem, após leitura mais qualificada, resultou em oito artigos selecionados. Com base nos objetivos dos artigos selecionados, elaboramos Unidades Temáticas de Contexto que se constituíram em duas: ensino-Aprendizagem do conceito de infinito na matemática; e Abordagens acerca da natureza do infinito.

PALAVRAS-CHAVE: Epistemologia. Infinito Potencial. Infinito Atual.

Fernanda Kelly da Silva Siqueira
ferkellysilva@hotmail.com
orcid.org/0000-0003-1656-6087
Universidade Estadual do Paraná
(UNESPAR), Campo Mourão, Paraná,
Brasil

João Henrique Lorin
joaohenrique.lorin@unespar.edu.br
orcid.org/0000-0002-4370-5858
Universidade Estadual do Paraná
(UNESPAR), Campo Mourão, Paraná,
Brasil

INTRODUÇÃO

Infinito... Em quais representações mentais esta palavra nos induz? Em números enormes? Algo imensurável? O amor divino? Um universo sem fim? O fato é que estas representações se baseiam numa concepção de infinito que “nunca acaba” ou “não tem fim”. Não por acaso, essas noções pertencem à concepção de um dos conceitos de infinito que iremos tratar aqui, o infinito potencial. Entretanto, esta não é a única forma de infinito aceito hoje na matemática, e essa evolução possui uma história de conflitos e obstáculos.

O conceito de infinito sempre foi objeto de questionamento para a mente humana, principalmente entre os matemáticos, filósofos, poetas, físicos e teólogos. Esses questionamentos não são novos, e conseguimos encontrar discussões acerca do infinito desde civilizações antigas como, por exemplo, a egípcia e a babilônica. De acordo com os estudos desenvolvidos por Morris, o autor afirma que

A história do Infinito, ou seja, a história do conceito de Infinito, não é somente uma história da Matemática; é antes uma história da evolução do pensamento científico e de como é possível se pensar em algo que transcende qualquer possibilidade de compreensão (MORRIS, 2003, p. 10).

Nossa discussão será direcionada para o infinito na matemática; para a constituição dos conceitos de infinito atual e potencial; e as abordagens destes conceitos em revistas brasileiras. Nesse sentido, apresentaremos num primeiro momento, uma discussão acerca da natureza do infinito, para isso, desenvolveremos um estudo histórico-epistemológico para identificar e descrever a mudança desses conceitos. Descrevemos a história desses conceitos, desde os pré-socráticos que tinham a necessidade de pensar sobre a natureza dos entes matemáticos, dos números irracionais no século VI a. C., até Cantor e sua teoria dos conjuntos no século XIX.

Num segundo momento, apresentamos nossa coleta e análise dos dados com o intuito de investigar a produção científica a respeito da diferenciação dos conceitos de infinito atual e infinito potencial, num período de dez anos em periódicos brasileiros. Acreditamos que esta investigação por meio de um levantamento quantitativo e qualitativo dos textos poderá contribuir no delineamento de um panorama das discussões acerca do conceito de infinito.

RECORTE HISTÓRICO DO CONCEITO DE INFINITO

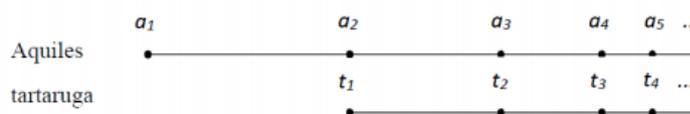
As primeiras discussões em torno do infinito aparecem na antiguidade grega entre os pré-socráticos, Machado (2013, p. 285) afirma que “era conhecido como o apeíron: aquilo que não apresenta forma ou limite, logo, o que não tem começo e nem fim, em oposição a tudo que é limitado (péras)”. Desta definição temos que o infinito era considerado como algo ilimitado. Porém essa definição permaneceu por bastante tempo, chegando até as escolas de Pitágoras (582-500 a. C) e o de Parmênides (515-450 a. C).

Da escola de Parmênides, destacamos seu discípulo Zenão de Eleia. Nas primeiras tentativas de entender o infinito, a matemática e a filosofia foram levadas a paradoxos, segundo Lorin & Nogueira (2015, p. 124), “Zenão,

objetivando mostrar aos matemáticos da época as incoerências decorrentes da tentativa de se completar grandezas contínuas com um número infinito de pequenas partículas, apresentou alguns paradoxos”. Esses paradoxos permitiam antagonismos lógicos da consideração do infinito, com isso, “contribuiu para que emergisse uma tendência no cenário filosófico grego a fugir de uma abordagem quantitativa do infinito, eliminando-o sistematicamente dos raciocínios matemáticos” (CARAÇA, 1975, p. 197).

O paradoxo mais conhecido de Zenão, segundo Aczel (2003), é o de Aquiles e a tartaruga. Zenão narra uma hipotética corrida disputada pelo herói grego e uma tartaruga. Como a velocidade do mítico Aquiles é muito maior que a da lenta tartaruga, essa recebe uma vantagem, começando a corrida alguns metros à frente da linha de largada de Aquiles. Zenão concluiu que Aquiles, por maior que seja o tempo da prova, jamais ultrapassaria a tartaruga, pois se começasse em uma posição a_1 e a tartaruga em t_1 , quando ele atingisse o ponto $a_2 = t_1$ a tartaruga estaria em t_2 , quando ele atingisse o ponto $a_3 = t_2$ a tartaruga estaria em t_2 , e este processo continuaria indefinidamente, como na Figura 1 e, dessa forma, a tartaruga estaria sempre à frente.

Figura 1 – Posições relativas de Aquiles e a tartaruga durante a corrida



Fonte: (STEWART, 2006, p. 6).

O infinito se estabelece como uma categoria filosófica na obra de Aristóteles (384-322 a. C.), mas não ainda como um objeto matemático, Aristóteles admitiu a possibilidade de se descrever o infinito de dois modos, em ato e em processo, porém para ele o infinito não possui uma “existência física”, mas uma realidade matemática, assim, considera que uma sucessão pode ser aumentada diversas vezes por adições ou multiplicações sucessivas, ou diminuída quantas vezes possa por divisões sucessivas (infinito potencial); o que é totalmente diferente da consideração de uma totalidade formada por infinitas partes (um infinito atual) (LORIN, 2018).

Assim, seja por redução (divisão), seja por adição, o infinito existe apenas potencialmente. Contudo, findo em algum momento arbitrário o processo de adição ou de divisão, o que se obtém, de fato, como objeto atualizado por esse processo, é sempre uma magnitude finita, nunca infinita. Isto é, seja in concreto, seja in abstracto, o infinito atual não existe para Aristóteles. (SANTOS, 2008, p. 62).

A concepção de Aristóteles a respeito do infinito na matemática permanece na Idade Média, em que a ideia de infinito atual é considerada, porém sob a forma de um poder absoluto, atributo ou essência apenas de Deus, representando o distanciamento do plano divino com o plano humano. Segundo Machado (2013) os maiores representantes dessa concepção foram Santo Agostinho (354-430) e São Tomás de Aquino (1225-1274).

Nos séculos XVI e XVII, questionamentos acerca das concepções aristotélicas deram-se em um cenário de profundas mudanças sociais, culturais, políticas e

econômicas, resultando, na necessidade de cálculos mais precisos, na matemática com uma crescente autonomia de simbolismo e novas concepções de número provenientes do desenvolvimento da álgebra (MACHADO, 2013).

Foi no século XVII que Isaac Newton (1643-1727) e Gottfried Leibniz (1646-1716) desenvolveram simultânea e independentemente suas versões sobre o cálculo infinitesimal, porém, ambos não souberam definir o que eram exatamente estas quantidades infinitamente pequenas. Quase um século depois, por decorrência deste fato, Augustin-Louis Cauchy (1789-1857), eliminou o conceito de infinitésimo, substituindo-o pela ideia de limite. Entretanto, ao mesmo tempo em que os limites resolveram o problema dos infinitesimais, trouxe dúvidas sobre a natureza dos números irracionais e dos números reais, precisando então retomar as discussões a respeito do infinito (MACHADO, 2013).

A tradição filosófica de tratar o infinito pela concepção aristotélica do ser em potencial começa a ser rompida. Segundo (Moreno; Waldegg, 1991), foi necessário admitir o infinito enquanto adjetivo para que o infinito atual pudesse ser constituído. Entretanto fez-se necessário que novos objetos (conceituais) fossem concebidos e estes são os conjuntos (LORIN, 2018, p. 44).

O infinito ganha uma nova história com Bernhard Bolzano (1781-1848), ao defender o infinito atual em Paradoxos do infinito (1851).

Na visão de Bolzano, a matemática trata de conjuntos abstratos, portanto, os critérios de validação para a existência dessas coleções infinitas tinha que ser nova, isto é, baseada principalmente em sua natureza não contraditória. Esse foi um passo decisivo para se abandonar a validação empírica (LORIN, 2018, p. 45).

Bolzano adotou um conceito sintético de conjunto; isto é, um conjunto é concebido como um todo, sem qualquer necessidade de se pensar em separar cada elemento (MORENO e WALDEGG, 1991). A partir dessa concepção, ele tenta estabelecer conexões com conjuntos infinitos. Bolzano tentou instituir um critério de comparação entre conjuntos infinitos, todavia, considerou que a existência de uma bijecção entre tais conjuntos não era suficiente para considerá-los com o mesmo cardinal.

Quando dois conjuntos são infinitos, pode haver uma relação tal que, por um lado é possível associar cada elemento do primeiro conjunto com algum elemento do segundo de tal forma que nenhum elemento dos dois conjuntos fique sem associação e também que nenhum dos elementos tenha mais que uma associação, e por outro lado é possível que um conjunto possa conter o outro como uma parte de si (Bolzano, 1991, p. 64).

Segundo Lorin (2018), a mudança conceitual se consolida com Cantor que estendeu os estudos de Bolzano e, desenvolveu sua teoria dos conjuntos, que revolucionou a matemática e trouxe o infinito atual como real objeto matemático, definindo-o e estabelecendo suas propriedades. Além disso, Georg Cantor, diferentemente de Bolzano, baseou o seu critério de comparação acerca da existência de uma relação bijetora entre os conjuntos a serem comparados, assim, mostrou que os conjuntos infinitos possuem diferentes cardinalidades e que a quantidade de pontos de um espaço é independente de suas dimensões.

Diante do contexto histórico, podemos concluir que a concepção de infinito potencial, ou seja uma ideia de infinito que não tem fim, limite nem existência física, foi abordada principalmente na Grécia antiga. Porém ao decorrer do texto verificaremos que ela ainda está presente na atualidade. Já a concepção de infinito atual, um objeto matemático, começou a ser trabalhada com Bolzano e Cantor, mas mesmo sendo atual, não é a mais abordada na atualidade.

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Buscamos abordagens a respeito da diferenciação dos conceitos de infinito atual e infinito potencial, por meio de um levantamento bibliográfico em revistas, a fim de investigar a produção científica acerca deste tema. Além disso, serviu de base para a continuidade de uma pesquisa de iniciação científica.

A revisão bibliográfica realizada pode ser descrita em três etapas. Na etapa inicial, houve o levantamento dos periódicos científicos brasileiros com produções na área de Educação e Educação Matemática. Esse levantamento foi decorrente de um mapeamento realizado por Fuchs (2012), no que se refere às principais revistas da área de Educação Matemática, qualificados pela CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) com os extratos A1 a B5. Deste levantamento, obtivemos uma lista contendo 47 periódicos científicos de publicação online, além das revistas encontradas nesse mapeamento, incluímos mais 11 periódicos que também tinham publicações em educação matemática, porém não estavam contidos no levantamento. Deste modo, totalizamos 58 periódicos científicos de publicação online, com os quais realizamos as buscas para encontrar os textos. Apresentamos a seguir (Quadro 01) o levantamento:

Quadro 1 - Levantamento de revistas brasileiras

Levantamento de periódicos científicos		
Revista ZETETIKÉ	Boletim de Educação Matemática – BOLEMA	Educação Matemática em Revista
Revista Educação Matemática Pesquisa	Revista Brasileira de História da Matemática – RBHM	Educação & Sociedade – Revista de Ciência da Educação
Revista Educação e Pesquisa	Boletim GEPEM Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática	Contexto & Educação – Revista do Programa de Pós-Graduação em Educação nas Ciências
Revista Contrapontos	Revista história da Educação	Reflexão e Ação
Revista da Faculdade de Educação – FAED	Revista de Educação PUC-Campinas	Caminhos da Educação Matemática em Revista
Ciência & Ensino	Ciência & Educação	Cadernos CEDES
Educação em Revista	Cadernos de Educação	Ensino de Ciências e Tecnologia em Revista
IMPULSO – Revista de Ciências Sociais e Humanas	Perspectivas da Educação Matemática	Educação Matemática em Foco
Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática	Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia – RBECT	Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática – JIEEM

Levantamento de periódicos científicos		
Acta Scientiae - Revista de Ensino de Ciências e de Matemática	EM TEIA - Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana	Educación y Educadores – Scientific Electronic Library Online
Educar em Revista	Educere	Revista Brasileira de Educação
Alexandria – UFSC	Diálogos (Maringá)	Educação (Rio Claro – Online)
Experiências em Ensino de Ciências	Interações (UCDB)	Interface
Investigações em Ensino de Ciências	Educação (Santa Maria)	Revista Iberoamericana de Educacion
Revista Mexicana de Investigación Educativa	Hipátia	Linhas Críticas
Modelagem na Educação Matemática	REMATEC	Revista Internacional de Pesquisas em Educação Matemática
Revista Metáfora Educacional	Revista Paranaense de Educação Matemática	Revista Brasileira de Educacao Especial
Revista Educação Especial	Revista Educação Especial em Debate	Scientiae Studia
Paradigma	Práxis Educativa	Quadrante
Revista Portuguesa Educação		

Fonte: Autoria própria (2020).

Na segunda etapa, definimos dois critérios de escolha de documentos como base, sendo eles, o período de publicação de textos e como realizar a seleção. Decidimos inicialmente buscar textos publicados em um período de cinco anos, entre 2014 e 2018, com palavras chaves como “infinito”, “infinito potencial”, “infinito atual”, “epistemologia do infinito”, “infinitesimal” e “George Cantor”, porém, nesse curto período de publicação foi identificado poucos textos que se encaixavam nestes critérios estabelecidos. Sendo assim, decidimos aumentar o período de publicação de texto de cinco para dez anos (2009 a 2018). Realizada essa nova busca, encontramos 10 artigos que se encaixavam nos critérios estabelecidos. Posteriormente foram produzidos fichamentos em que foram destacados os seguintes aspectos: objetivos de cada texto, materiais e procedimentos metodológicos utilizados, principais resultados alcançados e considerações de cada texto.

A terceira etapa constituiu-se em uma nova filtragem dos artigos, com base nos fichamentos realizados. Essa filtragem selecionou os textos que tinham o infinito como um de seus objetos de estudo, totalizando 8 (oito) textos para a nossa análise. A seguir apresentamos um quadro com os 8 (oito) textos selecionados. Vale ressaltar que todos os trabalhos investigados perpassam um período de dez anos, entre os anos de 2009 e 2018, ou seja, com base nos periódicos investigados, no Brasil possuímos em média, menos de uma publicação por ano acerca do tema, o que nos permite uma primeira inferência, de que existe uma carência de publicações acerca do assunto.

Quadro 2 - Relação dos textos selecionados

Titulo	Periódico Científico	Autores
Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas acerca del Infinito.	Boletim de Educação Matemática – BOLEMA.	José Carrilo e Miguel Montes.
Infinito: uma realidade à parte dos alunos do Ensino Secundário.	Boletim de Educação Matemática – BOLEMA.	Patrícia Alexandra da Silva Ribeiro Sampaio.
A essência da infinitude do conjunto dos números primos.	Revista Eletrônica de Educação Matemática – REVEMAT	Luciana Maria Da Silva, Esdras Jafet Aristides da Silva.
A noção de infinito em livros didáticos do Ensino Básico.	Revista Educação Matemática Pesquisa - Pontifícia Universidade de São Paulo.	Silvio Joaquim Lopes.
Aporética do Infinito: [des]caminhos na matemática e na pintura.	ALEXANDRIA	Rosilene Beatriz Machado, Débora Regina Wagner, Cláudia Regina Flores, Cássia Aline Schuck.
Cómo piensan los estudiantes el infinitesimal antes de iniciar un curso de análisis matemático?	PARADIGMA	Carmen Valdivé, Sabrina Garbin.
PEIRCE E CANTOR: um estudo preliminar sobre continuidade e infinitesimais.	Revista Brasileira de História da Matemática.	Maria de Lourdes Bacha, Fumikazu Saito.
O "salto arquimediano": um processo de ruptura epistemológica no pensamento matemático.	Scientiae Studia.	José Carlos Cifuentes.

Fonte: Autoria própria (2020).

Para que pudéssemos realizar nossa investigação, com base nos objetivos das revistas selecionadas, elaboramos Unidades Temáticas de Contexto (UC) definidas por Bardin como,

A unidade de contexto serve de unidade de compreensão para codificar a unidade de registro e corresponde ao segmento da mensagem, cujas dimensões (superiores à unidade de registro) são ótimas para que se possa compreender a significação exata da unidade de registro (BARDIN, 2004, p. 107).

Seguindo orientação de Bardin (2004), elaboramos a unitarização¹ dos artigos considerando seus aspectos superiores, ou seja, “em muitos casos, torna-se necessário fazer (conscientemente) referência ao contexto próximo ou longínquo da unidade a registrar” (ibidem, p.107). Neste processo foi elaborado duas unidades de contexto, são elas: UC-1: Ensino-Aprendizagem do conceito de infinito na matemática e UC-2: Abordagens acerca da natureza do infinito. Acreditamos que a partir dessas duas unidades, é possível abranger, sob nosso olhar, as principais características abordadas nos artigos. Passamos então à descrição dessas duas Unidades de Contexto.

A Unidade de Contexto UC-01: Ensino-Aprendizagem do conceito de infinito na matemática, foi elaborada a fim de reunir os artigos que apresentam discussões a respeito do ensino e da aprendizagem dos conceitos de infinito potencial e/ou infinito atual.

A Unidade de Contexto UC-02: Abordagens acerca da natureza do infinito, foi elaborada com o intuito de reunir os artigos que apresentam abordagens a respeito da natureza do conceito de infinito, sejam elas, por meio de abordagens históricas, filosóficas ou epistemológicas.

UNITARIZAÇÃO DAS REVISTAS

UC-01: ENSINO-APRENDIZAGEM DO CONCEITO DE INFINITO NA MATEMÁTICA

Avaliar a história do infinito é importante, uma vez que os obstáculos gerados na formalização de seus conceitos têm um caráter formativo para o modo de pensar matemática. As transformações no decorrer da história trazem grandes desafios para o ensino e aprendizagem matemática, principalmente para a contextualização da noção de infinito atual, uma vez que somos levados a olhar o infinito em sua forma potencial, e isso resulta em alunos que não fazem ideia do uso correto do infinito. Ao longo dos documentos analisados podemos perceber uma falta da diferenciação dos conceitos, tantos pelos alunos, como pelos professores.

O trabalho “Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas acerca del Infinito”, de Miguel Montes e José Carrillo, (2017), desenvolve uma prática que mostra diferentes maneiras em que um professor pode refletir, conhecer e usar o infinito, categorizando-as através do modelo de conhecimento especializado do professor de matemática - MTSK.

O trabalho apresentou uma análise da atuação profissional de um professor, cujo pseudônimo Aaron, tinha um conhecimento sobre o infinito apenas na sua forma potencial. Diante disso, foi explorado o conhecimento do infinito do professor, na perspectiva do conhecimento profissional, com uma visão interpretativa, não baseada na avaliação do conhecimento sobre o mesmo, mas na exploração de sua complexidade. A partir desse método MTKS, pode se identificar e fazer Aaron refletir e conhecer o infinito não só como potencial e ensinar os dois conceitos aos seus alunos, pois mesmo que ele via o infinito como potência, alguns de seus alunos viam o infinito como ato.

No artigo “Infinito: uma realidade à parte dos alunos do Ensino Secundário” de Sampaio (2009) é apresentada uma pesquisa realizada em Portugal para identificar e caracterizar concepções de alunos do Ensino Secundário (Ensino Médio no Brasil) sobre o infinito. Os dados foram colhidos por meio de um questionário e a questão de investigação foi: “Há diferenças em relação às variáveis: ano escolar e interpretação da noção de Infinito, entre os alunos do ensino secundário”?

Este artigo nos permite compreender, por meio dos questionários aplicados, que os alunos dos últimos anos do ensino secundário de Portugal possuíam um conhecimento mais aprofundado em relação ao infinito, o que responde em certa

medida, a pergunta que norteia o artigo, além disso, o artigo apresenta concepções dos alunos em que admitem a existência de vários conjuntos infinitos, entretanto, em cada conjunto, os alunos aplicam propriedades contraditórias, vão de acordo com suas intuições e não compreendem a cardinalidade dos conjuntos infinitos. Por fim, a manipulação do conceito de infinito potencial é mais facilmente aceita e compreendida, do que, a do conceito de infinito atual.

O artigo “A noção de infinito em livros didáticos de ensino Básico” de Silvio Joaquim Lopes (2011) apresenta como o infinito está sendo tratado e diferenciado nos livros didáticos, nele temos um levantamento correspondente ao período escolar que compreende desde a educação infantil ao ensino médio. Seguindo os conceitos de Brosseau, Lopes (2011) analisa três livros de educação infantil, cinco livros de educação fundamental I, quatro destinados à educação fundamental II e um livro de volume único do ensino médio.

A partir dessa análise é possível afirmar que, mesmo não se constituindo um tópico explícito na grade curricular, a noção de infinito perpassa todos os anos escolares e praticamente em todos os conteúdos da escola básica, na maioria das vezes como infinito potencial, representado principalmente pela ideia de “sempre mais um”, porém a noção de infinito atual também está presente em conteúdos, como a soma infinita de uma progressão geométrica, por exemplo. Contudo Lopes sugere uma possibilidade de se introduzir a noção de infinito como um tópico na Educação Básica, o qual poderia ser introduzido na grade de conteúdo, assim como matrizes, determinantes, entre outros. Esse tópico trataria com um maior grau de profundidade todas as possibilidades levantadas neste estudo. Esse tópico poderia ser denominado, por exemplo, de “A noção de Infinito”.

Da educação básica, passamos ao ensino superior, analisando o artigo “*Cómo piensan los estudiantes el infinitesimal antes de iniciar un curso de análisis matemático?*” de Carmen Valdivé e Sabrina Garbin, (2013). Nele é apresentada a ideia de aproximar os esquemas conceituais que os estudantes evocam antes de iniciar um curso de Análise Matemática I. Após a aplicação de um questionário, as autoras perceberam que os alunos possuíam conhecimentos acerca do infinitesimal associado a uma razão, um aumento, uma diferença, um símbolo, um indivisível e uma função, Valdivé e Garbin perceberam também que esses conhecimentos evocam uma variedade de esquemas pré-conceituais associados à noção, e são semelhantes às ideias encontradas na evolução histórica da noção de infinitesimal.

É possível identificar nos artigos que compõem esta unidade de contexto, que eles apresentam, em certa medida, obstáculos, sejam epistemológicos ou didáticos, comprovando que a diferenciação desses conceitos não foi difícil apenas historicamente, já que o peso que o conceito carregou com esses conflitos percorrem atualmente no ensino e na maneira de como entendemos o infinito. Também é possível afirmar, considerando os artigos investigados, que a noção de infinito atual na matemática é discutida de maneira insuficiente no ensino e principalmente na formação de professores de matemática, apesar de estar implícito em muitos conceitos.

UC-2: ABORDAGENS ACERCA DA NATUREZA DO INFINITO

O conceito de infinito teve suas raízes em questões filosóficas, segundo Lorin (2018, p. 39): “discussões a respeito da natureza de conceitos tais como o de espaço, o de tempo, e da matéria contribuíram para que os filósofos gregos da Antiguidade abordassem o infinito”. As concepções matemáticas que se deram em relação ao infinito, possibilitam a compreensão de que nossa visão é educada por meio de práticas visuais, as quais influenciam o modo como nos relacionamos e concebemos este conceito e também, possivelmente, outros conhecimentos matemáticos.

Um estudo histórico sobre o infinito nos fornece parâmetros para uma conceptualização, visto que filósofos, matemáticos, físicos, teólogos, artistas, todos estes se debruçaram alguma vez sobre o assunto. Por séculos este tema tão controverso suscitou de dúvidas e questões tão grandes, que um estudo nos ajuda a entender infinito. Esta unidade apresenta abordagens epistemológicas e discussões acerca da diferenciação dos conceitos de infinito atual e potencial.

Entre os artigos analisados, a “Aporética do Infinito: [des]caminhos na matemática e na pintura”, (2013) de Rosilene Beatriz Machado, Débora Regina Wagner, Cláudia Regina Flores e Cássia Aline Schuck, explora aspectos da trajetória histórica e epistemológica do conceito de infinito, a fim de refletir acerca da natureza do conhecimento matemático. Neste, a arte é tomada como lugar potencial para exercitar o pensamento matemático.

No trabalho “PEIRCE E CANTOR: um estudo preliminar sobre continuidade e infinitesimais”, de Maria de Lourdes Bacha e Fumikazu Saito, os autores apresentam um estudo a respeito da continuidade dos infinitesimais em um contexto filosófico, usando como referencial Peirce, já que, segundo os autores, este tem um lugar de destaque na história da filosofia, da semiótica e da lógica. As considerações de Peirce acerca da continuidade não se apoiam apenas em conhecimentos matemáticos. Seus trabalhos trazem além de considerações matemáticas, considerações filosóficas, metafísicas e lógicas. Enquanto Cantor e seus seguidores tentavam limitar o contínuo, Peirce tentou mostrar que não se podia restringir o contínuo porque ele era verdadeiramente geral e nunca totalmente determinado.

Para Peirce, a continuidade não era apenas importante, mas era “de primordial importância”, influenciando todos os domínios da vida, da psicologia à história, da filosofia à biologia. A continuidade era necessária não só para explicar o espaço, tempo e movimento, mas também a evolução, o desenvolvimento psicológico, a própria ciência, enfim seria um caminho para a verdade filosófica, mas também para a verdade científica em todas as áreas.

“A essência da infinitude do conjunto dos números primos” de Luciana Maria da Silva e Esdras Jafet Aristides da Silva, (2017), busca estudar e encontrar a resposta para a questão que norteia o artigo “quão grande é o conjunto dos números primos?” e para isto foi feito um estudo com várias demonstrações do teorema de Euclides, relacionando várias áreas da matemática. Temos nos Elementos de Euclides o marco inicial às ideias do Teorema Fundamental da Aritmética e prova por absurdo para definir números primos, a partir desta ideia nomes como, Hermite, Kummer e Stieljes, demonstraram a infinitude dos números ímpares. Mais tarde, Euler, Polya e Schorn elaboraram e organizaram suas ideias

para desenvolver o teorema de Euclides, chegando assim a uma demonstração que prova a infinitude dos números primos.

"Salto arquimediano": um processo de ruptura epistemológica no pensamento matemático, de José Carlos Cifuentes, (2011), traz o conceito de "salto arquimediano" como um processo de argumentação não dedutiva em matemática que produz uma ruptura epistemológica na direção de dar objetividade a certos fatos matemáticos, um desses fatos é o processo de ruptura epistemológica da passagem do infinito potencial ao infinito atual, que permite dar conteúdo objetivo à teoria dos conjuntos infinitos e das cardinalidades.

Podemos identificar nos artigos que compõe esta unidade de contexto que a discussão acerca do infinito sempre esteve atrelada às questões filosóficas impostas em diferentes épocas. Porém, não somente a filosofia e a matemática interessaram-se pelas concepções de infinito, no campo das artes, é possível encontrar expressões desse conceito de maneiras bastante variadas. Tomando o infinito como um fenômeno derivado da cultura visual, da mentalidade e das concepções de mundo que se colocam em diferentes momentos históricos, e este elemento foi concebido e representado no contexto da pintura em alguns movimentos artísticos específicos.

Há também uma preocupação pela história e o estudo do conceito de infinito, porem essa busca não permanece apenas nas fundamentações teóricas. Trabalhos como os aqui discutidos, mostra uma preocupação que vai além da existência do infinito atual e potencial, mostra que existe uma preocupação continua sobre o infinitesimal e como é trabalhado.

A seguir apresentamos um quadro com as obras investigadas e suas respectivas unidades de contexto:

Quadro 3 – Unitarização dos textos

TITULO	AUTORES	UNIDADE DE CONTEXTO
<i>Conocimiento especializado del profesor de matemáticas acerca del infinito.</i>	José Carrilo e Miguel Montes.	Uc-01: ensino-aprendizagem do conceito de infinito na matemática
Infinito: uma realidade à parte dos alunos do ensino secundário.	Patrícia Alexandra da Silva Ribeiro Sampaio.	Uc-01: ensino-aprendizagem do conceito de infinito na matemática
A essência da infinitude do conjunto dos números primos.	Luciana Maria da Silva, Esdras Jafet Aristides da Silva.	Uc-2: abordagens acerca da natureza do infinito
A noção de infinito em livros didáticos do ensino básico.	Silvio Joaquim Lopes.	Uc-01: ensino-aprendizagem do conceito de infinito na matemática
Aporética do infinito: [des]caminhos na matemática e na pintura.	Rosilene Beatriz Machado, Débora Regina Wagner, Cláudia Regina Flores, Cássia Aline Schuck.	Uc-2: abordagens acerca da natureza do infinito
Cómo piensan los estudiantes el infinitesimal antes de iniciar un curso de análisis matemático?	Carmen Valdivé, Sabrina Garbin.	Uc-01: ensino-aprendizagem do conceito de infinito na matemática

TÍTULO	AUTORES	UNIDADE DE CONTEXTO
Peirce e cantor: um estudo preliminar sobre continuidade e infinitesimais.	Maria de Lourdes Bacha, Fumikazu Saito.	Uc-2: abordagens acerca da natureza do infinito
O "salto arquimediano": um processo de ruptura epistemológica no pensamento matemático.	José Carlos Cifuentes.	Uc-2: abordagens acerca da natureza do infinito

Fonte: Autoria própria (2020).

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa apresentou um panorama, por meio de uma revisão bibliográfica, que analisou textos disponíveis nos periódicos de revistas online com foco em educação e educação matemática, publicados num intervalo de dez anos (2009-2018) que tratam da diferenciação dos conceitos de infinito atual e infinito potencial.

Realizamos uma análise qualitativa, que foram expressos por meio de duas Unidades de Contexto que discutem e exemplificam como os conceitos de infinito foram abordados nos textos investigados. Deste modo, em nosso processo de unitarização, as unidades constituídas foram: Ensino-Aprendizagem do conceito de infinito na matemática e Abordagens acerca da natureza do infinito.

Por meio das unidades de contextos que analisamos, é possível afirmar que embora os conceitos de infinito estejam implícitos no ensino de conteúdos matemáticos, há uma grande dificuldade tanto dos alunos, quanto dos professores para diferenciar o infinito em potência e o infinito em ato, principalmente pelo fato de não terem o conhecimento do infinito atual. Essa falta de diferenciação está relacionada a questões epistemológicas, que pudemos em parte, descrever por meio dos conflitos relacionados ao conceito de infinito no decorrer da história durante a construção desse conceito, e ainda, esses obstáculos epistemológicos do conceito de infinito, segundo Lorin (2018), acarretaram também em dificuldades no ensino-aprendizagem desse conceito.

Apesar de nossa pesquisa unitarizar unidades de contextos distintas, elas se entrelaçam. Pois, apresentamos uma que evidencia o ensino-aprendizagem e mostra a presença de obstáculos epistemológicos presentes nessa aprendizagem. Já a outra evidencia a natureza do conceito, o infinito visto historicamente por filósofos, matemáticos e artistas. Diante disso podemos identificar o que aconteceu na constituição e natureza do conceito para chegar ao ensino-aprendizagem atual.

Inferimos pelo resultado de nossa pesquisa, que o conceito de infinito ainda é pouco discutido nos periódicos analisados. Nossa inferência tem como pressuposto, a necessidade da discussão acerca de como o conceito está sendo trabalhado em sala de aula, principalmente em relação aos obstáculos epistemológicos que permeiam o infinito. Os alunos e professores têm que considerar o infinito atual, com isso, os periódicos buscam trazer maneiras de quebrar essas barreiras. Enfim, com o presente texto, esperamos contribuir com todos aqueles que almejam diferenciar e entender o infinito potencial e atual, de

maneira geral, ou mesmo fornecer auxílio para pesquisas que tratem especificamente do infinito, tornando o tema mais conhecido e, conseqüentemente, cada vez mais presente no cotidiano das aulas de Matemática e nas pesquisas.

The concepts of actual infinite and potential infinite in Brazilian magazines

ABSTRACT

This article is the result of a research that, in part, investigated the differentiation of the concepts of potential infinite and actual infinite. The concept of infinity permeates the history of mathematics, assuming two conceptions; they are potential infinite and actual infinite (or real infinite). Considering the relevance of studying the concept of infinity in mathematics, we research how these concepts are approached in Brazilian journals, that is, the objective of this work is to investigate approaches related to the concept of infinity in Brazilian magazines, in addition, we present a historical and epistemological synthesis of these concepts, seeking, from that, to differentiate between them. For this work, scientific articles were investigated between 2009 and 2018, in Brazilian online magazines in the areas of teaching and education, qualified by CAPES (Coordination for the Improvement of Higher Education Personnel) with extracts A1 to B5. As a methodological approach, it was searched in the journals for the words: infinite, actual infinite, potential infinite, Georg Cantor and epistemology of the infinite. In a first stage of investigation, ten articles were selected which, in a second filter, after more qualified reading, resulted in eight selected articles. Based on the objectives of the selected articles, we elaborated Thematic Context Units that consisted of two: Teaching-Learning of the concept of the infinite in mathematics; and Approaches about the nature of the infinite.

KEYWORDS: Epistemology. Potential Infinity. Actual Infinity.

AGRADECIMENTOS

Agradecemos a Fundação Araucária pelo fomento de bolsas de iniciação científica, que possibilitou a pesquisa que deu origem a este artigo.

NOTAS

1. O uso do termo unitarização é utilizado pelo fato de adotarmos as definições de Unidades de Contexto para a análise dos objetivos.

REFERÊNCIAS

ACZEL, A.O. **O mistério do Aleph**: a matemática, a cabala e a procura do infinito. 1 ed. Rio Grande do Sul: Editora Globo, 2003.

BACHA, M. L; SAITO, F. Peirce e Cantor: Um estudo preliminar sobre Continuidade e Infinitesimais. **Revista Brasileira de História da Matemática**, v. 14, n. 28, p. 1-23, mar. 2014.

BARDIN, L. **Análise de Conteúdo**. Trad. Luís Antero Reto e Augusto Pinheiro. São Paulo: Edições 70, 2004.

BOLZANO, B. **Las paradojas del infinito**. México: Mathema, 1991.

CARAÇA, B. J. **Conceitos fundamentais da Matemática**. Lisboa: Gráfica Brás Monteiro Ltda, 1975.

CARRILO, J; MONTES, M. Conocimiento Especializado del Professor de Matemática acerca del Infinito. **BOLEMA**, v.31, n.57, p. 114-134, jan./abr. 2017.

CIFUENTES, J. C. O "salto arquimediano": um processo de ruptura epistemológica no pensamento matemático. **Scientiae Studia**, v. 9, n. 3, p. 645-667, 2011.

FUCHS, M. J. Revistas na Área de Educação e Educação Matemática: Espaços para Socialização. In: **Grupo de Estudos em Educação Matemática**, jan.2012, Ijuí. Ijuí: UNIPAMPA, 2012. Disponível em:
<http://cursos.unipampa.edu.br/cursos/licenciaturaemmatematicaitaqui/files/2012/05/Mapeamento-de-Revistas-MARIELE-JOSIANE-FUCHS.1.pdf>. Acesso em: 01 jun. 2019.

LORIN, J. H. **Relações entre teoremas-em-ação e obstáculos epistemológicos do conceito de infinito**. 2018. 181 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2018.

LORIN, J. H.; NOGUEIRA, C. M I. Do paradigma pitagórico ao paradigma euclidiano: um estudo histórico sob a ótica epistemológica kuhniana. **RPEM - Revista Paranaense de Educação Matemática**, v. 4, n. 7, p. 113-134, 2015.

LOPES, S. J. A noção de infinito em livros didáticos de ensino Básico. **Educação Matemática e Pesquisa**, v. 13, n. 3. 2011.

MACHADO, R. Aporética do Infinito: [des]caminhos na matemática e na pintura. **Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, Florianópolis, v. 6, n. 1, p. 283-317, abr. 2013.

MORENO, L. E.; WALDEGG, G. The conceptual evolution of actual mathematical infinity. **Educational Studies in Mathematics**, v. 22, n. 3, p. 211-231, 1991.

SAMPAIO, P. A. S. R. Infinito: uma realidade à parte dos alunos do Ensino Secundário. **BOLEMA**, Rio Claro, v. 22, n. 32, p. 123 – 146, 2009.

SANTOS, E. E. **O Infinito de Georg Cantor**: uma revolução paradigmática no desenvolvimento da matemática. 2008. 264 f. Tese (doutorado) - Universidade Estadual de Campinas, Instituto de Filosofia e Ciências Humanas, Campinas, 2008.

SILVA, L. M. da.; SILVA, E. J. A. da. A essência da infinitude do conjunto dos números primos. **REVEMAT**, v. 12, n. 1, p. 51-62, 2017.

VALDIVÉ, C., GARBIN, S. Cómo piensan los estudiantes el infinitesimal antes de iniciar un curso de análisis matemático. **PARADIGMA**, v. 32, n. 1, p. 117-144. 2013.

Recebido: 01 jul. 2020

Aprovado: 10 jun. 2021

DOI: 10.3895/actio.v6n2.12677

Como citar:

SIQUEIRA, F. K. da S.; LORIN, J. H. Os conceitos de infinito atual e infinito potencial em revistas brasileiras.

ACTIO, Curitiba, v. 6, n. 2, p. 1-16, mai./ago. 2021. Disponível em: <<https://periodicos.utfpr.edu.br/actio>>.

Acesso em: XXX

Correspondência:

Fernanda Kelly da Silva Siqueira

Rua Mário Fernandes Morais, n. 976, Centro, Luiziana, Paraná, Brasil.

Direito autoral: Este artigo está licenciado sob os termos da Licença Creative Commons-Atribuição 4.0 Internacional.

