

Ensino de frações com estudantes do 6º ano do ensino fundamental: um episódio no Egito antigo

RESUMO

Neste texto objetivamos apresentar um recorte de uma pesquisa de mestrado que teve como fundamentação teórica a Teoria Histórico-Cultural, sendo desenvolvidas atividades de ensino que tiveram como objeto de estudo o ensino de frações para 25 estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública do interior de Minas Gerais. Para este artigo selecionou-se duas atividades de ensino em que a finalidade foi investigar se tais atividades mobilizariam o pensamento teórico de estudantes na aprendizagem dos nexos conceituais da fração (medida e grandeza). A proposta foi organizada e analisada em episódios e cenas, e as análises aqui apresentadas são relacionadas as ações reveladoras dos estudantes ao se apropriarem do conceito de fração. A partir dos resultados obtidos foi possível inferir que os estudantes estiveram em atividade de aprendizagem, que as situações propostas se constituíram em atividade de ensino e que instigaram o desenvolvimento do pensamento teórico dos estudantes envolvidos à medida que estabeleciam ações para a solução dos problemas que encontravam. Foi possível perceber, também, que os estudantes apuravam sua compreensão do número fracionário e que o mesmo não assumia apenas a interpretação da divisão, mas também que é uma relação de medida entre grandezas. Espera-se que este estudo se configure como uma importante contribuição à área da Educação Matemática e para o trabalho de professores de Matemática e para a formação do pensamento teórico de estudantes do ensino fundamental relacionada à compreensão do conceito de fração, mas que deve ser repensada e adaptada de acordo com as intenções e necessidades de professores e estudantes.

PALAVRAS-CHAVE: Fração. Teoria Histórico-Cultural. Educação Matemática.

Fabiana Fiorezi de Marco

ffmarco@gmail.com

orcid.org/0000-0002-7126-5626

Universidade Federal de Uberlândia
(UFU), Uberlândia, MG, Brasil

Carolina Innocente Rodrigues

carol.innocente@gmail.com

orcid.org/0000-0002-3534-727X

Universidade Federal de Uberlândia
(UFU), Uberlândia, MG, Brasil

INTRODUÇÃO

Este texto apresenta reflexões acerca das ações de estudantes em duas atividades de ensino (MOURA, 2000; 2002) que compõem uma unidade didática de nossa pesquisa de mestrado desenvolvida no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal de Uberlândia (RODRIGUES, 2015). As atividades, para este artigo, foram intituladas Atividade 1: Medindo terras no Egito Antigo e Atividade 4: De volta ao Egito Antigo: a necessidade de organização em sociedade, nas quais abordou-se o conceito de frações com 25 estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental de uma escola municipal em Uberlândia (MG), entre os meses de maio a dezembro de 2014. Para este artigo, nosso objetivo é investigar se tais atividades mobilizaram o pensamento teórico de estudantes na aprendizagem dos nexos conceituais da fração (medida e grandeza).

A necessidade do estudo sobre frações surgiu de um desconforto da segunda autora em relação ao ensino deste conteúdo que, na maioria das vezes, é interpretado e ensinado por professores apenas como uma divisão, sendo perceptível que os estudantes têm grandes dificuldades de compreender tal conceito.

Assim como outros conteúdos matemáticos, o ensino de números fracionários tem sido minimizado à operação de divisão. Autores como Caraça (1951), Aleksandrov et al. (2003), Moura (2004), Lima e Moisés (1998), Prado (2000), Catalani (2002), abordam o fato de que não é suficiente para a compreensão do conceito de fração situar-se apenas na ideia de divisão e que os conceitos de medida e grandeza ajudam o desenvolvimento do pensamento teórico.

O movimento adotado reflete a busca de investigar alternativas e estratégias de ensino, pois se entende que o estado de imobilismo (PRADO, 2000) que aflige muitos professores os faz recorrer aos livros didáticos convencionais e, abordagens de ensino de matemática que se distanciam do convencional. Tem-se, então, a importância da relação entre pesquisa e ensino, na qual há a necessidade de conhecer o desconhecido, como forma de elaboração do conhecimento do professor e, por consequência, do estudante, uma vez que o professor pesquisador poderá refletir e adequar o ensino que pratica às necessidades dos seus estudantes, mas para isto é necessário que o conteúdo tenha significado para professor e aluno. (DAVYDOV, 1982).

O OLHAR PARA A LITERATURA

O ensino de frações tem sido tema de diversas pesquisas (LOPES, 2008; PATRONO, 2011; LIMA; MOISÉS, 1998; MOURA 2004) em que os professores fazem comparações, observações, classificações de características de conjuntos de objetos. Para Hedegaard et al (1999), este ensino está centrado nas peculiaridades do empírico e os autores adeptos à teoria histórico-cultural (DAVYDOV, 1982; VYGOTSKY, 2010; LEONTIEV, 2004; entre outros) alegam que o ensino escolar deveria proporcionar conhecimentos genuinamente científicos e capacidades para o domínio destes.

Desta forma, para a idealização da proposta em questão a fração é entendida como pensamento, criatividade, leitura de mundo e que “por ela passam múltiplos nexos históricos, geográficos, geométricos, filosóficos, culturais, físicos, químicos, literários, artísticos etc. É isto que faz a fração a melhor parte do inteiro”. (LIMA et al., 1998, p.1).

As reflexões feitas ante a proposta de ensino a ser detalhada posteriormente neste texto apontam a possibilidade de ensinar frações sem se pautar exclusivamente na visão de divisão de objetos reais. Hedegaard et al (1999) afirmam que as atividades, elaboradas à luz da Teoria Histórico-Cultural, devem possibilitar que os estudantes façam inter-relações acerca do conceito nelas entrelaçado. Desta forma, neste estudo, tem-se como objeto as frações, seu atributo externo - a divisão - e suas qualidades internas - a medida e a grandeza. (CARAÇA, 1951).

Entende-se, então, que a totalidade de um conhecimento é o domínio efetivo dos atributos internos e externos, possibilitando o desenvolvimento do pensamento teórico, enquanto que a aparência permeia somente o aspecto externo deste objeto.

Desse modo,

[...] fundamentando-nos em Caraça (2000) podemos afirmar que os conceitos contêm dois aspectos: o simbólico e o substancial. Assim, os nexos conceituais são elos de ligação entre o pensamento empírico-discursivo e o pensamento teórico estudados por Davydov (1982). Os conceitos contêm nexos internos e externos. Os nexos externos estão ligados à linguagem, ao simbólico e os nexos internos estão relacionados ao lógico-histórico do objeto estudado. Os nexos internos representam o aspecto substancial do conceito (LANNER DE MOURA; SOUSA, 2004, s/n).

Para que esses nexos internos sejam evidenciados, é importante que haja orientação e intenção do professor durante as atividades a serem realizadas pelos estudantes, propiciando um pensamento que os possibilite estabelecer interações objetivas. O que Leontiev (2004, p. 90) chama, então, de pensamento é, “em sentido próprio, o processo de reflexão consciente da realidade, nas suas propriedades, ligações e relações objetivas, incluindo os mesmos objetos inacessíveis à percepção imediata.”

Segundo a compreensão de Leontiev (2004), a razão do pensamento é a distinção e a conscientização das interações objetivas. Logo, uma das responsabilidades do professor é mobilizar o desenvolvimento do pensamento do estudante, instigar um “querer aprender, uma vez que esse não é um valor natural, mas construído historicamente” (RIGON, et al., 2010, p.31). Acredita-se que, no âmbito escolar, é possível por meio das ações mediadoras do professor, orientar o pensar possibilitando a transformação da natureza deste pensamento de empírico ao teórico.

Entende-se, também, que estas ações mediadoras não são exclusivas do professor, pois não é um processo individual, mas por meio delas é que os significados são elaborados tendo em vista a apropriação do conhecimento historicamente produzido pela humanidade (LOPES, et al., 2019).

Quando esse elemento histórico-cultural é trazido à escola, é importante haver a consciência de que o professor tem um papel importante no processo, pois

como apontou Moura (2000), o professor deve organizar, intervir para reorganizar, reelaborar a proposta, dirigindo a apreensão do conhecimento dos estudantes a outro patamar.

As atividades propostas na pesquisa e, neste artigo apresentadas, aproximam-se do que Moura (2002, p.155) chama de atividade orientadora de ensino (AOE), sendo

[...] aquela que se estrutura de modo a permitir que sujeitos interajam, mediados por um conteúdo, negociando significados, com o objetivo de solucionar coletivamente uma situação-problema. É atividade orientadora porque define elementos essenciais da ação educativa e respeita a dinâmica das interações que nem sempre chegam a resultados esperados pelo professor. Este estabelece os objetivos, define as ações e elege os instrumentos auxiliares de ensino, porém não detém todo o processo, justamente porque aceita que os sujeitos em interação partilhem significados que se modificam diante do objeto de conhecimento em discussão.

Para a organização da atividade de ensino, a situação desencadeadora de aprendizagem (SDA) elaborada e proposta aos estudantes foi um problema envolvendo a medição de terras no Egito Antigo:

Era preciso dividir as propriedades de terras entre os egípcios para plantar e criar animais e, assim, obter seu sustento, surge então o primeiro problema: Como organizar o as medidas dos lados de um terreno para que cada egípcio tenha um lote de terras? Qual unidade de medida para delimitar os terrenos será preciso utilizar para que essas divisões sejam justas?

Para melhor compreender o movimento lógico-histórico (KOPNIN, 1978) que originou o conceito de fração para o desenvolvimento de nossa proposta recorreu-se aos elementos históricos da Matemática, no intuito de buscar a gênese de tal conceito.

Encontramos na literatura sobre a História da Matemática que, para sobreviver, os nômades perambulavam por diversas regiões e passaram a se refugiar às margens dos rios, uma vez que esses redutos facilitavam o plantio e a criação de animais, especialmente a civilização egípcia, que se desenvolveu às margens do Rio Nilo.

As primeiras atividades produtivas do homem primitivo estavam efetivamente relacionadas a sua sobrevivência imediata. A agricultura e a pecuária, que substituem a coleta e a caça, passam a ser as atividades que mais ocupam os homens e as que mais problemas colocam. Na superação destes problemas o homem vai criando instrumentos e uma complexa rede de ideias que passam a fazer parte de sua forma de compreender o mundo, de sua humanidade (LANNER DE MOURA et al, 2004).

Tal fato ocorreu com os egípcios, quando de forma indutiva, desenvolveram sua matemática com finalidades práticas como a agrimensura, a arquitetura e as obras de irrigação. Pela necessidade em dividir suas terras e ter controle das áreas para haver as cobranças de impostos, algumas dificuldades evidenciaram-se: Como fazer essa divisão de terras de maneira justa à todas as famílias que ali estavam? Como lidar com os períodos de cheia do Rio Nilo quando as famílias tinham prejuízo em suas terras?

Eves (2004), afirma que essa necessidade gerou mudanças culturais e uma dessas mudanças foi a escrita, pois no caso da atividade agrícola em desenvolvimento, esta “requeria não só cooperação e a arte da engenharia como também, igualmente, um sistema de preservação de registros”. (EVES, 2004, p.53).

Garbi (2007), traz uma passagem datada de V a.C., escrita por Heródoto sobre os egípcios, em que destaca:

Esse faraó (Sesóstris) realizou a partilha das terras, concedendo a cada egípcio uma porção igual, com a condição de ser-lhe pago todos os anos certo tributo; se o rio carregava alguma parte do lote de alguém, o prejudicado ia procurar o rei e expor-lhe o ocorrido. O soberano enviava agrimensores para o local para determinar a redução sofrida pelo terreno, passando o proprietário a pagar um tributo proporcional ao que restara. Eis, ao que me parece a origem da Geometria, que teria passado do Egito para a Grécia (GARBI, 2007, p.12).

Nesta necessidade de partilha de terras e registros escritos surge mais uma dificuldade: Como medir essas terras? Qual unidade de medida adotar?

Para resolver este problema, concebido por volta de 2000 a.C., durante milhares de anos o cúbito egípcio foi uma unidade de medida padrão. Um cúbito se estendia do cotovelo até a ponta dos dedos do faraó da época, aproximadamente 524mm, e se subdividia em 28 partes, ou seja, derivou-se de partes do corpo humano e serviu, com estas características, convenientemente, por séculos na medição de terras. (LIMA; MOISÉS, 1998).

Figura 1: Cúbito egípcio



Fonte: Lima e Moisés, 1998, p.84.

Apesar dos registros históricos, o surgimento da fração a partir da medida seria impreciso. Ao se estudar o movimento lógico-histórico do surgimento da fração no Egito, foi possível entender que os registros não oferecem todas as informações para que seja explicado, por exemplo, por que o cúbito era subdividido em 28 partes. Seria de acordo com as partes do corpo? Por quanto tempo perdurou o uso do cúbito do faraó como medida? Contudo, fica possível compreender que a medida foi ponto preponderante para que se iniciasse a discussão da relação da parte com o todo, o que fazer com as sobras e que esse processo era necessário para a vida e trabalho social dos egípcios.

Outra dificuldade surgida na época foi relacionada à “o que fazer com a sobra de terrenos”, ou seja, o que fazer com as subdivisões da unidade quando o espaço a ser delimitado não tiver unidades inteiras do cúbito do faraó.

Patrono (2011), citando Scipione (2002), refere-se à unidade de medida utilizada pelos egípcios na época e relata que

[...] no Egito antigo, por volta de 2000 a.C., as inundações do Rio Nilo tinham grande importância na vida dos agricultores. Quando as águas baixavam, deixavam as terras férteis para o plantio. De acordo com o avanço do rio, os limites eram estabelecidos e as terras distribuídas. A unidade de medida usada pelos agrimensores não era adequada para representar o número de

vezes em que as terras eram divididas. Foi então que os egípcios criaram um novo tipo de número: o número fracionário (SCIPIONE, 2002 apud PATRONO, 2011, p.18).

Eles trabalharam com as frações unitárias e desenvolveram a ideia de fração como parte de um todo, frações quaisquer como somas de frações unitárias, soma de frações por simples superposição e divisão de produto pelo inverso do divisor (PATRONO, 2011, p.19).

Considera-se importante compreender o movimento lógico-histórico do conceito de fração, pois ele um movimento fluente, conectando o singular à totalidade, os nexos internos aos nexos externos do conceito em questão, o pensamento flexível aos pensamentos empírico-discursivo e teórico (SOUZA, 2004, p.52). Essas conexões são necessárias, pois a todo tempo nos questionamos sobre a natureza da Matemática e, por consequência, seus conteúdos, afinal, a Matemática é uma invenção que teve como ponto de partida o labor humano (CARAÇA, 1951).

Para explicitar esse movimento fluente entre o pensamento (lógico) e o mundo objetivo (histórico), recorre-se a Kopnin (1978) que defende que

O lógico reflete não só a história do próprio objeto como também a história do seu conhecimento. Daí a unidade entre o lógico e o histórico, ser premissa necessária para a compreensão do processo de movimento do pensamento, da criação da teoria científica. [...]. A unidade entre o lógico e o histórico é premissa metodológica indispensável na solução de problemas de inter-relação do conhecimento e da estrutura do objeto e conhecimento da história de seu desenvolvimento. (KOPNIN, 1978, p.186)

Assim, para o desenvolvimento da proposta que ora se apresenta, também é indispensável a unidade entre o lógico e o histórico, pois, para que fosse possível aos estudantes a compreensão dos nexos internos e externos da fração, recorreremos ao surgimento da fração no Egito Antigo com uma situação desencadeadora sobre a medição de terras.

A ESCOLA E AS ATIVIDADES PROPOSTAS

As atividades organizadas e selecionadas para este artigo, relacionam-se às divisões e medições de terras feitas por 25 estudantes, com baixo índice de frequência, com faixa etária entre 10 e 13 anos, em um espaço de gramado da escola que simbolizava o Egito Antigo.

A seleção das duas atividades para este texto, deve-se ao fato de que em seu desenvolver, foram reveladas diferentes ações dos estudantes relacionadas ao estudo de frações, pois a partir da situação desencadeadora da Atividade 1, os estudantes sentiram a necessidade de encontrar uma solução para a mesma e, assim, levaram a professora-pesquisadora à reflexão para a elaboração e o desenvolvimento de outras atividades desenvolvidas na pesquisa.

Os estudantes foram organizados em 5 grupos com 5 alunos em cada, denominados por famílias, simulando as famílias nômades existentes no Antigo Egito e, para a produção dos dados utilizados para a análise dos episódios, foram utilizados como instrumentos diário de campo da professora, registros escritos e desenhos dos estudantes, audiografações e videografações.

Tomamos a sala de aula como nosso campo de investigação, entendendo-a como um “ambiente natural”, o que nos aproxima das características de uma pesquisa de enfoque qualitativo. Segundo Bogdan e Biklen (1994, p. 47),

[...] a fonte direta de dados é o ambiente natural, constituído o investigador o instrumento principal. [...]. Os dados são recolhidos em situação e complementados pela informação que se obtém através do contato direto. Além do mais, os materiais registrados mecanicamente são revistos na sua totalidade pelo investigador, sendo o entendimento que este tem deles o instrumento-chave de análise.

Outra característica da relevância da pesquisa em sala de aula é destacada por Moura (2000, p. 14-15), que a considera “o lugar privilegiado para a observação dos alunos nos seus processos de aquisição de conhecimentos e onde as interações tanto podem servir para resolver problemas dados como para gerarem novos pela troca simbólica em jogo”.

Para a organização do material de análise, elegeu-se o que Moura (2004) chama de episódios e cenas em que foram selecionados momentos nos quais “encontrou-se ações reveladoras do processo de ações dos sujeitos participantes” (MOURA, 2004, p.272). Por episódios, Moura (2004, p. 276), nos esclarece que estes

[...] poderão ser frases escritas ou faladas, gestos e ações que constituem cenas que podem revelar interdependência entre os elementos de ação formadora. Assim, os episódios não são definidos a partir de um conjunto de ações lineares. Pode ser que uma afirmação de um participante de uma atividade não tenha impacto imediato sobre os outros sujeitos da coletividade. Esse impacto poderá estar revelado em um outro momento em que o sujeito foi solicitado a utilizar-se de algum conhecimento para participar de uma ação no coletivo.

Ao se apresentar as falas dos estudantes não foi realizada a correção da língua portuguesa, pois objetivou-se preservar a materialidade de seus pensamentos expressos por meio da linguagem, bem como os nomes atribuídos que são fictícios.

As atividades organizadas, propostas à turma e selecionadas para este artigo estão apresentadas nos quadros 1e 2.

Quadro 1 - Descrição da Atividade1: Medindo terras no Egito Antigo

Situação desencadeadora	Era preciso dividir as propriedades de terras entre os egípcios para plantar e criar animais e, assim, obter seu sustento. Surge então o primeiro problema: Como organizar as medidas dos lados de um terreno para que cada egípcio tenha um lote de terras? Qual unidade de medida para delimitar os terrenos será preciso utilizar para que essas divisões sejam justas?
Tempo utilizado	5 aulas de 50 minutos cada.
Como aconteceu	Divididos em cinco grupos de acordo com qualidades atribuídas por eles mesmos a eles mesmos, os estudantes foram levados a um grande gramado atrás da sala de aula, que foi chamado de Egito Antigo. Em seguida, dividiram as terras, o que foi feito em dois momentos: o primeiro que atendia aos interesses de cada grupo e, o segundo, a adequação para que a divisão fosse o mais justa (no sentido de igualitária) possível para todos os grupos. Findada as divisões, cada grupo deveria registrar os procedimentos adotados,

	<p>da maneira que considerasse mais eficiente, desde a divisão de terras até a medição. Com os registros prontos, os estudantes expressaram a necessidade de também explicar verbalmente como foi a experiência e os detalhes de como fizeram as medições. Foi organizada uma roda de conversa e feitos alguns questionamentos:</p> <p>Quais foram os procedimentos utilizados para a medição do terreno?</p> <p>Qual foi a unidade de medida escolhida pelo grupo para fazer as medições?</p> <p>Como o grupo registrou a quantidade de terra que não coube na unidade de medida escolhida? (O grupo deveria explicar como registrar a sobra de terras em relação a unidade de medida escolhida).</p>
--	--

Fonte: Anotações do caderno de campo da professora-pesquisadora (2014).

Quadro 2 - Descrição da Atividade 2: De volta ao Egito: a necessidade de organização em sociedade

Situação desencadeadora	A partir da situação desencadeadora da atividade anterior, outras decorreram partindo de sugestões dos estudantes, tais como: necessidade de organizar o Egito como uma cidade, com setores distintos para moradia, plantio, criação de gado e mercado de trocas; determinada a unidade padrão de medida, fazer esta reorganização utilizando-a para medir e registrar o que foi feito; representação fracionária.
Tempo utilizado	3 aulas de 50 minutos cada.
Como aconteceu	Desde a primeira visita ao Egito, os estudantes sentiram a necessidade de solucionar a divisão de terras de forma igualitária, porém no decorrer da proposta, outros problemas apareceram: organizar o Egito de modo conveniente para todos os grupos; fazer as novas divisões utilizando a unidade padrão escolhida pela turma; registrar de modo mais objetivo e quantificar as sobras a partir da unidade padrão. Todas essas problemáticas eram expostas por eles ao longo das aulas, mesmo que as atividades desenvolvidas não tivessem relação direta com a divisão de terras no Egito. Assim, surgiu uma nova necessidade: a de voltar ao Egito. Foi, então, proposto que, entre si, determinassem os espaços para cada setor, fizessem as medidas utilizando as tiras de papel com a representação da unidade padrão escolhida por eles (o pé com tênis da professora) e que registrassem tudo que haviam feito.

Fonte: Anotações no caderno de campo da professora-pesquisadora (2014).

As cenas selecionadas para este texto buscaram evidenciar o movimento de apreensão do conceito de fração existente no episódio analisado.

EPISÓDIO: VISITANDO O EGITO ANTIGO

Neste episódio, analisou-se três cenas que revelam, por meio das ações dos estudantes materializadas nas atividades aqui apresentadas, a necessidade que tiveram de estabelecer objetivos e ações para suprir a situação desencadeadora de aprendizagem, que inicialmente era a de dividir as terras de forma justa. Durante o desenvolvimento da proposta foram surgindo outras necessidades para os estudantes, como por exemplo: Como organizar o Egito Antigo de modo que as

terras fossem divididas e se estabelecessem relações societárias entre os grupos? Essa e outras questões são apresentadas e analisadas a seguir.

CENA 1: OS PROCEDIMENTOS DE MEDIÇÃO

Esta cena foi desenvolvida num espaço aberto da escola, um gramado grande, atrás da sala de aula da turma. Este cenário foi delineado pela situação desencadeadora de aprendizagem de como dividir as terras de modo justo (igualitário) para todos os grupos e como organizá-lo numa estrutura semelhante à de uma cidade. Assim, a situação desencadeadora proposta aos estudantes foi: sem instrumentos de medida, como dividir as terras entre 5 (cinco) grupos? Na tentativa de elucidar esta situação, o grupo 1 tece o seguinte diálogo:

Michelly: Mas como é que vai dar certo, sem medir?

[Professora]: Esse era justamente o problema dos egípcios, como será que eles resolveram? Será que conseguiram?

Guilherme: Vamo lá fora, que daí a gente pensa, num adianta nada ficar resmungando, Michelly!

Para se apropriarem do procedimento de medição, foi preciso recorrer às partes do corpo como instrumentos de medida artificiais (LIMA; MOISÉS, 1998), já que não dispunham de instrumentos padronizados para isto. A priori, houve um estranhamento em utilizar o corpo, pois entendiam que para medir algo só era possível com o auxílio da régua ou trena, o que após alguns minutos de diálogo em grupo, foi solucionado sendo eleito um membro de cada grupo e uma parte do seu corpo utilizada como instrumento de medida. Todos os grupos utilizaram passos para a medição, cada qual à sua maneira e, essa ação dos estudantes nos leva a concordar com Marco (2009) que considera que

se o aluno, ao desenvolver atividades em sala de aula, é colocado pelo planejamento do professor em condições favoráveis para que tenha um envolvimento ativo — ou seja, se tiver uma necessidade e um motivo pessoal para participar dessas atividades —, ele pode se encontrar em condições facilitadoras para aprender. (MARCO, 2009, p.110)

Os estudantes, com barbantes, fizeram as primeiras demarcações dos terrenos que foram alteradas após negociação (Figuras 3 e 4).

Figura 3 - Panorama de divisão de terras antes da negociação



Fonte: Autoria própria (2014).

Figura 4 - Panorama de divisão de terras depois da negociação



Fonte: Autoria própria (2014).

Maria do Carmo: No meu grupo tem 5 pessoas, esse espaço aqui tá bom, dá pra todo mundo!

Vinicius: Ah nem! O deles tá mó grandão!

Zé: Vamo ter que diminuir o nosso!

Vilma: A gente pede pra Julia ir um pouco mais pra lá.

Claudio: Põe o pauzinho deles mais pra lá, ó, e a gente puxa o nosso pra frente, daí desamarra da grade e coloca mais pra lá, que daí o delas fica maior.

Jefferson: Eu não quero mudar o meu.

Professora: Estão todos satisfeitos?

Professora: Ué Maria do Carmo, você mudou de ideia?

Maria do Carmo: [indignada] Claro né, olha isso!

Professora: Por quê?

Maria do Carmo: [indignada] Os meninos querem tudo pra eles, olha o nosso e da Julia, tá muito piquinim.

Neste momento, os estudantes precisaram utilizar suas relações interpessoais para resolver o impasse surgido na divisão das terras e, coletivamente, chegar a um senso comum. A fala de Maria do Carmo “os meninos querem tudo pra eles, olha o nosso e da Julia, tá muito piquinim” demonstra que as ações foram realizadas pelos estudantes de modo natural e tal fenômeno pode ser atribuído ao fato de que muitos deles eram moradores de um assentamento de sem-terra, localizado próximo à escola. Tal inferência decorre do fato de estes estudantes sempre se referirem a questões sociais vivenciadas que julgam não serem justas.

Em roda de conversa, os estudantes perceberam que, por mais que a maioria dos grupos estivesse satisfeito com as divisões e com os espaços demarcados, estes jamais seriam iguais, já que cada grupo adotou uma unidade de medida diferente e que, então, necessitavam estabelecer uma unidade padrão.

Cirilo: Assim não dá fessora! Cada um tem o pé de um tamanho, a gente tem que usar um pé só que nem os egípcios!

Vinicius: A gente num tem um faraó, mas tem a fessora!

Natalia: Então a fessora é o nosso faraó, vamo usar os pé dela!

[Classe]: ÉÉÉÉÉÉÉÉÉÉ

Furquim: A gente desenha no papel o pé da fessora e usa pra medir.

Professora: Então conseguimos estabelecer nossa unidade padrão?

[Classe]: Simmmmmmm

Professora: Então qual a nossa necessidade em ter unidade padrão?

Cirilo: Poder dividir tudo certinho, porque daí conseguimos ver quantas partes inteiras e quantas partes que sobram na hora de medir.

Neste movimento coletivo, por meio da linguagem, os estudantes estabelecem relações sobre o que haviam feito e o que ainda deveriam fazer para que a situação desencadeadora de aprendizagem fosse solucionada, uma vez que houve uma necessidade em quantificar o inteiro e as partes. A fala de Cirilo “cada um tem o pé de um tamanho, a gente tem que usar um pé só que nem os egípcios!” revela esta necessidade sentida por seu grupo. Este fato nos remete a Caraça (1951) que, ao discorrer sobre o conceito de medida, afirma que é preciso saber quantas vezes um comprimento cabe em outro. Para responder a esta pergunta, os estudantes solicitaram que fosse feita uma nova visita ao Egito, mas com uma unidade padrão definida.

Para definição da unidade de medida a ser utilizada, Vinícius e Natália se colocaram neste movimento: “A gente num tem um faraó, mas tem a fessora!” (Vinícius). “Então a fessora é o nosso faraó, vamos usar os pé dela!” (Natália).

Com a unidade padrão definida e os grupos necessitando de uma organização em sociedade, o procedimento de medição sofreu uma modificação, pois antes o motivo para as ações dos estudantes era apenas dividir as terras de modo justo; agora, necessitavam estabelecer uma quantificação de inteiros e subunidades para esta medição (Atividade 2). A modificação na ação de medir dos estudantes pode ser acompanhada pela discussão a seguir:

Cirilo: Fessora, deu 10 daqui e 13 de lá.

Professora: 10 o quê?

Cirilo: 10 pés inteiros e 13 pés inteiros.

Professora: E os outros dois lados, já mediu? É possível garantir que este espaço é regular?

Tito: Não! Precisa medir tudinho, vamos lá!

Até este momento, as sobras não tinham se tornado um problema para este grupo, mas outros grupos já haviam expresso como medida: oito inteiros e uma parte. Nessa fala, pode-se inferir que Cirilo ainda não tinha de forma consciente a necessidade de expressar (pelo menos verbalmente) quantas subunidades formavam o lado que mediam. No entanto, era necessidade da professora que esses estudantes pensassem em “O que fazer com a sobra?” e fazer com que essa necessidade se tornasse também a necessidade dos estudantes. Esta situação desencadeadora tinha como principal objetivo da professora, o direcionamento das ações dos estudantes na tentativa de encontrar uma forma de registrar a sobra, a representação fracionária.

Na tentativa de solucionar esta situação desencadeadora, ocorreu a cena 2, “A relação com a sobra”, na qual destaca-se as ações realizadas pelos estudantes à procura da solução dessa nova necessidade, que também passou a ser deles.

CENA 2: A RELAÇÃO COM A SOBRA

Na cena 1, os procedimentos de medição foram se aperfeiçoando conforme surgiam as necessidades de quantificar mais precisamente as medidas. Nesta cena, são destacadas as ações e diálogos do mesmo grupo de estudantes no momento que mediam, marcavam com os dedos no local em que as tiras de papel (a medida padrão estabelecida, o pé com tênis da professora) se localizavam; revezavam a posição das mesmas e contavam a quantidade de tiras de papel inteiras utilizadas no lado que estava sendo medido (Figura 5). Para a quantidade da medida do lado em que o inteiro não cabia, dobravam a tira de papel e verificavam a quantidade de partes do inteiro para aquele lado do terreno. Este processo exigiu dos estudantes o “pensar sobre” a situação encontrada, o que tornou a situação interessante e desafiadora para eles. A seguir, o diálogo completo e uma sequência de imagens que podem melhor elucidar as ações dos estudantes.

Figura 5 - Sequência de imagens do procedimento de medição com inteiros e sobras



Fonte: Arquivo da professora-pesquisadora (2014).

Cirilo: 1, 2, 3, 4, 5, 6...

Tito: E agora, fessora?

Professora: Olha a sobrinha, ali tá faltando...

Cirilo: Dobra, dobra!!!

Professora: Como é que os egípcios faziam?

Cirilo: Dividia no meio...

Michelly: Dava um nó...

Enquanto falavam, dobravam a tira de papel ao meio.

Professora: Vamos tirar a pedra para vocês poderem medir essa sobra.

Cirilo: Um pedaço e meio!

Professora: E aquele pedacinho? O que precisa fazer?

Michelly: Vai dobrando mais...

Professora: Precisa dobrar mais? Deu certo? Quantas vezes você dobrou, usou uma metade e...?

Cirilo: 1, 2, 3, ... (Cirilo abria a tira e contava as vezes que desdobrava, até chegar no que chamou de meio).

Cirilo: 1, 2, 3, 4! (Com a tira toda desdobrada).

Professora: Quantas marquinhas ficaram na sua tira?

Cirilo: 16!

Neste momento, ao serem questionados sobre a quantidade de inteiros, os estudantes demonstraram que haviam esquecido de registrar suas medidas e a estudante Michelly voltou a fazer a medição sozinha da quantidade de inteiros.

Cirilo: Como vou anotar essas pitititinhas?

Professora: Quantas usou?

Cirilo: Todas.

Professora: Todas?

Cirilo: (risos) Não só uma!

Professora: E como vai anotar?

Cirilo: Vai tudo com palavras.

Tito: Não! O número você faz com número e o inteiro e a parte com palavras.

Michelly: Nove! Nove inteiros!!!

Professora: Agora vocês têm os inteiros e as partes.

Cirilo: Nove inteiros, uma metade e uma parte de dezesseis!

Professora: O que podemos falar sobre essa quantidade?

Michelly: A gente usou uma unidade artificial né, então a quantidade é discreta, apesar da terra ser contínua!

No diálogo acima, lidar com a sobra era essencial, mas ainda era presente a dificuldade de como fazê-lo. Quando exposta uma situação ocorrida sobre como

os egípcios faziam para obter a sobra de seus terrenos, ou seja, a parte não inteira da medida, durante a roda de conversa realizada na atividade anterior, o movimento dos estudantes foi o de reconstruir tal situação, dobrando a tira de papel em algumas partes. Este fato não foi verificado na situação em que utilizavam os passos como unidade, pois diziam 5 passos e um pouco. Para os estudantes, naquele momento, este pouco, não precisava ser quantificado, pois as necessidades da turma não se voltavam para a sobra, mas para a divisão mais justa de terras. Quando o grupo disse: nove inteiros, uma metade e uma parte de dezesseis, inicia-se, retoricamente (EVES, 2004), a representação da fração, pois ainda organizavam suas medidas e registros.

Na última fala do diálogo, quando Michelly diz à professora “A gente usou uma unidade artificial né, então a quantidade é discreta, apesar da terra ser contínua!”, fica nítido que as inter-relações estabelecidas não são apenas com o atributo externo do conceito, mas também com o interno (DAVIDOV, 1998). Parece ter havido, para esta estudante, a compreensão de que a partir da escolha de uma unidade padrão, tem-se uma unidade artificial e, que ao medir, se expressa de forma discreta a quantidade que antes desta interferência era contínua. Michelly mostrou, ser capaz de concretizar a relação particular e universal do objeto em estudo em um sistema de conhecimentos particulares sobre ele, os quais devem manter-se em uma só unidade que possa garantir transições mentais do universal ao particular e vice-versa (DAVIDOV, 1998).

De acordo com Leontiev (2004), essa interiorização expressa na fala de Michelly, dá-se pela generalização específica dos seus encadeamentos, na qual modifica o nível de pensamento em que atua.

Pode-se dizer que a necessidade deste grupo foi gerada pelo impacto sentido ao deparar-se com o questionamento da professora sobre como determinar o espaço que não cabia uma unidade inteira na medida e, o momento de análise predominou na situação de resolução da situação neste grupo, tendo sido elaborada coletivamente a síntese do problema.

É importante observar, nesta cena, que cada estudante tinha a sua função no coletivo (um anotou, outro coordenou ações, outro realizou medições) e que todos se mostravam satisfeitos com suas ações, pois o conhecimento formado coletivamente serviu de resposta às dúvidas individuais. Diante deste fato, pode-se inferir que os estudantes estavam em atividade (LEONTIEV, 1983) e que o grupo demonstrou determinação em todos os momentos do trabalho, o que nos leva a entender que, neste tipo de situação problema os estudantes demonstram maior autonomia, pois a partir de indagações feitas pela professora e por eles mesmos, deram prosseguimento às suas ações para determinar a medida que procuravam, sem esperar que a professora lhes atribuísse tarefas.

É na atividade que o sujeito atribui significações a um objeto ou fenômeno, descoberta num sistema de ligações, de interações e de relações objetivas. Esta significação é refletida e fixada na linguagem, na qual o homem assimila a experiência humana. (LEONTIEV, 1978).

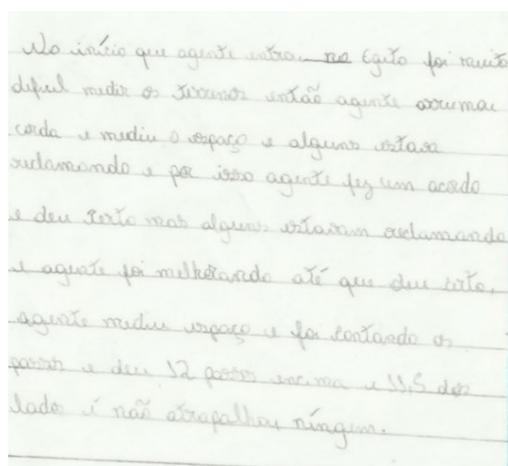
Nas ações dos estudantes, tanto o processo de medição quanto a relação com a sobra precisavam ser registrados de alguma forma. Tais registros foram modificando-se ao passar do tempo e é sobre isso que se discute na cena a seguir.

CENA 3: COMO REGISTRAR?

Nas cenas anteriores, foi possível perceber que as tomadas de consciência não se deram somente pela linguagem, pela comunicação verbal entre os estudantes, pois em muitos momentos, a comunicação expressava-se por registros escritos, seja em forma de texto ou com auxílio de um desenho.

Nesta cena, apresenta-se a produção do grupo quando foi solicitado que descrevessem o que vivenciaram.

Figura 6 – Registro do grupo sobre “Como registrar”



No início que a gente entrou no Egito foi muito difícil medir os terrenos, então a gente arrumou corda e mediu o espaço e alguns estavam reclamando, por isso a gente fez um acordo. Deu certo! Mas alguns estavam reclamando e a gente foi melhorando até que deu certo. A gente mediu espaço e foi contando os passos e deu 12 passos em cima e 11,5 dos lados e não atrapalhou ninguém.

Fonte: Registro escrito do grupo – Arquivo das autoras (2014).

Figura 7 - Desenho sobre a visualização do grupo em relação à organização do Egito



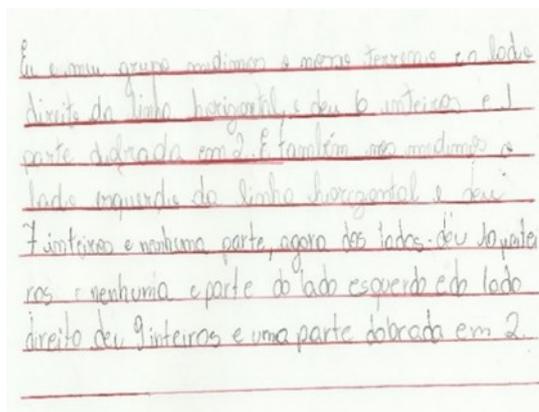
Fonte: Arquivo das autoras (2014).

Para este grupo, o texto tinha caráter descritivo das ações que os levaram a dividir o terreno e, registrava a importância que esta divisão tinha em ser justa a todos os grupos. Além disso, o registro escrito representa a preocupação do grupo em evidenciar as medidas, ao contrário do que se pode verificar no desenho. Apesar de o grupo ter utilizado a representação decimal para um dos lados (Figura 6), é possível também perceber que os estudantes não tiveram a preocupação de

medir os quatro lados do terreno para verificarem se as medidas eram iguais. Apenas assumiram a ideia de que, por visualizarem o terreno como um retângulo, este teria as propriedades geométricas da forma retangular, o que não era verdadeiro.

A seguir, apresenta-se como esse mesmo grupo construiu seu texto em outra proposta, quando retornaram ao Egito Antigo:

Figura 8 – Registro sobre o retorno ao Egito

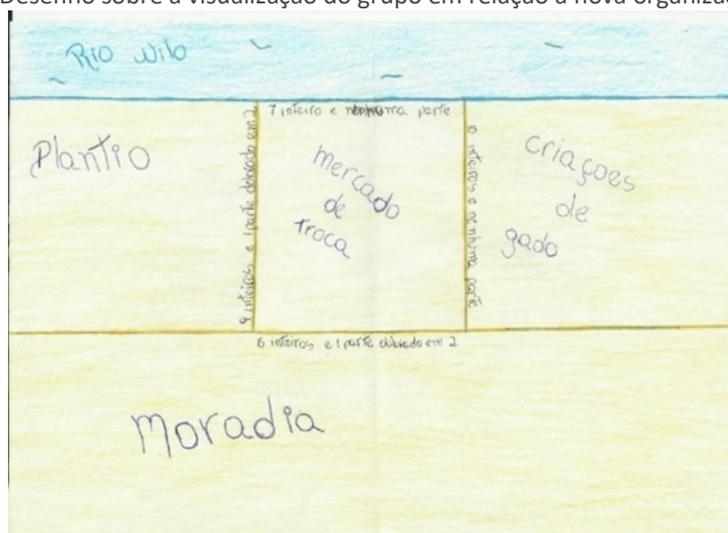


Fonte: Arquivo das autoras (2014).

Eu e meu grupo, medimos o nosso terreno e o lado direito da linha horizontal deu 6 inteiros e 1 parte dobrada em 2. E também, nós medimos o lado esquerdo da linha horizontal e deu 7 inteiros e nenhuma parte. Agora, dos lados deu: 10 inteiros e nenhuma parte, do lado esquerdo e, do lado direito deu 9 inteiros e uma parte dobrada em 2.

Nesta atividade, o desenho deste grupo também se modificou:

Figura 9 - Desenho sobre a visualização do grupo em relação à nova organização do Egito



Fonte: Arquivo das autoras (2014).

Percebe-se uma preocupação demasiada do grupo em localizar os lados que estavam sendo medidos e os detalhes de cada medida. O “como se fez” e o “quem

fez”, não foi explicitado no texto demonstrando que, naquele momento, a necessidade estava realmente na medida e não em seus procedimentos apenas. Esta preocupação nos leva a inferir que a ação coletiva predominava e confirma que a “apropriação de conhecimentos reflete no desenvolvimento do sujeito.” (LOPES, et al, 2019, p.656).

Nos dois textos deste grupo, a linguagem escrita utilizada foi a sincopada (EVES, 2004), com explicação simples; quando realizavam todas as medições a escrita que se fez presente nos rascunhos do grupo era a retórica (EVES, 2004). Quando a professora solicitou que os registros fossem entregues, os estudantes desejaram fazer novos textos com a justificativa de entregar “mais caprichado”. Como o registro era importante para os estudantes, a professora combinou que entregariam o “caprichado”, mas que deveriam guardar o rascunho para conferência em caso de dúvida.

Quanto aos desenhos, pode-se inferir que no primeiro (figura 7), o grupo pretendia apenas localizar a disposição dos terrenos, não sendo necessário nem expressar as medidas do próprio terreno; no segundo (figura 9), só detalharam as medidas do setor de Mercado de Trocas, uma vez que ficaram responsáveis por este setor. Este último desenho também facilitou o entendimento sobre o que o texto descrevia quanto às direções e sentidos, como quando descreveram: lado direito da linha horizontal deu 6 inteiros e 1 parte dobrada em 2.

Pode-se inferir que o registro “matemático” ainda não era o problema para este grupo e pouco gerou, neste momento, a necessidade de saber como escrever uma medida de forma simbólica (EVES, 2004).

Por meio desta proposta, foi possível entender que os registros não só podem estabelecer um elo de comunicação, como também “uma forma da consciência e pensamento humanos” (LEONTIEV, 2204, p. 93). Ainda segundo Leontiev (2004),

Tal ou tal conteúdo, significado na palavra, fixa-se na linguagem. Mas para que um fenômeno possa ser significado e refletir-se na linguagem, deve ser destacado, tornar-se fato de consciência, o que, como vimos, se faz inicialmente na atividade prática dos homens, na produção. (LEONTIEV, 2004, p.93).

Parece-nos que os textos e os desenhos produzidos pelos estudantes a partir das experiências vividas nas atividades propostas foi uma forma de significação e, para cada um dos estudantes, teve um sentido diferente. Porém, o reflexo do objeto, a consciência de suas ações, ocorreu pela prática social e coletiva, o que possibilita o entendimento que se tratava de transformar a ação de fazer a atividade em atividade de cada integrante do grupo, pois uma ação só se torna atividade se os motivos do coletivo são também do sujeito (LEONTIEV, 2004).

De modo geral, entende-se que os momentos vividos pelos estudantes no desenvolver da atividade nos levam a crer que a vivência de uma situação similar ao ocorrido no contexto histórico auxiliou na compreensão do processo lógico e histórico no que se refere aos nexos conceituais da fração (medida e grandeza). Além disso, surgiram diferentes necessidades por parte dos estudantes quando solicitaram a organização societária do Egito Antigo.

Diante destes elementos, concorda-se com Marco (2013, p. 317), quando defende que “Esta prática pode auxiliar os alunos a produzirem significados

próprios para conceitos matemáticos”, ou seja, possibilita aos estudantes “[...] estar envolvido com o próprio processo de aprendizagem, uma vez que o domínio de técnicas de solução de problemas não oportuniza ao estudante compreender as origens e o desenvolvimento histórico de conceitos matemáticos.”

Pode-se afirmar que foi, a partir desta experiência vivida pelos estudantes que, naturalmente, por meio dos registros, o início da necessidade da representação fracionária floresceu e que o desenvolvimento dos nexos conceituais de fração, por meio da atividade de ensino proposta, pôde auxiliar na passagem de uma representação a outra, favorecendo a apreensão do conceito em questão.

CONSIDERAÇÕES

Ao longo do desenvolvimento da pesquisa, a situação apresentada demonstra ser a coluna vertebral da proposta e como decorrência, reflexões puderam ser realizadas em diversos aspectos: a atividade de ensino, o papel do professor como organizador do ensino e a atividade do estudante.

O destaque dado é em relação às ações realizadas pelos estudantes, pois foi possível perceber mudanças na compreensão sobre o número fracionário, já que o ensino de frações tem início a partir do quarto ano do ensino fundamental e sobre como pode ocorrer essa compreensão quando realizada coletivamente, sendo possível resgatar conteúdos anteriormente abordados que auxiliam os estudantes em suas conclusões.

Há de se ressaltar, também, que a atividade de ensino se desenvolveu tendo as ações mediadoras da professora-pesquisadora mobilizando os estudantes a estarem em atividade. Alerta-se para o fato da possibilidade de a mesma proposta desenvolvida por outros professores, com outros estudantes, poder se desenvolver de modo diferente, pois cada professor, cada estudante exerce suas ações distintamente uns dos outros e de acordo com o contexto histórico e cultural de cada um.

Outro elemento que merece destaque é a interação ocorrida entre os estudantes que foi essencial para a compreensão do outro em relação ao problema apresentado inicialmente pela professora, com sugestões diversas ocorridas nos grupos nos movimentos de pensamento que elaboravam mediante a análise das variáveis do problema.

Pode ser evidenciado, ainda, que além do professor estar em atividade de ensino, os estudantes estiveram em atividade de aprendizagem. As pretensões em detalhar as reflexões acerca das ações dos estudantes fundamentam-se no fato de que a Atividade Orientadora de Ensino (AOE) se efetivou, pois a professora tinha claramente definida suas intenções, seus objetivos para as situações propostas e, por meio de suas ações mediadoras, foi permitido que os estudantes explicitassem dificuldades sobre a compreensão do conceito de fração e que se mostraram a caminho de serem superadas ao longo da pesquisa.

De acordo com os pressupostos teóricos estudados, entende-se que conforme os estudantes compreendem de forma geral um conteúdo (atributos internos e

externos), estão preparados para lidar com casos particulares, pois podem ser revelados os nexos conceituais que compõem o próprio conteúdo.

Ao que concerne à formação da professora-pesquisadora, há de se exaltar a modificação do tratamento das reflexões sobre as ações práticas, pois anteriormente à pesquisa, estas ficavam apenas como anotações ou discussões com profissionais da área. A partir do desenvolvimento da pesquisa, o aprendizado mostrou que tais reflexões podem ser revertidas em estudos mais aprofundados sobre os conceitos dos conteúdos escolares, a fim de melhor elaborar e desenvolver atividades de ensino e ações para a atividade pedagógica da mesma.

Teaching fractions to 6th grade students: an episode in ancient Egypt

ABSTRACT

In this text we aim to present an excerpt from a master's research that had as theoretical basis the Historical-Cultural Theory, being developed teaching activities that had as object of study the teaching of fractions for 25 students of the 6th year of Elementary School of a public school the interior of Minas Gerais. For this article, two teaching activities were selected in which the purpose was to investigate whether such activities would mobilize the theoretical thinking of students in learning the conceptual nexus of the fraction (measure and magnitude). The proposal was organized and analyzed in episodes and scenes, and the analyzes presented here are related to the students' revealing actions when they appropriate the concept of fraction. From the results obtained it was possible to infer that the students were in a learning activity, that the proposed situations constituted a teaching activity and that instigated the development of the theoretical thinking of the students involved as they established actions to solve the problems they encountered. It was also possible to perceive that the students refined their understanding of the fractional number and that it assumed not only the interpretation of the division, but also that it is a measure relation between quantities. It is hoped that this study will be an important contribution to the area of Mathematics Education and to the work of Mathematics teachers and to the formation of the theoretical thinking of elementary school students related to the understanding of the concept of fraction, but that must be rethought and adapted according to the intentions and needs of teachers and students.

KEYWORDS: Fraction. Historical-Cultural Theory. Mathematical Education.

REFERÊNCIAS

- ALEKSANDROV, A. D.; et al. **La matemática: su contenido, método y significados**. Madrid: Alianza Universidad, 2003.
- BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em Educação**. Porto, Portugal: Porto Editora, 1994.
- CARAÇA, B. J. **Conceitos Fundamentais da Matemática**. Lisboa: Topografia Matemática, 1951.
- CATALANI, E. M. T. **A inter-relação forma e conteúdo no desenvolvimento conceitual da fração**. 2002. 216 f. Dissertação (Mestrado) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2002. Disponível em: <http://repositorio.unicamp.br/jspui/handle/REPOSIP/252233>.
- DAVYDOV, V. V. **Tipos de generalización en la enseñanza**. Moscou: Pueblo y Educación, 1982.
- DAVYDOV, V. V. Problemas do ensino desenvolvimental: a experiência da pesquisa teórica e experimental na Psicologia. In: **Revista Soviet Education**, August/Vol XXX, N° 8, Davíдов, V. V. La enseñanza escolar y el desarrollo psíquico. Moscú: Editorial Progreso, 1998.
- EVES, H. **Introdução à história da matemática**. Tradução: DOMINGUES, H.H. Campinas: Unicamp, 2004.
- GARBI, G. G. **A rainha das ciências: um passeio histórico pelo maravilhoso mundo da matemática**. Campinas: Livraria da Física, 2007.
- HEDEGAARD, M.; et al. **Activity Theory and Social Practice: Cultural – Historical Approaches**. Aarhus: Aarhus Univesity, 1999.
- KOPNIN, P. V. **A dialética como lógica e teoria do conhecimento**. Rio de Janeiro, RJ: Civilização Brasileira, 1978. Coleção Perspectivas do homem. v. 123.
- LANNER DE MOURA, A. R.; SOUSA, M. C. O ensino de álgebra vivenciado por professores do Ensino Fundamental: a particularidade e a singularidade dos olhares. In: Encontro Paulista de Educação Matemática, VII EPEM, 2004, São Paulo. **Anais...**, São Paulo, 2004, s/n.
- LEONTIEV, A. **O desenvolvimento do psiquismo**. FRIAS, R. E. [TRADUÇÃO]. São Paulo: Centauro, 2004.
- LEONTIEV, A. **Actividad, consciencia, personalidad**. La Habana: Pueblo y Educación, 1983.
- LIMA, L.; MOISÉS, R. P. **A fração: a repartição da Terra**. São Paulo/SP, CEVEC-CIARTE, 1998.

LOPES, A. J. O que nossos alunos podem estar deixando de aprender sobre frações, quando estamos tentamos lhes ensinar frações. **Bolema**, Rio Claro: SP, ano 21, n.31, p. 1-22, 2008.

LOPES, A. R. L. V.; GOLIN, Ana Luiza; GIACOMELLI, C. P.; KLEIN, M. L. Ensinar e aprender o conceito de número nos anos iniciais: o clube de matemática. **ACTIO**, Curitiba, v. 4, n. 3, p. 652-674, set./dez. 2019. Disponível em: <https://periodicos.utfpr.edu.br/actio>.

MARCO, F. F. Atividade orientadora de ensino de Matemática na formação inicial de professores. **Educ. Matem. Pesq.**, São Paulo, v. 15, n. 2, p. 317-336, 2013. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/emp/article/view/11441/0>.

MARCO, F. F. **Atividades computacionais de ensino na formação inicial do professor de Matemática**. Tese (Doutorado em Educação) — Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas. 2009. 223p. Disponível em: <http://repositorio.unicamp.br/jspui/handle/REPOSIP/251676>.

MOURA, M. O. A atividade de ensino como ação formadora. In: CASTRO, A. D.; CARVALHO, Ana Maria Pessoa de (Org.). **Ensinar a ensinar: didática para a escola fundamental e média**. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2002. p. 143-162.

MOURA, M. O. **O educador matemático na coletividade de formação: uma experiência com a escola pública**. 2000. 175 f. Tese de Livre Docência – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2000.

MOURA, M. O. Pesquisa colaborativa: um foco na ação formadora. In: BARBOSA, R. L. L (Org). **Trajetórias e perspectivas da formação de educadores**. São Paulo: UNESP, 2004, 257-284.

PATRONO, R. M. **Aprendizagem de números racionais na forma fracionária no 6º ano do ensino fundamental [manuscrito]: análise de uma proposta de ensino**. 2011. 184 f. Dissertação (Mestrado). Departamento de Matemática, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2011.

PRADO, E. P. A. de. **Uma reflexão sobre formação de professores no ensino de matemática**. Dissertação (Mestrado). Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2000.

RIGON, A. J.; et al. A Formação do Pensamento Teórico em uma Atividade de Ensino de Matemática. In: MOURA, M. O. (org.). **A atividade pedagógica na teoria histórico-cultural**. Brasília: Liber Livro, 2010. p. 13-44.

RODRIGUES, C. I. **Uma proposta de ensino de frações no 6º ano do ensino fundamental a partir da teoria histórico-cultural**. Dissertação (Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática. Universidade Federal de Uberlândia. Uberlândia, 2015. Disponível em: <https://repositorio.ufu.br/handle/123456789/17773>.

SOUSA, Maria do Carmo de. **O ensino de álgebra numa perspectiva lógico-histórica: um estudo das elaborações correlatas de professores do ensino**

fundamental. 2004. 286 f. Tese (Doutorado em Educação) — Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2004.

VYGOTSKY, L. S. Aprendizagem e desenvolvimento na Idade Escolar. In: VIGOSTKY, L. S.; et al. **Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem**. 11ª. Edição. São Paulo: Ícone, 2010, p. 103-116.

Recebido: 26 mai. 2020

Aprovado: 25 ago. 2020

DOI: 10.3895/actio.v5n3.12457

Como citar:

MARCO, F. F.de.; RODRIGUES, C. I. Ensino de frações com estudantes do 6º ano do ensino fundamental: um episódio no Egito antigo. **ACTIO**, Curitiba, v. 5, n. 3, p. 1-23, set./dez. 2020. Disponível em: <<https://periodicos.utfpr.edu.br/actio>>. Acesso em: XXX

Correspondência:

Fabiana Fiorezi de Marco

Avenida João Naves de Ávila, n. 2121, Bloco F – sala 129 - Santa Mônica, CEP: 38400-902 - Uberlândia, MG, Brasil.

Direito autoral: Este artigo está licenciado sob os termos da Licença Creative Commons-Atribuição 4.0 Internacional.

